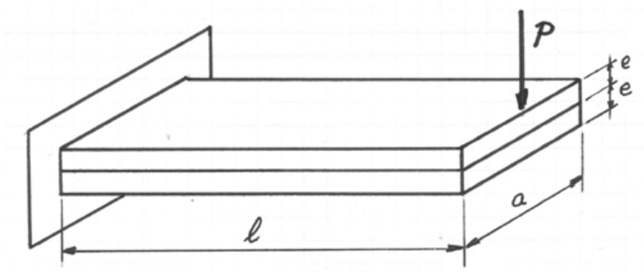
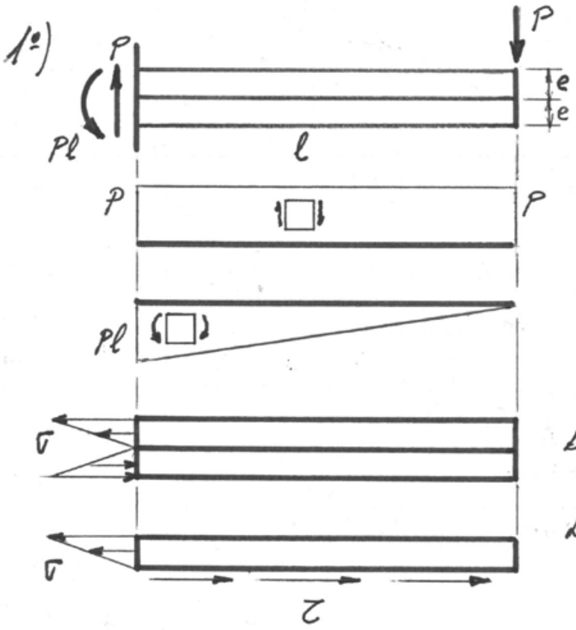
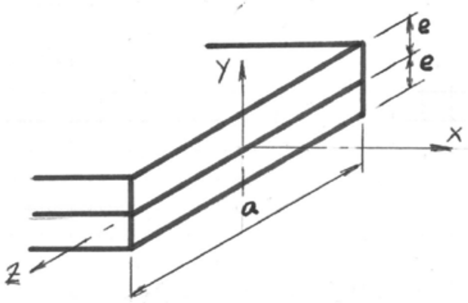
RESISTENCIA DE MATERIALES II
CURSO 2012-13
EXAMEN DE JULIO 4-07-2013

CUESTIONES. SOLUCIÓN

1.- La ménsula de la figura está constituida por dos tablas unidas con un adhesivo de tensión cortante admisible τ_{adm}=20MPa. Se pide la expresión del valor máximo de ***P*** compatible con la resistencia del adhesivo







Distribución de tensión normal σ en el empotramiento

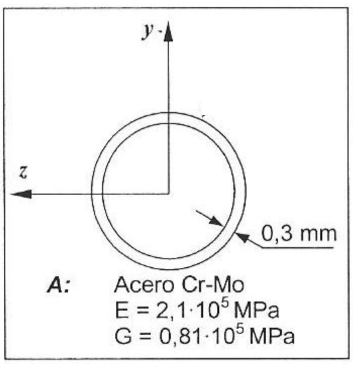
Equilibrio axial en la tabla superior:

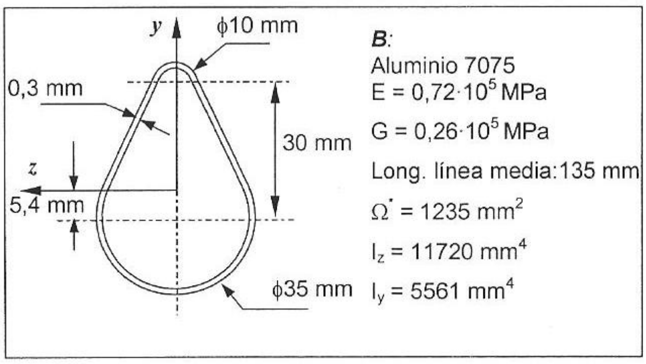
$$\tau\, l\, a = \iint \sigma\, dA = \iint \frac{Pl}{I_z}\, y\, dA = \frac{Pl}{I_z}\iint y\, dA =$$

$$= \frac{Pl}{I_z}\, m_z = \frac{Pl}{\frac{1}{12}a(2e)^3}\, a\cdot e\cdot \frac{e}{2} \le \tau_{adm}\cdot l\cdot a$$

