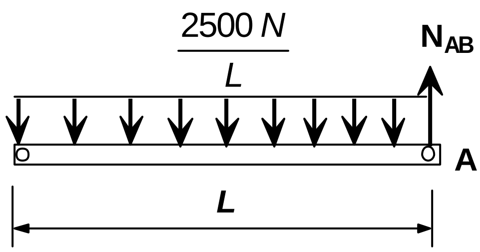
CUESTIONES

1.- El tirante se encuentra biarticulado, y no existe ninguna fuerza sobre él perpendicular a su directriz. Por ello, y por la disposición constructiva, está sometido únicamente a tracción.

Cortando el tirante y sustituyéndolo por su esfuerzo normal, se tiene:



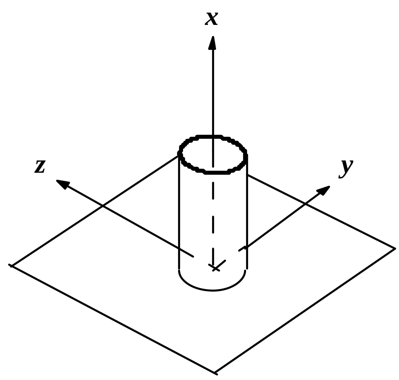
Aplicando equilibrio rotacional en el apoyo articulado del tablero:

$$N_{AB} \cdot L - 2500 \cdot \frac{L}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{AB} = 1250\,N$$

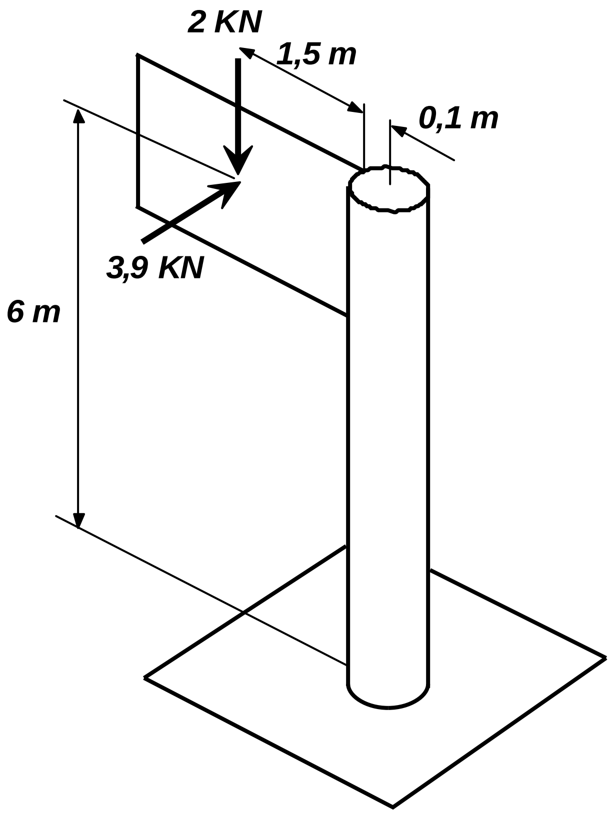
Imponiendo que no se supere la tensión admisible:

$$\frac{N_{AB}}{\Omega} < s_{adm} \quad \rightarrow \quad \frac{1250(N)}{\Omega} < 140\left(\frac{N}{mm^2}\right) \quad \rightarrow \quad \Omega > 9\ mm^2$$ (2 puntos)

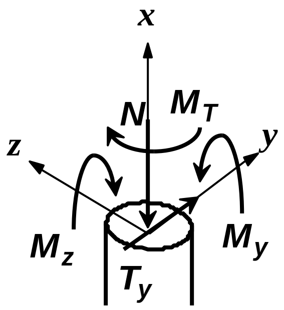
2.- Se elige para el poste el sistema de referencia de la figura. Se consideran positivos los esfuerzos si su sentido es el de los ejes, y la cara vista de la sección es la de la figura.



Para el cálculo de esfuerzos sobre las secciones del poste por debajo del cartel, todas las cargas distribuidas se pueden sustituir, en virtud del principio de Saint Venant, por cargas puntuales situadas en el centro de gravedad de su distribución.



Los esfuerzos sobre el poste serán, en cualquier sección del mismo, un esfuerzo normal (N), un cortante (T_y), un momento torsor (M_T) y dos momentos flectores (M_y y M_z).



