

PROBLEMA 22

TEMA: APLICACIONES DE LA ELASTICIDAD LINEAL.

Problemas simples. Interpretación de resultados en una máquina didáctica de torsión

En la Figura 22.1 se tiene una fotografía comentada de una máquina didáctica de torsión. La probeta de ensayo es un tubo de cobre de 22mm de diámetro exterior y 2mm de espesor, lleva adherida una roseta extensométrica rectangular orientada de manera que la galga central es paralela al eje del tubo (las galgas laterales está a 45°).

A partir de las dimensiones indicadas, suponiendo que se suspende una masa $P=50N$ del soporte y sabiendo que el módulo de elasticidad transversal del cobre es $G=46.000MPa$, se pide hallar en función de P el valor teórico de las medidas de las galgas y del comparador.

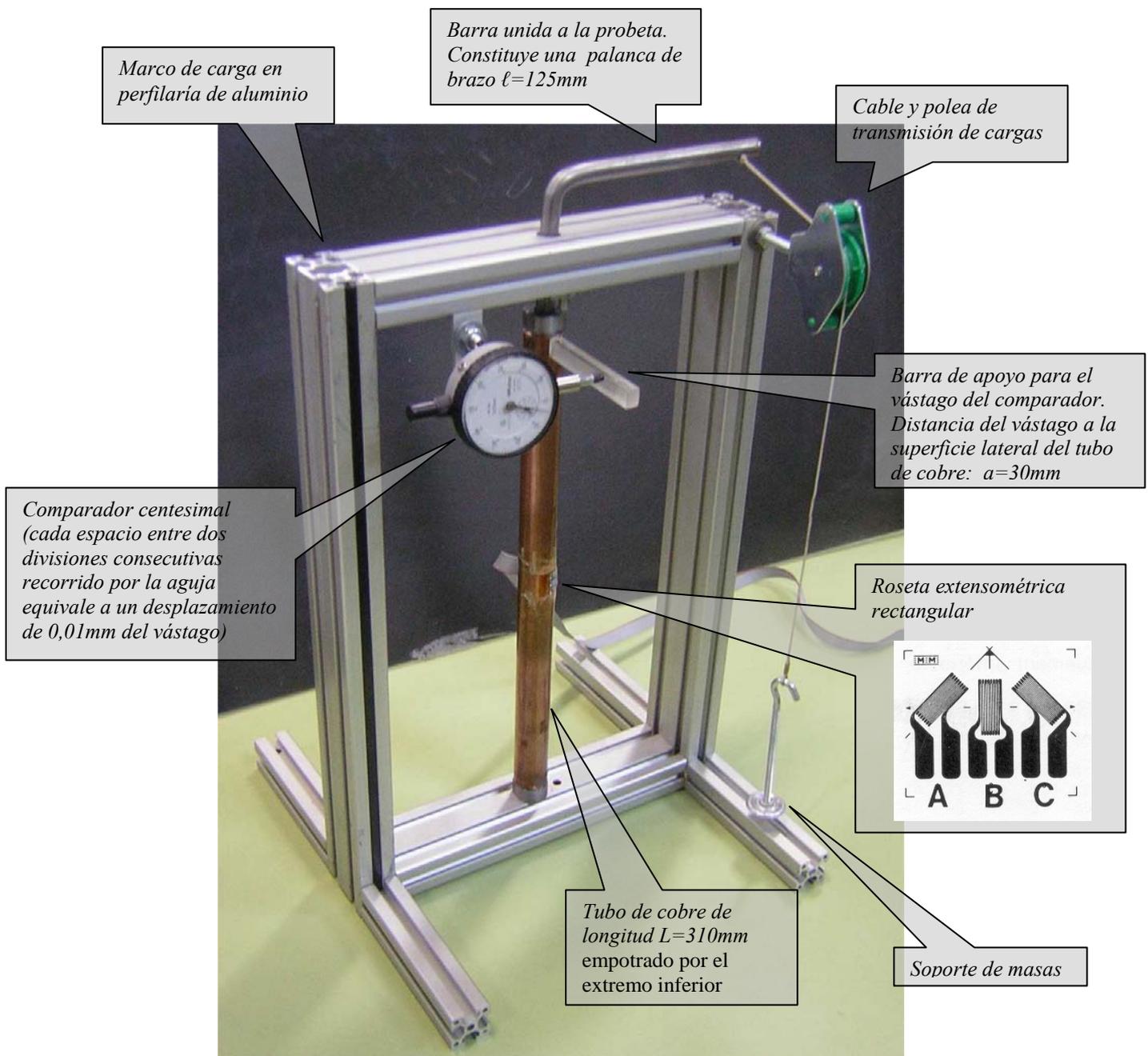


Fig. 22.1.- Máquina didáctica de torsión (Laboratorio de Resistencia de Materiales, ETSII)

SOLUCIÓN

Valor teórico de la medida del comparador

Al suspender una masa P del soporte, se transmite un par torsor a la probeta igual a $P\ell$, siendo ℓ el brazo de la palanca constituida por la barra unida al extremo superior de la probeta. En la Figura 22.2 se indica el momento torsor en las secciones superior e inferior de tres rebanadas aisladas del tubo: la del extremo superior, la central que contiene a la roseta extensométrica y la del extremo inferior empotrada por la base.

El giro de torsión por unidad de longitud es, para la referencia tomada:

$$\theta' = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M_T}{GI_0} = \frac{P\ell}{G\pi(\phi_e^4 - (\phi_e - 2e)^4)/32}$$

Y el giro relativo entre las secciones extremas (el giro de la sección inferior, $x=0$, es nulo al estar empotrada):