De donde: $P_{max} = \frac{4}{3}\,\tau_{adm}\cdot e\cdot a$

2.- En la Figura B se representa la sección recta de un perfil especial para bicicletas de competición. Hallar el diámetro exterior **Φ** del tubo, cuya sección recta se presenta en la Figura A, que presenta la misma rigidez a torsión (GI_t). Para el diámetro obtenido, hallar la relación entre las tensiones normales máximas en ambos perfiles para una flexión M_z





2°) Rigidez a torsión del perfil B (perfil delgado cerrado):

$$K_T = GI_t = \frac{4GA^{*2}}{\int_L \frac{ds}{e}} = \frac{4\cdot 0{,}26\cdot 10^5\,MPa\cdot 1235^2\,mm^4}{135\,mm/0{,}3\,mm} = 351496444\,N\cdot mm^2$$

Rigidez a torsión del tubo A:

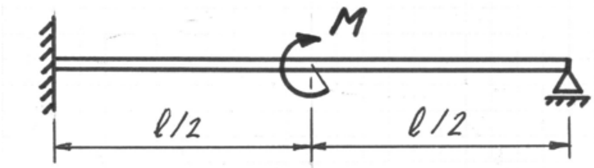
$$GI_0 = G\frac{\pi}{2}\left(\left(\frac{\phi}{2}\right)^4 - \left(\frac{\phi-2e}{2}\right)^4\right)$$

Sustituyendo $G = 0{,}81\cdot 10^5\,MPa$ e igualando, $K_T = GI_0$, se obtiene: $\phi = 26{,}73\,mm$

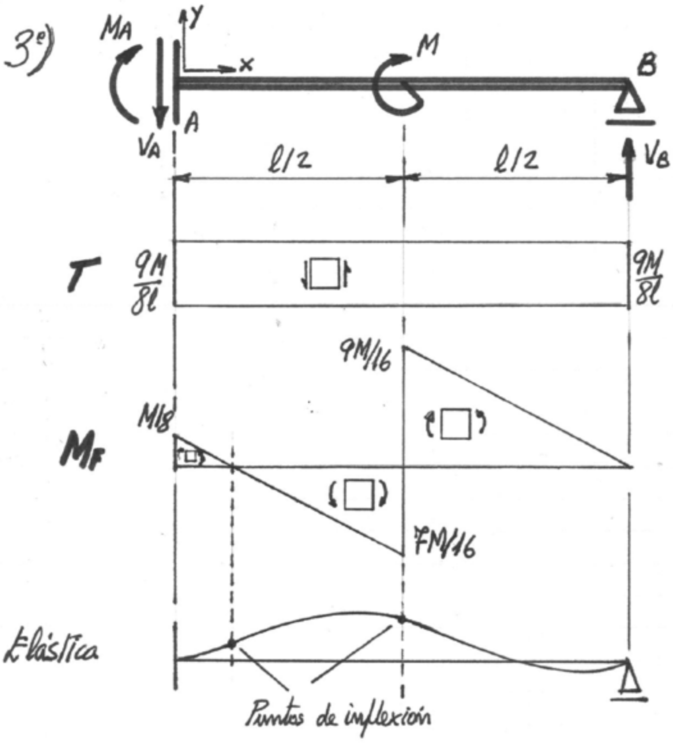
– Relación entre las tensiones máximas para M_z:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{mxA} &= \frac{M_z}{I_z}\,y_{mx} = \frac{M_z}{\frac{\pi}{4}\left(\left(\frac{\phi}{2}\right)^4 - \left(\frac{\phi-2e}{2}\right)^4\right)}\,\frac{\phi}{2} \\ \sigma_{mxB} &= \frac{M_z}{I_z}\,y_{mx} = \frac{M_z}{11720\,mm^4}\left(30+\frac{10}{2}-54\right)mm \end{aligned}\right\}\quad \frac{\sigma_{mxB}}{\sigma_{mxA}} = 2{,}93$$

3.- Determinar los diagramas de esfuerzos y trazar a estima la elástica de la viga de la figura (indique claramente las curvaturas y los puntos de inflexión en caso de que existan)