Todos ellos son constantes para x < 5 m, salvo M_z, que es máximo en la sección del empotramiento (lo que implica que en ella las tensiones normales son máximas).

Ignorando T, el resto de valores son (si x < 5 m):

N = -2000 N

M_y = - 2000 (N) · 1,6 (m) = - 3200 N·m

M_T = - 3900 · 1,6 = - 6240 N·m

Para la sección del empotramiento:

M_z = 3900 · 6 = 23400 N·m (2 puntos)

La ley de tensiones normales es $s_{nx} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$.

La tensión máxima (que es de compresión), se da en el punto de la sección del empotramiento más alejado del eje neutro. Para otro tipo de sección sería preciso hallar este punto, pero la sección circular tiene infinitos ejes de simetría, por lo que todos los ejes diametrales son principales de inercia. Por ello pueden reducirse las dos flexiones a una sola, composición vectorial de ambas.

$$\left|M_F\right| = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad \rightarrow \quad \left|M_F\right| = \sqrt{3200^2 + 23400^2} = 23618\, N \cdot m$$

En tal caso, la tensión normal máxima será la suma de la producida por el esfuerzo normal y por el momento flector resultante:

$$s_{nx\,máx} = \frac{N}{\Omega} - \frac{\left|M_F\right|}{I_y}\frac{f_e}{2}$$

Operando:

$$I_z = \frac{p}{64}\left(20^4 - 18{,}4^4\right) = 2227{,}5\ cm^4 \qquad \Omega = \frac{p}{4}\left(20^2 - 18{,}4^2\right) = 48{,}25\, cm^2$$

Sustituyendo:

$$s_{nx\,máx} \cong \frac{-2000\ (N)}{48{,}25\ (cm^2)} - \frac{23618 \cdot 10^2 (N \cdot cm)}{2227{,}5\ (cm^4)} \cdot \frac{20\ (cm)}{2} = -10644\ \frac{N}{cm^2} \quad \rightarrow \quad s_{nx\,máx} \cong -106\ MPa$$

Nota: Dado que el valor de M_F es casi idéntico a M_z, y que N es pequeño, se puede prescindir con un error escaso del efecto de M_y y de N. La tensión máxima será, aproximadamente:

$$s_{nx\,máx} \cong -\frac{M_z}{I_z} \cdot \frac{f_e}{2}$$

Operando:

$$s_{nx\,máx} \cong -\frac{23400 \cdot 10^2 (N \cdot cm)}{2227{,}5\ (cm^4)} \cdot \frac{20\ (cm)}{2} = -10502\ \frac{N}{cm^2} \quad \rightarrow \quad s_{nx\,máx} \cong -105\ MPa$$

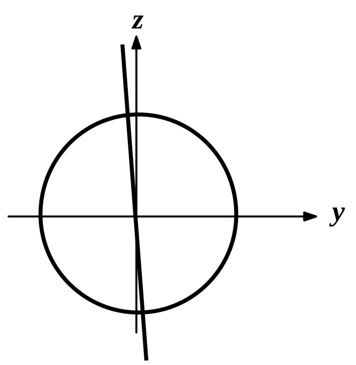
A esta misma conclusión se llega trazando el eje neutro, cuya ecuación es:

$$0 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$$

La ecuación queda:

$$0 = \frac{-2000\ (N)}{48{,}25\,(cm^2)} + \frac{-3200 \cdot 10^2 (N \cdot cm)}{2227{,}5\,(cm^4)} z - \frac{23400 \cdot 10^2 (N \cdot cm)}{2227{,}5\,(cm^4)} y \quad \rightarrow \quad 0 = -41{,}45 - 143z - 1051y$$

*El eje neutro pasa prácticamente por el origen y forma un ángulo de –88º con el eje **y** (prácticamente coincide con el eje **z**).*



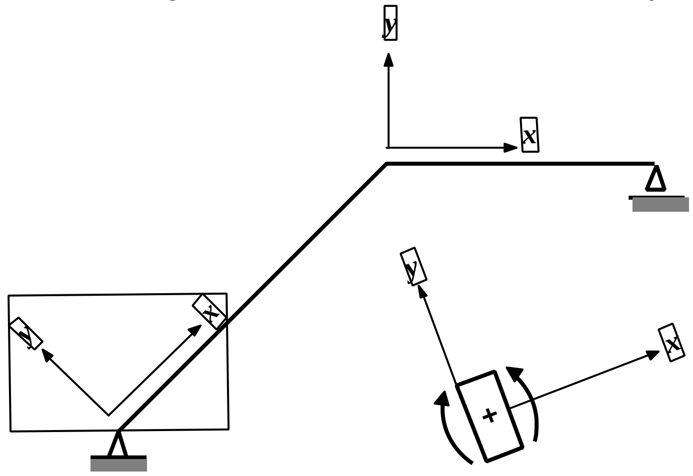
e. n.

