RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE JUNIO

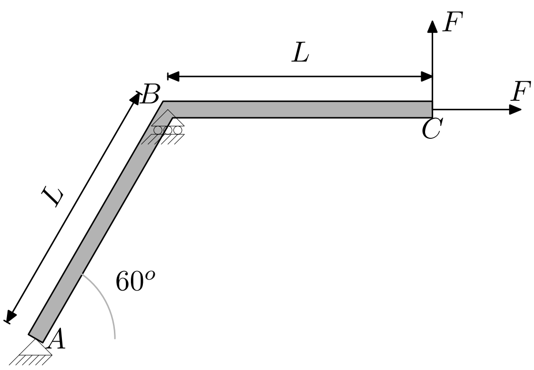
CURSO 2012-13
30/5/2013
1 h 15 min

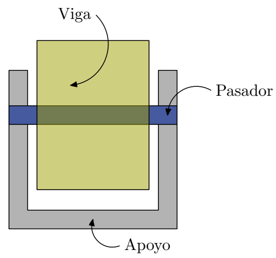
Fecha de publicación de la preacta: 7/6/2013
Fecha y hora de la revisión del examen: 13/6/2013 a las 9:30

---

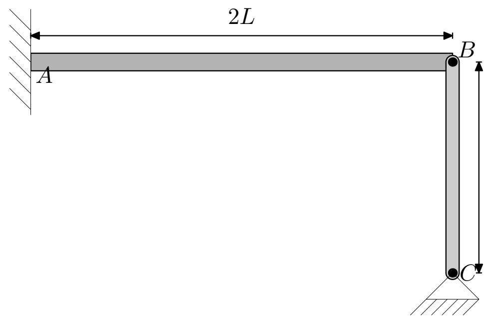
1. Un perfil IPE de 2 m de longitud, empotrado en un extremo, soporta un par torsor $M_t = 30$ N·m en su extremo libre. Indicar la menor sección que garantiza que el ángulo relativo entre los extremos no sea mayor de 2^o e indica el factor de seguridad del perfil si el límite elástico del material es $\sigma_e = 100$ MPa. (Módulo de cortante: $G = 100$ GPa) (2 puntos).

2. Los apoyos de la viga de la figura de la izquierda están construidos con pasadores de acero de límite elástico $\sigma_e = 300$ MPa. En la figura de la derecha se dibuja una sección transversal de un apoyo, donde se puede apreciar cómo los pasadores soportan la resultante sobre el apoyo. Indica la sección mínima de éstos, dimensionándolos a cortante y con un coeficiente de seguridad de 3 (Datos: $F = 2000$ N) (2 puntos).

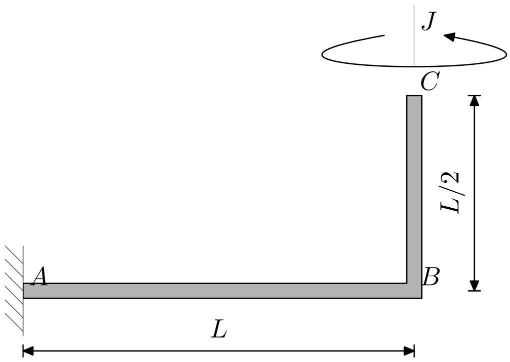




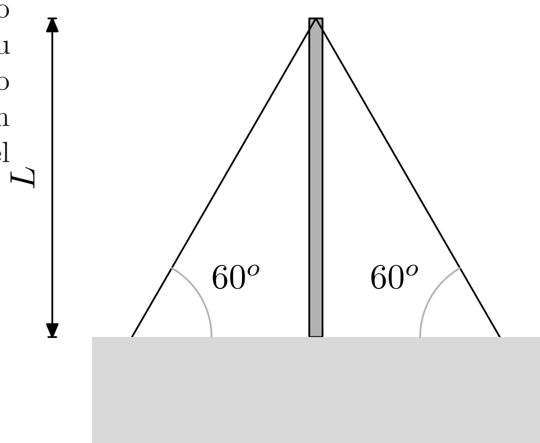
3. La estructura de la figura consta de una viga AB empotrada en un extremo, con una sección de rigidez a flexión EI y conectada a una barra biarticulada BC con sección de rigidez axial EA. Si la barra sufre un incremento térmico ΔT y su coeficiente de dilatación térmica es α, determinar el esfuerzo de compresión en la barra. (DATO: Flecha en el extremo de una viga en voladizo sometido a una carga vertical en su extremo libre $\delta = PL^3/(3EI)$) (2 puntos).