3°)



Equilibrio de fuerzas exteriores:

$$V_A = V_B \qquad M_A + M - V_B\,l = 0$$

Problema hiperestático de grado 1

Ecuación universal:

$$EIy = EIy_0 + EI\theta_0 x + \frac{M_A}{2}x^2 - \frac{V_A}{6}x^3 + \frac{M}{2}\left\langle x-\frac{l}{2}\right\rangle^2$$

Condiciones de contorno:

$$y_0 = 0 \qquad \theta_0 = 0 \qquad y(l) = 0$$

De las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de contorno se obtiene:

$$V_A = V_B = \frac{9M}{8l} \qquad M_A = \frac{M}{8}$$

4.- Determinar y representar a escala 1:1 el núcleo central de una sección HEB-100

4º) Recta tangente al contorno AB: $y=50$, o bien: $1-\frac{y}{50}=0$

Obligando a que sea eje neutro: $1+\frac{\eta}{i_z^2}y+\frac{\xi}{i_y^2}z=0 \longrightarrow C_{AB}\equiv(\eta=-34,6\ ;\ \xi=0)$

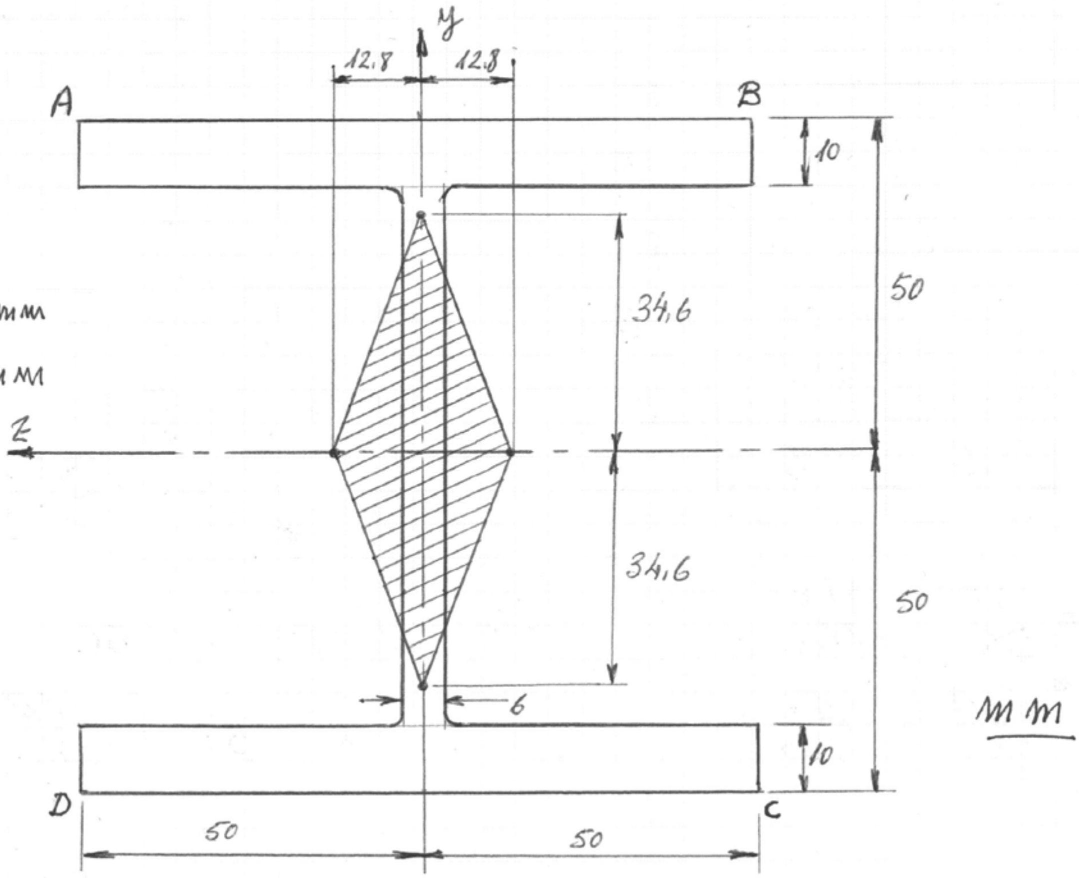
Recta tangente al contorno BC: $z=-50$. Obligando a que sea eje neutro $\rightarrow C_{BC}\equiv(\eta=0\ ;\ \xi=12,8)$