$$\theta(L) - \theta(0) = \int_0^L \frac{M_T}{GI_0} dx = \frac{P\ell}{GI_0} L$$

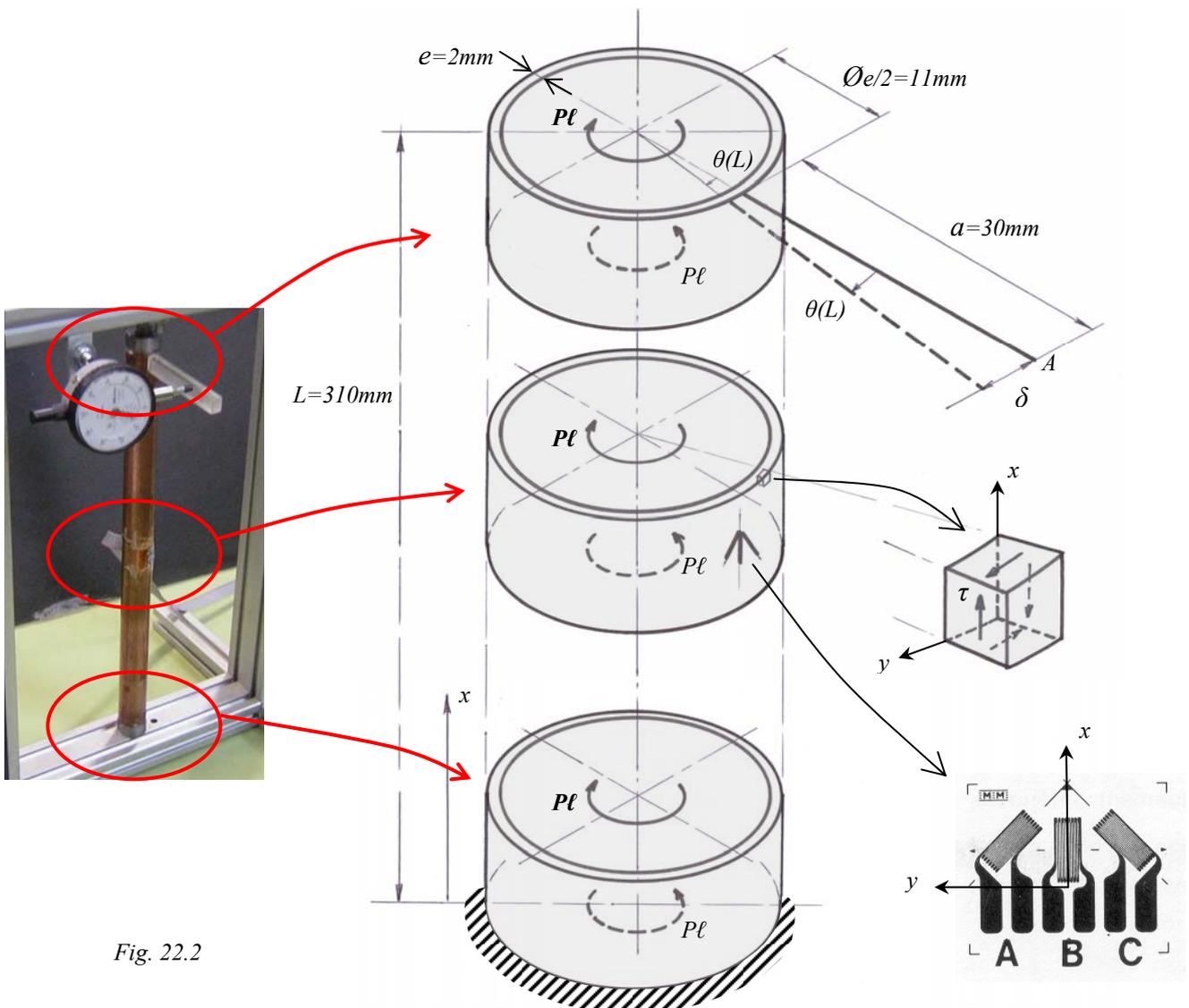


Fig. 22.2

La línea continua de extremo A representa la barra de apoyo para el vástago del comparador. Al producirse la deformación, la barra queda en la posición señalada a trazos y, estando el vástago del comparador apoyado en A , la medida que registra es:

$$\delta = \left(a + \frac{\phi_e}{2} \right) \operatorname{tg} \theta(L) = \left(a + \frac{\phi_e}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{P\ell}{GI_0} L \right)$$

Para $P=50N$ y, siendo $I_0 = \frac{\pi}{32} (22^4 - (22-4)^4) = 12.692 \text{mm}^4$, se obtiene: $\delta = 0,136 \text{mm}$. Luego, la aguja del comparador recorrerá 13,6 divisiones.

Valor teórico de las medidas de las galgas

El momento torsor provoca un estado tensional de cortadura pura tal como se indica en el elemento de volumen representado en la Figura. Para un punto de la superficie exterior y para la referencia tomada se tiene: $\tau = \frac{M_T \phi_e}{I_0} = \tau_{xy} = G\gamma_{xy}$