La tensión cortante máxima se debe al momento torsor, y su valor es:

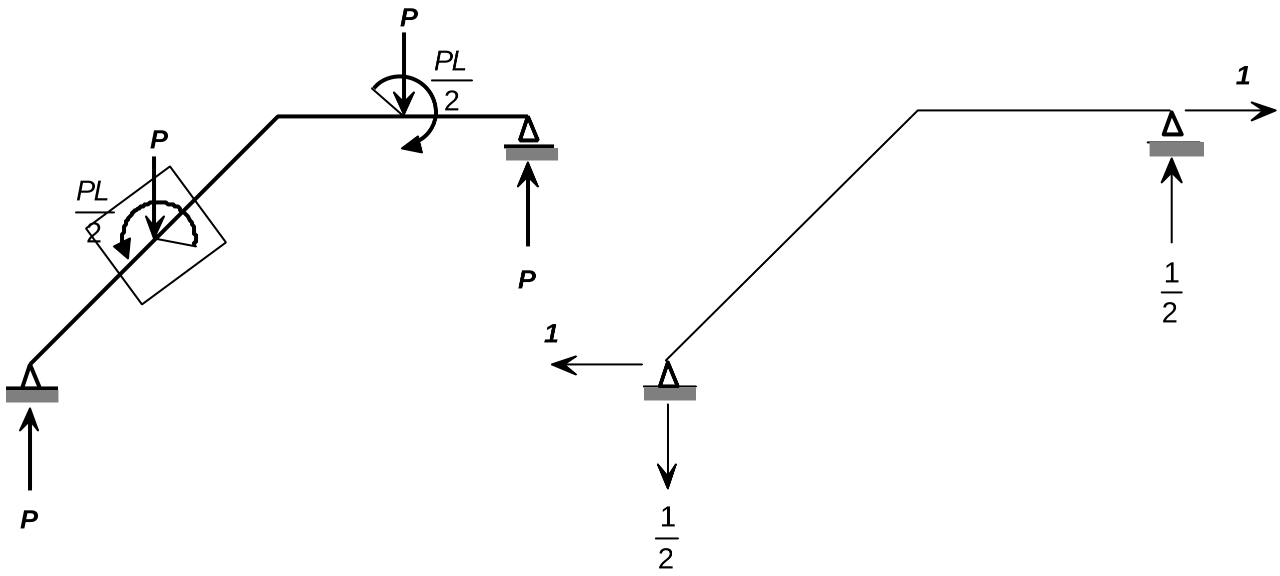
$$t_{máx} = \frac{M_T}{I_0} \cdot \frac{f_e}{2} \quad \rightarrow \quad t_{máx} = \frac{6240 \cdot 10^2 (N \cdot cm)}{2 \cdot 2227{,}5 \left(cm^4\right)} \cdot \frac{20(cm)}{2} = 1400 \left(\frac{N}{cm^2}\right) \equiv 14\,MPa$$

(2 puntos)

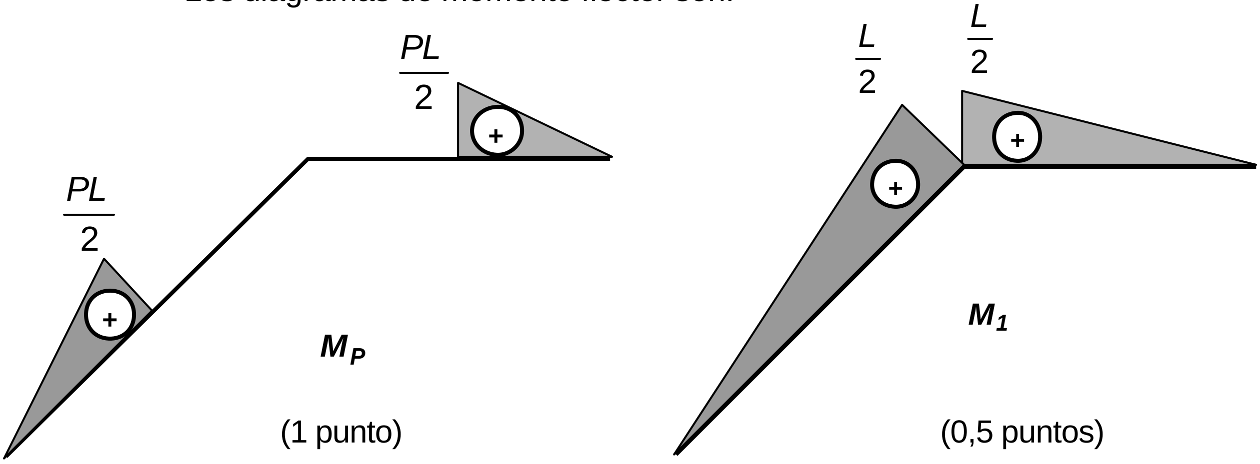
3.- El apoyo B solo permite el desplazamiento horizontal. Para el cálculo de éste se utiliza el método de la carga unidad, escogiendo los sistemas de referencia y el criterio de signos de la figura.