4. Un codo empotrado de sección circular está sometido a un par concentrado J en su sección libre, como se indica en la figura. Encuentra el giro de la sección bajo el punto de aplicación del par concentrado. (Datos: E: módulo de Young, $G = E/2$: módulo de cortante, ϕ: diámetro del tubo) (2 puntos).



5. El mástil de un barco es un perfil rectangular hueco 180.100.8 de aluminio ($E = 80$ GPa) y longitud $L = 5$ m. Su base está empotrada en la cubierta del barco y en su extremo se enganchan dos cables (ver figura). Determinar la tensión máxima de los cables (que es igual en ambos) para que el coeficiente de seguridad a pandeo del mástil sea 2 (2 puntos).



SOLUCIÓN CUESTIONES - RESISTENCIA DE MATERIALES II - 30/5/2013

1. Los perfiles IPE tiene secciones de pared delgada abiertas, para las que el giro relativo entre extremos se puede escribir como

$$\theta = \frac{M_t\ L}{G\ I_t}$$

siendo I_t la inercia a torsión, disponible en las tablas. Si el giro entre los extremos ha de ser menor o igual que 2^o la inercia a torsión ha de verificar

$$I_t \geq \frac{M_t\ L}{G\ 2(\pi/180)} = 17189\ \text{mm}^4$$

El perfil de menor sección que verifica la relación anterior es, de acuerdo a las tablas, el IPE120. Para éste el módulo resistente a torsión y la máxima tensión cortante en la sección son

$$W_t = \frac{I_t}{e_{\max}} = \frac{17700}{6.3} = 2810\ \text{mm}^3\ , \qquad \tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{30 \cdot 10^3}{2810} = 10.68\ \text{MPa}\ .$$

Finalmente, el coeficiente de seguridad en el perfil, empleando el criterio de Tresca, será

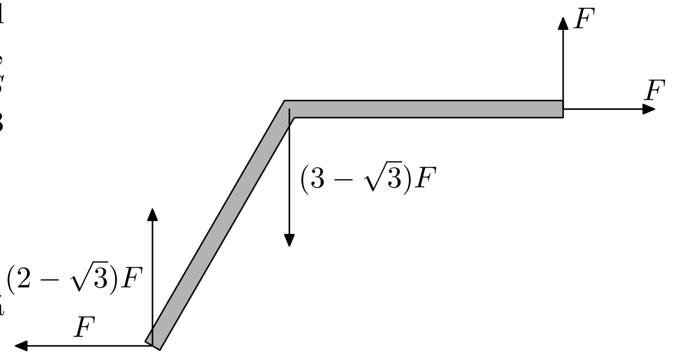
$$n = \frac{\tau_e}{\tau_{\max}} = \frac{\sigma_e/2}{\tau_{\max}} = 50/10.68 = 4.7$$

---

2. El diagrama de la figura indica los valores de las reacciones en los dos apoyos. El módulo ambos es $T_A = 1.035P$ y $T_B = 1.268\ P$, siendo por tanto mayores las tensiones cortantes en el pasador del apoyo B. Como este pasador está a doble cortadura, la tensión en el mismo será $\tau = T_B/(2S)$, siendo S su sección. Para que el coeficiente de seguridad sea 3 deberá verificarse

$$3 = \frac{\tau_e}{\tau} = \frac{\sigma_e/2}{T_B/(2S)}$$

por lo que la sección mínima de los pasadores será $S = 25.4\ \text{mm}^2$, y su diámetro 5.7 mm;



---

3. Llamando N al esfuerzo de compresión en la barra se observa que la flecha en el extremo de la viga empotrada es

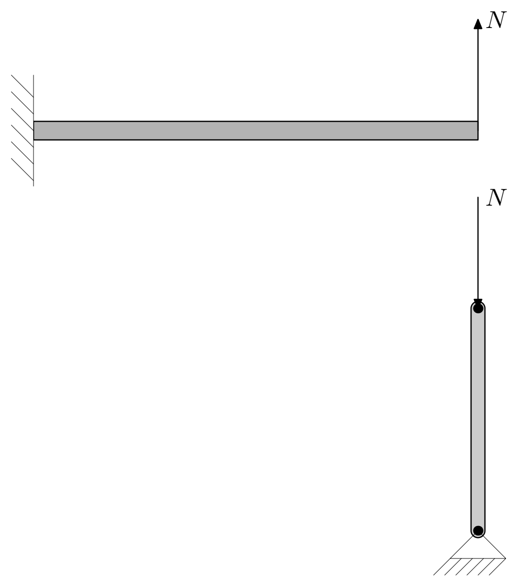
$$v(L) = \frac{N(2L)^3}{3EI}$$

y que el alargamiento de la barra es

$$\delta = \alpha\ \Delta T L - \frac{NL}{EA}\ .$$

Por compatibilidad de desplazamientos ambas distancias han de ser iguales, y de $v(L) = \delta$ se sigue que