Por la simetría: $C_{CD}(\eta=34,6\ ;\ \xi=0)$, $C_{DA}(\eta=0\ ;\ \xi=-12,8)$

Tablas:

$i_y=25,3$ mm

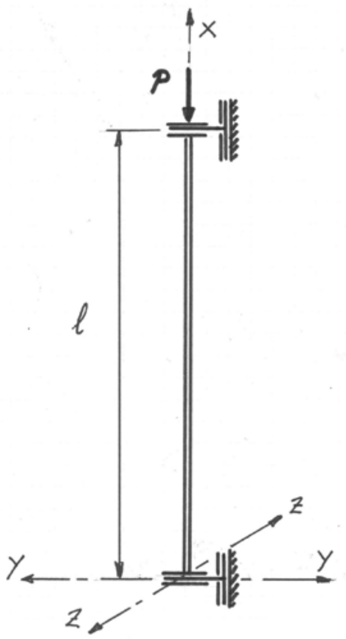
$i_z=41,6$ mm



5.- El soporte de la figura es de sección rectangular *a*x*b* (siendo *a*>*b*) y tiene los extremos biarticulados en el plano *xz* y biempotrados en el plano *xy*. Calcular las dimensiones *a* y *b* para que el plano de pandeo esté indeterminado.

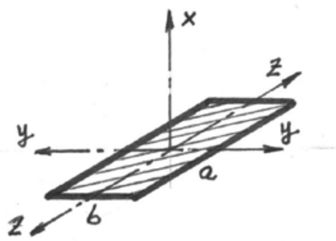
Datos: $P=12kN$; $\ell=2m$; $E=2\cdot10^2 MPa$;

Coeficiente de seguridad a pandeo = 2



5º) $l_p^{xz} = l_{py} = l = 2m$ (biarticulado)
$l_p^{xy} = l_{pz} = l/2 = 1m$ (biempotrado)

Orientación más favorable:



Plano de pandeo indeterminado: $\lambda^{xz} = \lambda^{xy} \rightarrow l_p^{xz}/i_y = l_p^{xy}/i_z$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{ba^3/12}{ab}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad ; \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{ab^3/12}{ab}} = \frac{b}{2\sqrt{3}} \quad \Bigg\} \; a = 2b$$

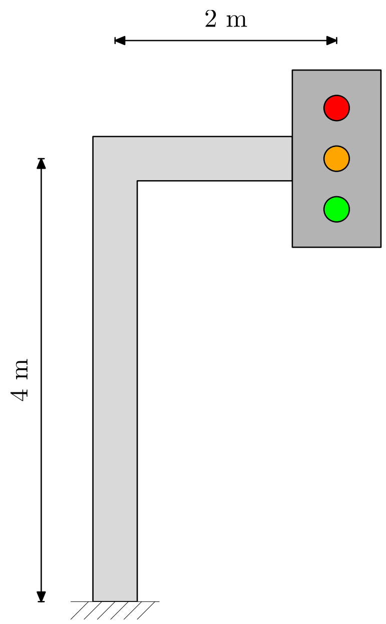
$$P_{crit} = nP = \frac{\pi^2 E I_y}{(l_p^{xz})^2} = \frac{\pi^2 E I_z}{(l_p^{xz})^2} \longrightarrow I_y = nP\,\frac{(l_p^{xz})^2}{\pi^2 E} = \frac{ba^3}{12} = \frac{a^4}{24}$$

De donde: $a = \sqrt[4]{\frac{24nP}{\pi^2 E}(l_p^{xz})^2} = 32{,}87\ mm$, $b = 16{,}43\ mm$

RESISTENCIA DE MATERIALES II

CURSO 2012-13
4/7/2013
1h 15 min

Fecha de publicación de la preacta: 10/7/2013
Fecha y hora de la revisión del examen: 16/7/2013 a las 9:00



1. El semáforo de la figura pesa 3000 N y está sujeto por un poste de acero de sección tubular hueca con diámetro 20 cm y espesor 2 mm. Además de su peso, el viento ejerce una fuerza horizontal de 400 N sobre el centro de gravedad del semáforo y normal a su superficie.

a) Determinar la sección crítica del poste, y todos los esfuerzos que actúan sobre ésta (2 P).

