

## **PROBLEMA 34**

**TEMA: TERMOELASTICIDAD.** Tensiones térmicas en un laminado de dos materiales (estructura sándwich). Interpretación de resultados de un modelo numérico

---

Se considera un laminado de espesor unitario como el indicado en la Figura (cotas en *mm*):

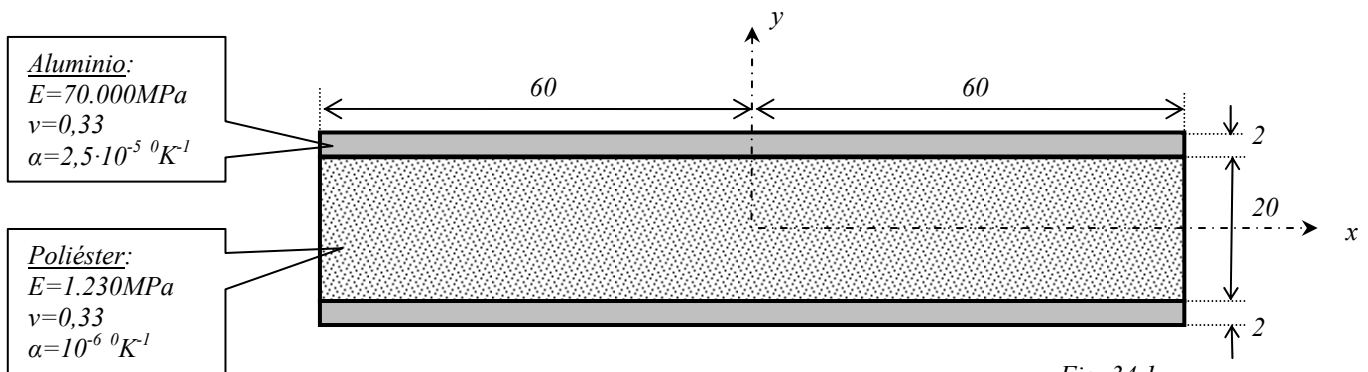


Fig. 34.1

Suponiendo que la unión entre el aluminio y el poliéster es uniformemente continua, se ha empleado un programa de elementos finitos para estudiar el estado tensional provocado por un salto uniforme de temperatura de  $100^\circ\text{C}$ . El programa supone un estado de tensión plana y, por la simetría del problema, solamente analiza el cuadrante superior derecho imponiendo las condiciones de contorno en desplazamientos siguientes:  $v=0$  para  $y=0$  y  $u=0$  para  $x=0$ . En las Figuras 34.2 a 34.7 se presentan los resultados gráficos obtenidos.

Se pide:

1º) Determinar el estado tensional teórico en las zonas alejadas de los bordes laterales. Comprobar que el resultado numérico coincide con el del programa.

2º) Comentar el resultado obtenido por el programa en las zonas próximas a los bordes laterales.