Una galga extensométrica pegada en un punto y orientada según la dirección del vector unitario $\vec{n}(\alpha, \beta, \gamma)$ mide la deformación longitudinal unitaria correspondiente, es decir:

$$\varepsilon = \vec{n}^T D \vec{n} = \varepsilon_{xx} \alpha^2 + \varepsilon_{yy} \beta^2 + \varepsilon_{zz} \gamma^2 + \gamma_{xy} \alpha\beta + \gamma_{xz} \alpha\gamma + \gamma_{yz} \beta\gamma$$

Luego, para el estado de deformaciones de torsión, la orientación de la roseta y el sistema de referencia local tomado, se tiene:

.- Galga A:

$$\vec{n}_A \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \Rightarrow \varepsilon_A = -\frac{\gamma_{xy}}{2} = -\frac{M_T \phi_e}{2GI_0} = -\frac{50N \cdot 125 \text{mm}}{2 \cdot 46000 \text{N/mm}^2 \cdot 12692 \text{mm}^4} \frac{22}{2} \text{mm} = -58,9 \cdot 10^{-6}$$

.- Galga B: $\vec{n}_B(1,0,0) \Rightarrow \varepsilon_B = 0$

.- Galga C: $\vec{n}_C \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \Rightarrow \varepsilon_C = \frac{\gamma_{xy}}{2} = 58,9 \cdot 10^{-6}$