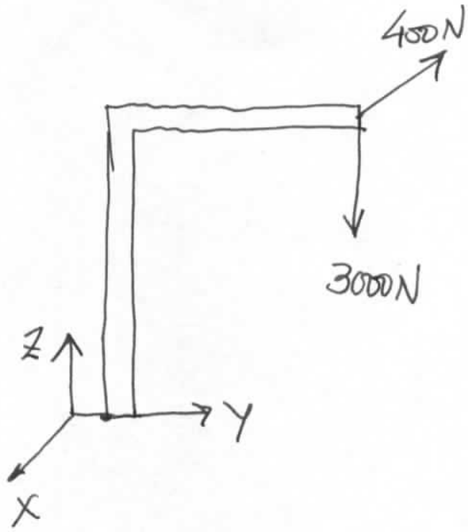
b) Calcular, en la sección crítica, la tensión *normal* máxima (2 P) y la tensión equivalente máxima según el criterio de Tresca (2 P).

c) Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores, esfuerzo normal y esfuerzos cortantes en el poste (la parte vertical y la horizontal) cuando la fuerza del viento es nula (2 P).

d) Calcular el desplazamiento vertical del semáforo cuando la fuerza del viento es nula (ignorar la deformación axial del poste y la debida al cortante) (2 P).

(Datos: $E = 210$ GPa. Suponer que el peso del poste es despreciable).

a) Sección crítica del poste y esfuerzos.



La sección crítica será la de la base del poste. Las reacciones en la misma son:

$$R_x = 400\,N$$
$$R_y = 0$$
$$R_z = 3000\,N$$
$$M_x = 3000 \cdot 2 = 6000\ N.m$$
$$M_y = 400 \cdot 4 = 1600\ N.m$$
$$M_z = -400 \cdot 2 = -800\ N.m$$

Así pues, los esfuerzos sobre ésta son:

b) Tensión normal máxima y equivalente (según Tresca)

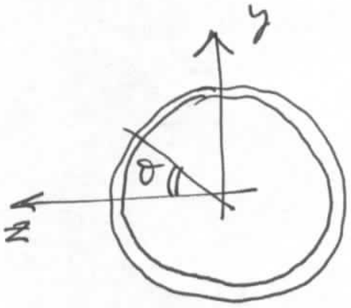
$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z}\,y + \frac{M_y}{I_y}\,z + \frac{N}{A}$$

siendo $I_z = I_y = \frac{\pi}{4}\left(r_{ext}^4 - r_{int}^4\right) = 6{,}1 \cdot 10^6\ mm^4$

$$A = \pi\left(r_{ext}^2 - r_{int}^2\right) = 1244\ mm^2$$

Usando los resultados de (a)

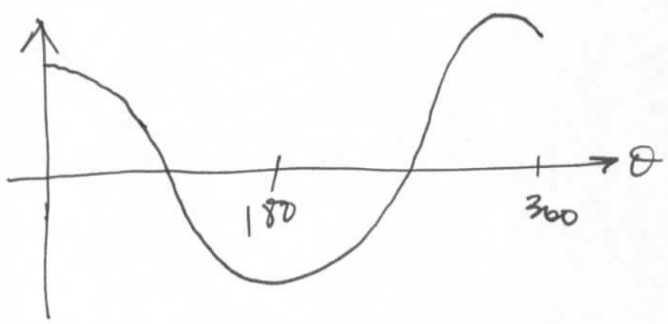
$$\sigma_x = -\frac{6000 \cdot 10^3}{6{,}1 \cdot 10^6}\, y + \frac{1600 \cdot 10^3}{6{,}1 \cdot 10^6}\, z - \frac{3000}{1244}$$



Como la sección es circular no sabemos a priori cuál es el punto de máxima tensión, pero sí que será en el exterior de la misma. Por lo tanto, tomando

$$z = r_{ext} \cos\theta \ , \quad y = r_{ext} \operatorname{sen}\theta$$

vemos que la tensión es sólo función de θ. Dibujamos σ(θ)



y el valor máximo (en valor absoluto) es

$$|\sigma_{max}| = +31{,}75 \text{ MPa} \qquad \text{para } \theta = 153^\circ$$

la tensión tangencial (despreciando la contribución del cortante) es la debida al momento torsor:

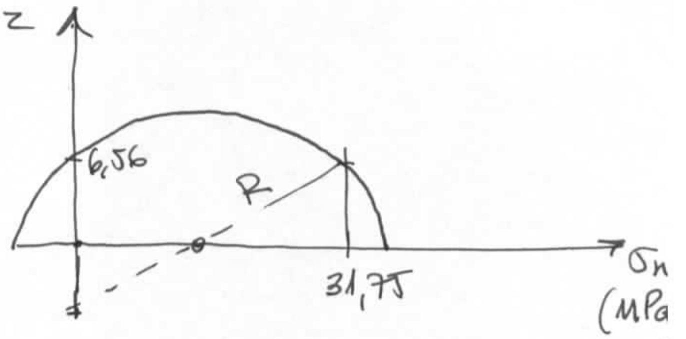
$$\tau = \frac{M_t}{I_o}\, r$$

con $I_o = \frac{\pi}{2}\left(r_{ext}^4 - r_{int}^4\right) = 12{,}2 \cdot 10^6 \ mm^4$.

la máxima será para $r = r_{ext}$

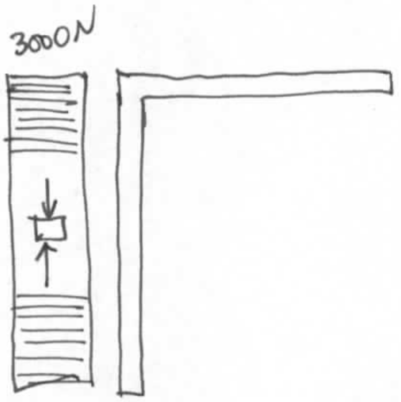
$$\tau_{max} = \frac{800 \cdot 10^3}{12{,}2 \cdot 10^6} \cdot 100 = 6{,}56 \ MPa$$

A partir del diagrama de Mohr del estado tensional en los puntos más cargados concluimos $\sigma_{eq} = 2R$

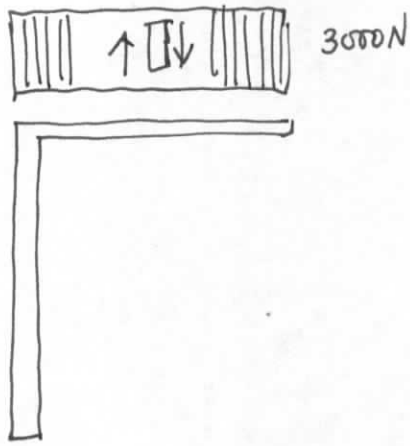


$$\sigma_{eq} = 2\sqrt{\tau_{max}^2 + \left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2} = 34{,}35 \ MPa$$

c) Esfuerzos en el poste



N

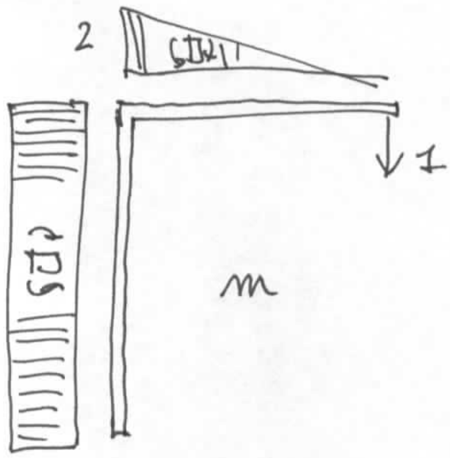


T

M

d) Desplazamiento vertical del semáforo

Empleando el método de la carga unidad



$$\delta = \frac{1}{EI} \int M \, m \, dx$$

$$= \frac{1}{210 \cdot 10^3 \cdot 6{,}1 \cdot 10^6} \int_0^2 3000 \cdot x \cdot x \, dx$$

$$+ \frac{1}{210 \cdot 10^3 \cdot 6{,}1 \cdot 10^6} \int_0^4 6000 \cdot 2 \, dx = 43{,}74 \text{ mm}$$