$$N = \frac{\alpha\ \Delta T}{\frac{8L^2}{3EI} + \frac{1}{EA}}\ .$$



---

4. El tramo AB del codo está sometido a flexión pura de valor J y el tramo BC a torsión pura, también de valor J. Por tanto, la energía elástica del codo es

$$U = \frac{J^2 L}{2EI} + \frac{J^2(L/2)}{2GI_o}$$

Por el teorema de Castigliano, el giro bajo el par aplicado es

$$\theta = \frac{\partial U}{\partial J} = J\left(\frac{L}{EI} + \frac{L}{2GI_o}\right) = \frac{24JL}{\pi E\phi^2} ,$$

donde hemos usado $2I = I_o = \frac{\pi}{32}\phi^4$.

---

5. La menor inercia a flexión del perfil es, según los datos de tablas, $I_y = 637 \cdot 10^4 \text{mm}^4$. Como el mástil está empotrado-libre, la carga de pandeo de Euler será

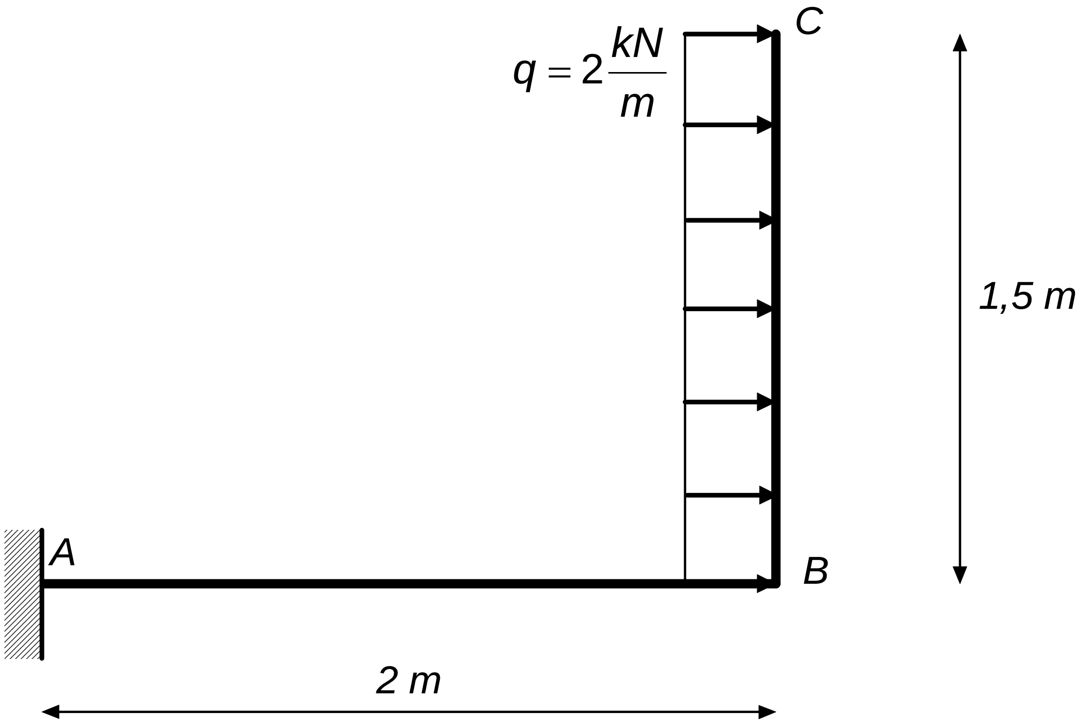
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} = \frac{\pi^2 80 \cdot 10^3 637 \cdot 10^3}{(2 \cdot 5000)^2} = 50{,}3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

La fuerza de compresión N en el mástil está relacionada con la tensión T en los cables mediante la expresión $N = 2T\cos 30$, se sigue que para que el coeficiente de seguridad del mástil sea 2, la tensión en los cables ha de ser menor o igual a

$$T = \frac{P_{cr}/2}{2\cos 30} = 14{,}5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