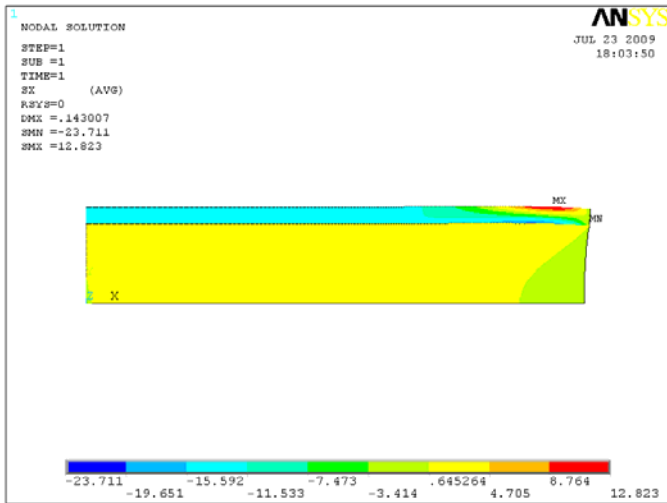


Fig. 34.2.-Composante  $\sigma_{xx}$

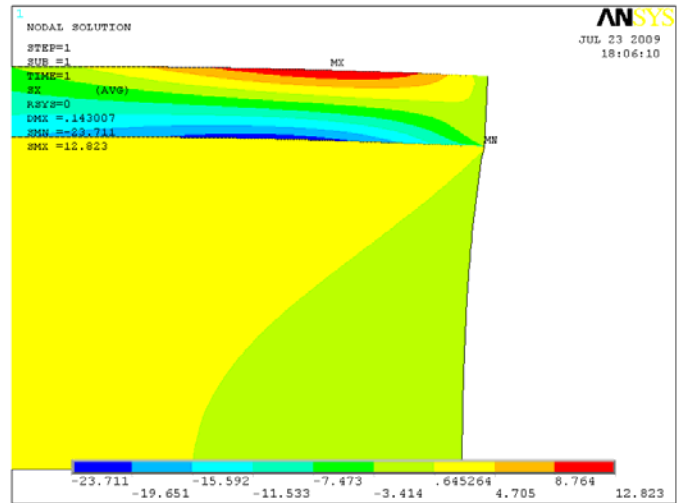


Fig. 34.3.-Detalle de la componente  $\sigma_{xx}$

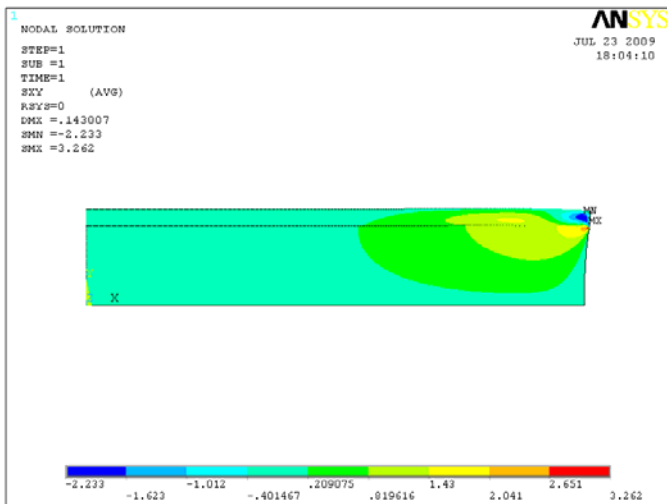


Fig. 34.4.-Composante  $\tau_{xy}$

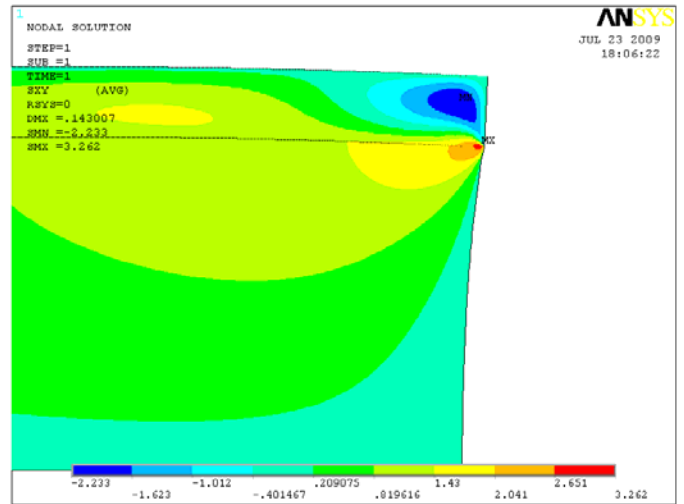


Fig. 34.5.-Detalle de la componente  $\tau_{xy}$

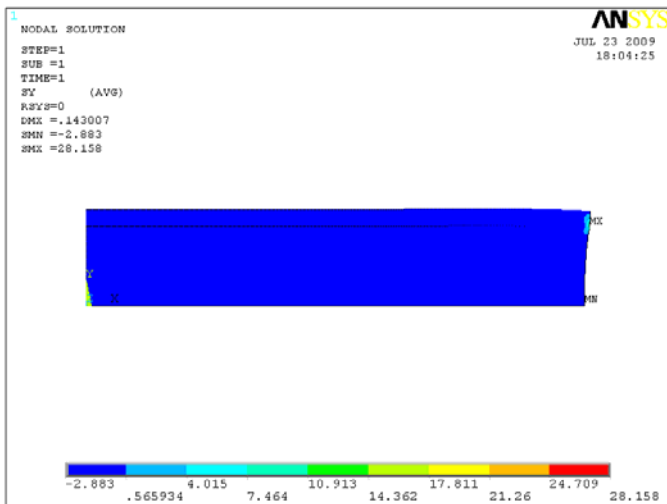


Fig. 34.6.-Composante  $\sigma_{yy}$

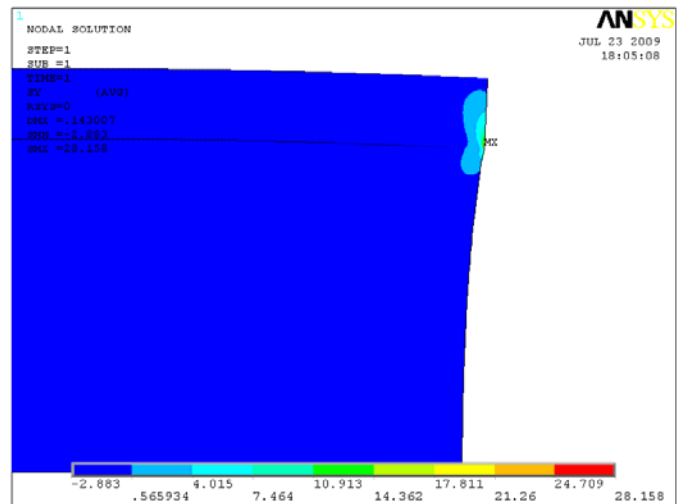


Fig. 34.7.-Detalle de la componente  $\sigma_{yy}$

## SOLUCIÓN

### 1º) Estado tensional en las zonas alejadas de los bordes laterales

Al ser distintos los coeficientes de dilatación de los dos materiales, las deformaciones debidas al salto de temperatura están restringidas y se produce un estado de tensiones tal como se indica en la Figura 34.8 para un elemento longitudinal alejado de los bordes.

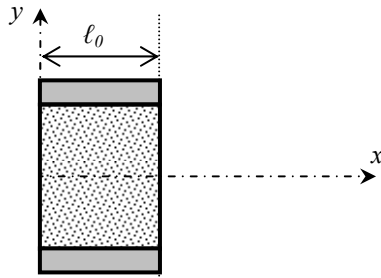


Fig. 34.8.a.- Situación inicial

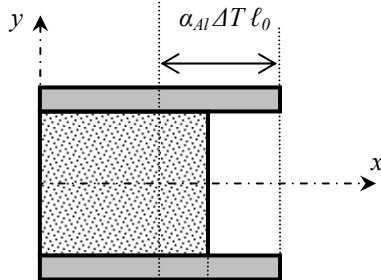


Fig. 34.8.b.- Situación final después de producirse un salto de temperatura uniforme  $\Delta T$  y suponiendo que no hay adhesión entre el poliéster y el aluminio (dilataciones libres)

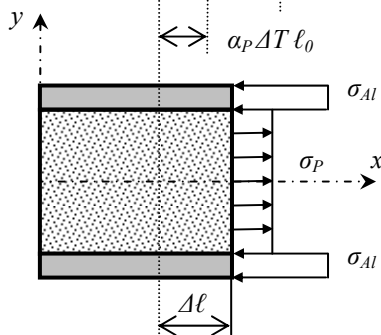


Fig. 34.8.c.- Situación final después de producirse un salto de temperatura uniforme  $\Delta T$  y suponiendo adhesión uniforme y continua entre el poliéster y el aluminio (por continuidad:  $\Delta \ell = \Delta \ell_{Al} = \Delta \ell_P$ , el aluminio queda sometido a un esfuerzo normal de compresión,  $N_{Al}$ , y el poliéster a uno de tracción,  $N_P$ )