SISTEMA REAL SISTEMA VIRTUAL



Los diagramas de momento flector son:



(1 punto) (0,5 puntos)

La expresión del desplazamiento es: $d_H(B) = \underbrace{\int_0^{\sqrt{2}L} \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx}_{\textit{Barra oblicua}} + \underbrace{\int_0^{L} \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx}_{\textit{Barra horizontal}}$

EI es constante, y las integrales se pueden calcular por el método de multiplicación de gráficos:

$$d_H = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\frac{PL}{2}\frac{\sqrt{2}L}{2} \cdot \frac{2}{3}\frac{L}{4} + \frac{1}{2}\frac{PL}{2}\frac{L}{2} \cdot \frac{2}{3}\frac{L}{4} \right) \quad \rightarrow \quad d_H = \frac{PL^3}{48EI}\left(\sqrt{2}+1\right)$$

Sustituyendo valores numéricos:

$$d_H = \frac{10^3 (N) \cdot 10^9 \left(mm^3\right)}{48 \cdot 2 \cdot 10^5 \left(\frac{N}{mm^2}\right) \cdot 318 \cdot 10^4 mm^4}\left(\sqrt{2}+1\right) = 0{,}079\, mm \qquad \text{(0,5 puntos)}$$

4.- Para que el radio pandee, debe sufrir una tensión de compresión igual al valor de la tensión crítica de Euler (σ_{cr}).

Para que aparezcan tensiones negativas, previamente debe desaparecer la tracción del pretensado (σ_t).

La deformación longitudinal total que puede experimentar el radio es la suma de la necesaria para eliminar el pretensado $\left(-\frac{s_t}{E}\right)$ y la que ocasiona la tensión crítica $\left(-\frac{|s_c|}{E}\right)$. El acortamiento total que puede sufrir será esta deformación multiplicada por la longitud del radio $\Delta L = -\frac{s_t + |s_c|}{E} L$ (1 punto)

Para el cálculo de la tensión crítica es preciso conocer el plano de pandeo:

$$l_{xy} = \frac{L}{\sqrt{\frac{I_z}{\Omega}}} \quad \rightarrow \quad l_{xy} = \frac{L}{\sqrt{\frac{\frac{p}{64}ab^3}{\frac{p}{4}ab}}} = \frac{4 \cdot L}{b} \quad \rightarrow l_{xy} = \frac{4 \cdot 200 (mm)}{3 (mm)} = 267$$

$$l_{xz} = \frac{0{,}7L}{\sqrt{\frac{I_y}{\Omega}}} \quad \rightarrow \quad l_{xz} = \frac{0{,}7L}{\sqrt{\frac{\frac{p}{64}ba^3}{\frac{p}{4}ab}}} = \frac{2{,}8 \cdot L}{a} \quad \rightarrow l_{xz} = \frac{2{,}8 \cdot 200 (mm)}{1 (mm)} = 560$$

La esbeltez máxima se da en el plano **xz** (plano de pandeo).

El valor de la tensión crítica es $\left|\sigma_c\right| = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2_{máx}} \quad \rightarrow \quad \left|\sigma_c\right| = \dfrac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \left(\dfrac{N}{mm^2}\right)}{560^2} = 6{,}3\,MPa$

El acortamiento que puede experimentar el radio es:

$$\Delta L = -\frac{100 + 6{,}3}{2 \cdot 10^5} \cdot 200\,(mm) = 0{,}16\,mm \qquad \text{(1 punto)}$$