ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

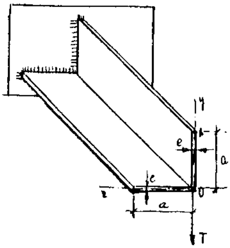
ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES **CURSO 2000-2001**

EXAMEN FINAL. SEGUNDO PARCIAL **11-6-2001**

PROBLEMA

Calcular la distribución de tensiones tangenciales producidas por el esfuerzo cortante en la sección recta en *L* de lados iguales, con lado de longitud *a=100mm* y espesor *e=4mm*, empotrado en un extremo y cargado en el otro con una carga *T=20.000N*, como se indica en la figura.

Se considerará la sección como perfil de paredes delgadas



Descompongamos el esfuerzo cortante T en las direcciones de los ejes η y ξ, principales de inercia de la sección (figura a)

$$T_\eta = T_\xi = T\cos 45° = \frac{20.000}{\sqrt{2}} = 14\,142{,}13 \text{ N}$$

Los momentos de inercia de la sección respecto de los ejes principales son:

$$I_\eta = 2\left[\frac{1}{3} e\sqrt{2}\left(a\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3\right] = \frac{1}{3}ea^3$$

$$I_\xi = 2\left[\frac{1}{12} e\sqrt{2}\left(a\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3\right] = \frac{1}{12}ea^3$$

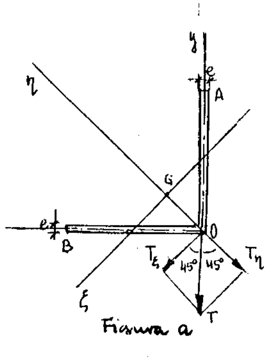


Figura a

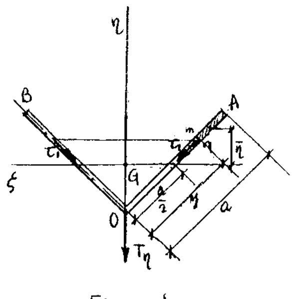


Figura b

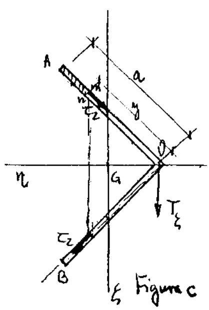


Figura c

Veamos ahora cuales son las distribuciones de las tensiones tangenciales debidas a cada una de las componentes del esfuerzo cortante.

a) Tensión tangencial debida a T_η

La distribución de τ_1 será simétrica respecto al eje η. Haciendo el corte ideal mn (Figura b), sea $\bar{\eta}$ la distancia del centro de gravedad de la sección rayada respecto del eje ξ.

$$\bar{\eta} = \frac{1}{2}(a+y)\cos 45° - \frac{a}{2}\cos 45° = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,y$$

El momento estático m_ξ será:

$$m_\xi = (a-y)\,e\,\bar{\eta} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,e\,(a-y)\,y$$

La obtención de la ley de distribución de la tensión tangencial τ_1 es inmediata

$$\tau_1 = \frac{T_\eta\, m_\xi}{I_\xi\, e} = \frac{\frac{T}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{2\sqrt{2}}\,e\,(a-y)\,y}{\frac{1}{12}\,e\,a^3\,e} = \frac{3T\,(a-y)\,y}{a^3 e}$$

b) Tensión tangencial debida a T_ξ

Realicemos ahora el corte mn indicado en la Figura c, tenemos:

$$m_\eta = (a-y)\,e\,\frac{1}{2}(a+y)\cos 45° = \frac{e}{2\sqrt{2}}\,(a^2-y^2)$$

por lo que la ley de tensiones tangenciales será:

$$\tau_2 = \frac{T_\xi\, m_\eta}{I_\eta\, e} = \frac{\frac{T}{\sqrt{2}}\,\frac{e}{2\sqrt{2}}\,(a^2-y^2)}{\frac{1}{3}\,e\,a^3\,e} = \frac{3T}{4ea^3}\,(a^2-y^2)$$

Las leyes de distribución de tensiones tangenciales pedidas en la sección recta, las obtenemos como superposición de las leyes obtenidas anteriormente debidas a las componentes del esfuerzo cortante.

1) En el lado $\overline{OA}$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{3T(a-y)y}{a^3 e} + \frac{3T(a^2-y^2)}{4ea^3} = \frac{3T(a-y)(a+5y)}{4ea^3}$$

Sustituyendo valores, se obtiene

$$\boxed{\tau = 3750\,(0,1-y)(0,1+5y)\ \text{MPa}}$$

cuando la coordenada y se expresa en metros.

Se trata de una ley parabólica que se anula en el extremo A y presenta un máximo para $y = 0,4a = 4\text{ cm}$ (Figura d)

$$\tau_{máx} = 67,5\ \text{MPa}$$

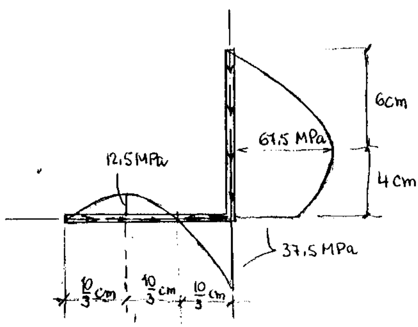


Figura d

2) En el lado $\overline{OB}$

$$\tau = \tau_2 - \tau_1 = \frac{3T(a^2-z^2)}{4ea^3} - \frac{3T(a-z)z}{ea^3} = \frac{3T(a-z)(a-3z)}{4ea^3}$$

Sustituyendo valores, se obtiene

$$\boxed{\tau = 3750\,(0,1-z)(0,1-3z)\ \text{MPa}}$$

Se trata ahora de otra ley parabólica que se anula en el extremo B y en los puntos de $z = \frac{a}{3} = \frac{10}{3}$ cm con un máximo absoluto en el vértice O

$$\tau_{máx} = 37,5\ \text{MPa}$$