La tensión en los dos materiales queda:

$$\sigma_{Al} = \frac{N_{Al}}{A_{Al}} = E_{Al} \varepsilon_{Al} = E_{Al} \frac{\Delta \ell - (1 + \alpha_{Al}) \Delta T dx}{dx}$$

$$\sigma_{Pol} = \frac{N_{Pol}}{A_{Pol}} = E_{Pol} \varepsilon_{Pol} = E_{Pol} \frac{\Delta \ell - (1 + \alpha_{Pol}) \Delta T dx}{dx}$$

siendo  $A_{Al} = 2 \times 1 \text{ mm}^2$  y  $A_{Pol} = 10 \times 1 \text{ mm}^2$ , las áreas de las secciones rectas de aluminio y de poliéster, respectivamente.

Dado que no hay fuerzas aplicadas, la resultante de esfuerzo normal sobre la sección debe de ser nula, es decir:  $N_{Al} + N_{Pol} = 0$ . Luego, sustituyendo queda:

$$A_{Al} E_{Al} \frac{\Delta\ell - (1 + \alpha_{Al})\Delta T dx}{dx} + A_{Pol} E_{Pol} \frac{\Delta\ell - (1 + \alpha_{Pol})\Delta T dx}{dx} = 0$$

Despejando y sustituyendo valores se obtiene:

$$\Delta\ell = \frac{A_{Al} E_{Al} (1 + \alpha_{Al}) + A_{Pol} E_{Pol} (1 + \alpha_{Pol})}{A_{Al} E_{Al} + A_{Pol} E_{Pol}} \Delta T dx = 100,002306 dx$$

Y entrando en las expresiones de las tensiones se obtienen los siguientes valores para la componente  $\sigma_{xx}$  en los dos materiales:

$$\sigma_{Al} = -13,59MPa \quad ; \quad \sigma_{Pol} = 2,72MPa$$

Las otras dos componentes son nulas:  $\sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$ .

