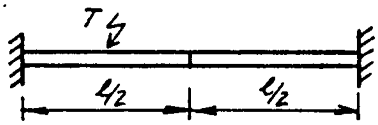
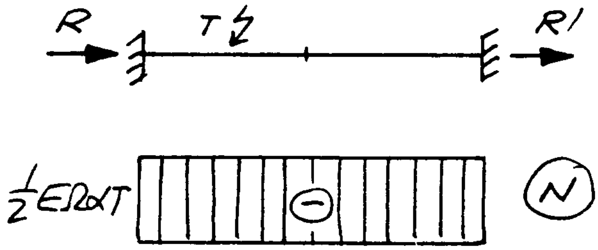
CUESTIONES

1) Sobre la mitad izquierda de la barra de la figura se ha provocado un salto térmico T. Se pide dibujar el diagrama de esfuerzos normales de la barra y determinar la tensión máxima. Datos: E, Ω, α





- Equilibrio : $R + R' = 0$

$N = -R = R'$

- compatibilidad : $\Delta l = 0$

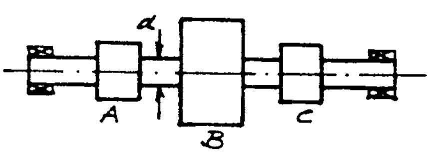
$$0 = \Delta l = \int_0^l \frac{N}{E\Omega}dx + \int_0^l \alpha T dx =$$

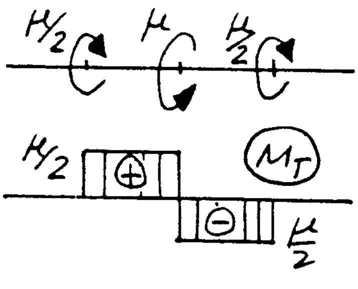
$$= -\frac{Rl}{E\Omega} + \alpha T \frac{l}{2}$$

$$R = \frac{1}{2}E\Omega\alpha T \quad ; \quad N = -\frac{1}{2}E\Omega\alpha T \quad ; \quad \sigma = \frac{N}{\Omega} = -\frac{1}{2}E\alpha T$$

---

2) Determinar el diámetro d del eje de la figura, sabiendo que gira a 3000 rpm y que a través de la rueda B entra una potencia de 200 kW que se reparte por igual entre los piñones A y C. (τ_{adm}=100 MPa).





$Pot = M \cdot \omega$

$200 \cdot 10^3 \frac{Nm}{s} = M \cdot 3000 \cdot \frac{2\pi}{60} \frac{rad}{s}$

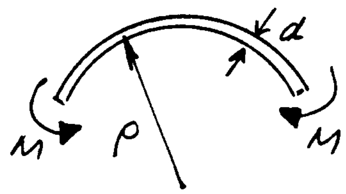
$M = 636{,}62$ mN

$|M_T|_{max} = \frac{M}{2} = 318{,}31$ mN

$$\frac{|M_T|_{max}}{W_T} \leq \tau_{adm} \quad \text{siendo } W_T = \frac{\pi d^3}{16} \quad \rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_T}{\pi \tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 318{,}31 \cdot 10^3}{\pi \cdot 100}} = 25{,}3 \text{ mm}$$

---

3) Determinar el radio más pequeño (en mm) hasta el que podemos curvar una fibra de vidrio rectilínea, de diámetro d=10 μm, sin que se produzca su rotura.
Datos: E=76000 MPa; σ_{rot}=2000 MPa.