Todo ello coincide con lo obtenido por el programa en las zonas alejadas de los bordes.

## 2º) Estado tensional en los bordes laterales

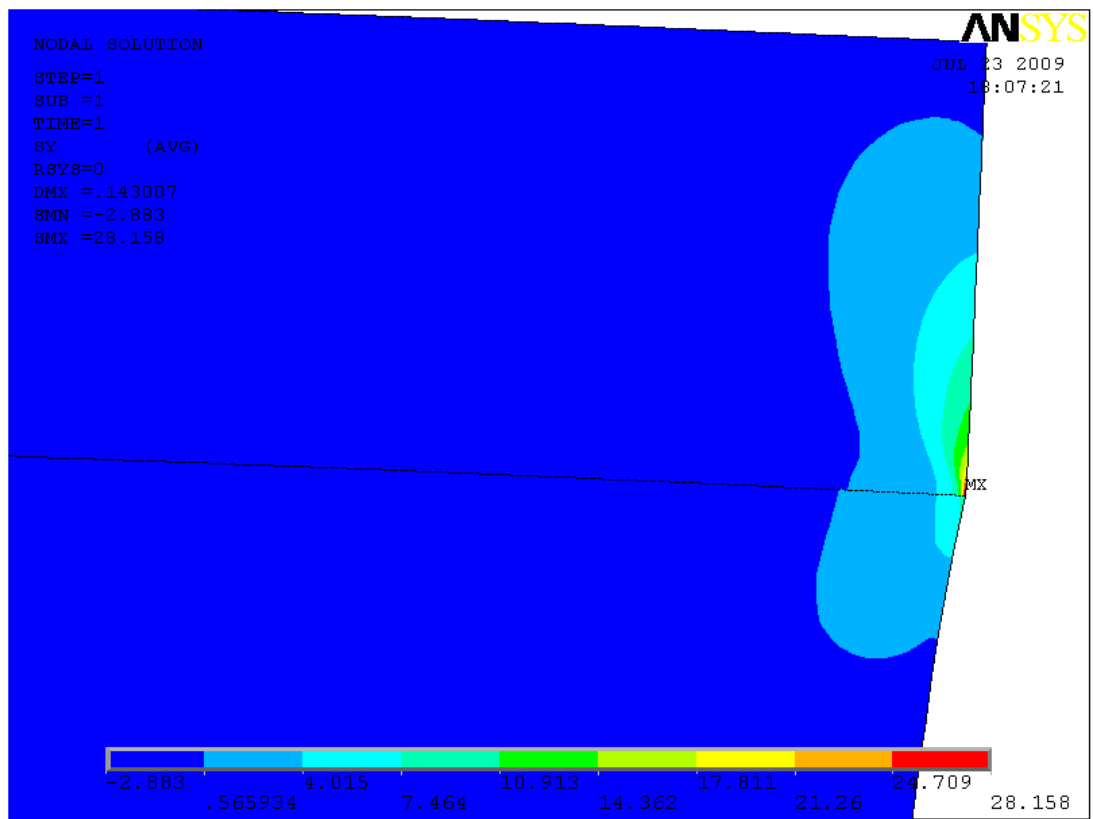
No hay fuerzas aplicadas en los contornos de la estructura, por tanto, las condiciones de contorno son:

.- Bordes laterales ( $x = \pm 30mm$ ):  $\sigma_{xx} = \tau_{xy} = 0$ .

.- Bordes superior e inferior ( $y = \pm 11mm$ ):  $\sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$ .

Todas ellas se verifican en la solución obtenida por el programa y obligan a una reorganización del estado tensional que queda reflejada en las zonas de transición entre los bordes y la zona central.

Obsérvese que en la zona de unión de los dos materiales en el borde lateral aparece un máximo de tensión de tracción  $\sigma_{yy}$  comparativamente grande (Figura 34.9). Esta tensión interlaminar deberá ser absorbida por el adhesivo, constituyendo, por tanto, una causa importante del fallo por delaminación en este tipo de estructuras.



*Fig. 34.9.-Detalle de la componente  $\sigma_{yy}$*