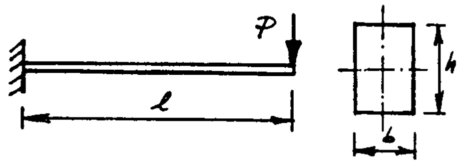


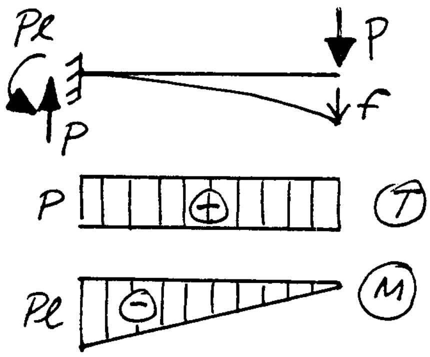
$$|\sigma|_{max} = E|\varepsilon|_{max} = E\frac{1}{\rho}|y|_{max} = E\frac{1}{\rho}\frac{d}{2} \leq \sigma_{rot}$$

$$\rho \geq \frac{E}{\sigma_{rot}} \cdot \frac{d}{2} = \frac{76000}{2000} \cdot \frac{10}{2} = 190\ \mu m = 0{,}19\ mm$$

---

4) Una viga de sección rectangular $b \times h$ y longitud ℓ, se encuentra empotrada en un extremo y sometida a una carga transversal P en el otro, como indica la figura. Se pide determinar la relación ℓ/h para que la flecha debida al esfuerzo cortante sea la décima parte de la debida al momento flector.
Datos: $G=2E/5$; $\Omega_1=5\Omega/6$





$$\mathcal{E}_M = \frac{1}{2}\int_0^\ell \frac{M^2}{EI}dx = \frac{1}{2EI}\left(-\frac{1}{2}\ell P\ell\right)\left(-\frac{2}{3}P\ell\right) =$$

$$= \frac{P^2\ell^3}{6EI} \qquad f_M = \frac{\partial \mathcal{E}_M}{\partial P} = \frac{P\ell^3}{3EI}$$

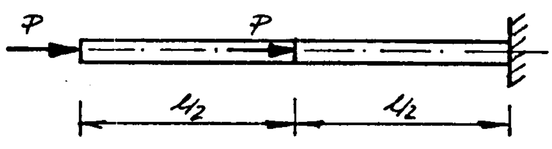
$$\mathcal{E}_T = \frac{1}{2}\int_0^\ell \frac{T^2}{G\Omega_1}dx = \frac{1}{2G\Omega_1}P^2\ell$$

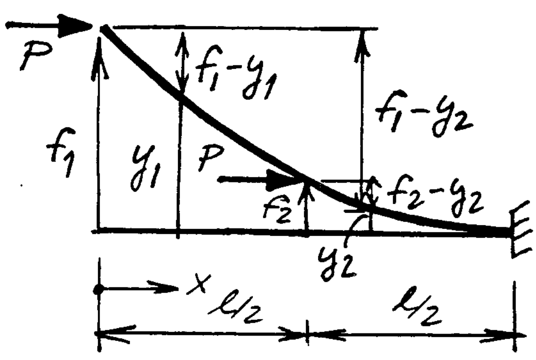
$$f_T = \frac{\partial \mathcal{E}_T}{\partial P} = \frac{P\ell}{G\Omega_1}$$

$$\frac{P\ell^3}{3EI} = 10\frac{P\ell}{G\Omega_1} \rightarrow \frac{12\ell^2}{3E \cdot bh^3} = 10\frac{5 \cdot 6}{2E \cdot 5bh} \rightarrow \frac{\ell}{h} = \sqrt{\frac{15}{2}} = 2{,}74$$

---

5) Para la configuración de pandeo de la pieza de la figura, se pide:
   a) Plantear las ecuaciones diferenciales de la elástica en sus dos tramos: $y_1(0 \leq x \leq \ell/2)$ e $y_2(\ell/2 \leq x \leq \ell)$.
   b) Establecer las condiciones de contorno que deben verificar las soluciones de dichas ecuaciones (no es necesario realizar su integración).
   Datos: E, I





$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} & EIy_1'' = M_1 = P(f_1 - y_1) \\ \frac{\ell}{2} \leq x \leq \ell & EIy_2'' = M_2 = P(f_1 - y_2) + \\ & + P(f_2 - y_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 & y_1 = f_1 \\ x = \frac{\ell}{2} & y_1 = y_2 = f_2 \\ & y_1' = y_2' \\ x = \ell & y_2 = y_2' = 0 \end{cases}$$