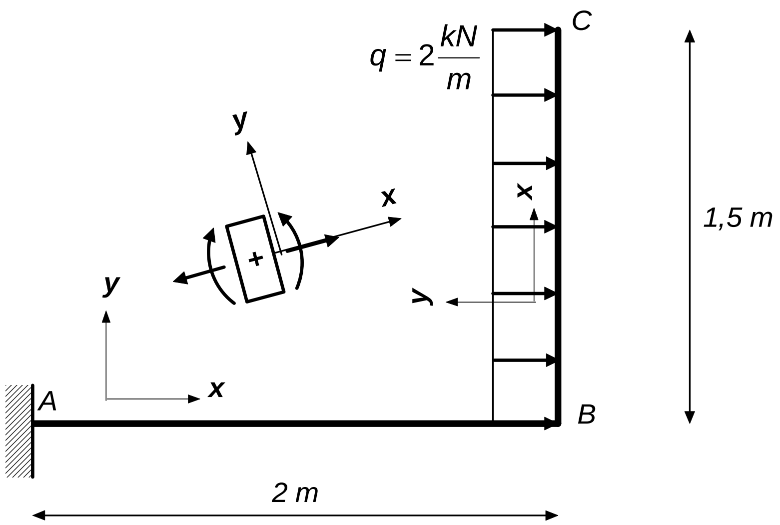
PROBLEMA (10 puntos)

Dimensione las barras de la estructura de la figura con el mínimo perfil IPE posible (el mismo para todas ellas), para que ni se supere la tensión admisible del acero (σ_{adm} = 275 MPa), ni el desplazamiento transversal máximo con respecto a la línea media de cada barra supere la longitud de ésta dividida por 300 (E = 210 GPa).

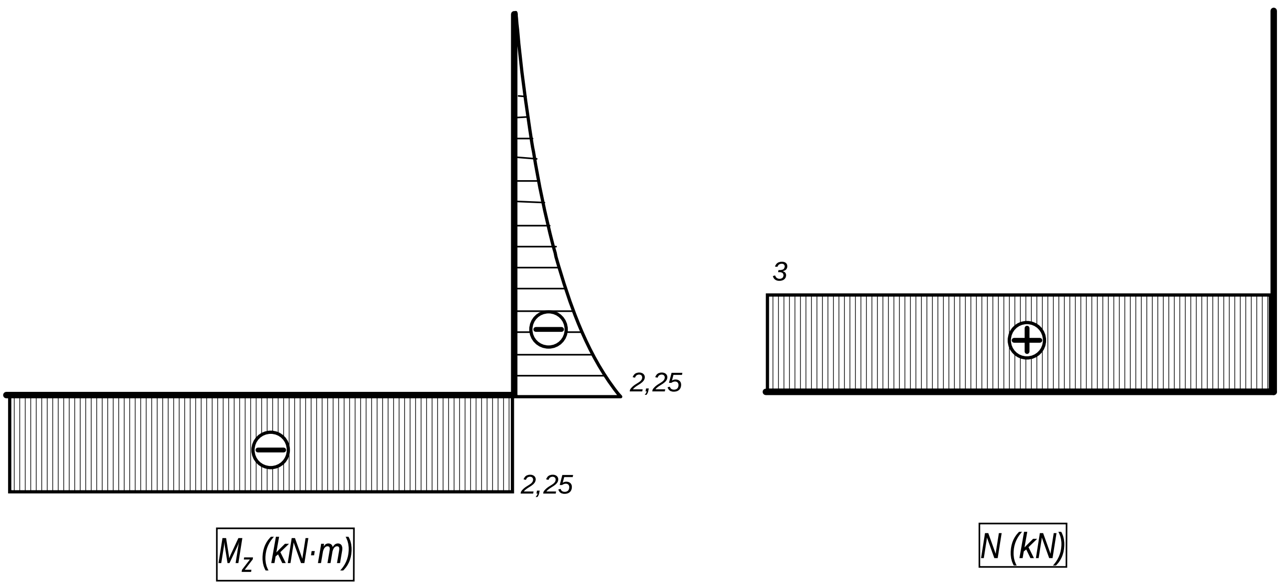


RESOLUCIÓN

Para el dimensionamiento frente a tensión y frente a desplazamiento son necesarios los diagramas de esfuerzo normal y momento flector (se desprecia el efecto del esfuerzo cortante por ser las vigas presumiblemente esbeltas). Se emplean las referencias locales y el criterio de signos de la figura.



Los diagramas son los siguientes.



(1,5 puntos)

La barra BC está sometida a flexión simple, y la AB a flexo-tracción, ambas con el mismo valor del momento máximo, por lo que la más desfavorable es la AB. Se comienza por dimensionar a flexión simple para comprobar posteriormente a flexión y tracción.

$$W_z > \frac{|M_z|_{máx}}{\sigma_{adm}} \quad \rightarrow \quad W_z > \frac{2{,}25 \cdot 10^6 \, N \cdot mm}{275 \, \frac{N}{mm^2}} = 8{,}2 \cdot 10^3 \; mm^3$$

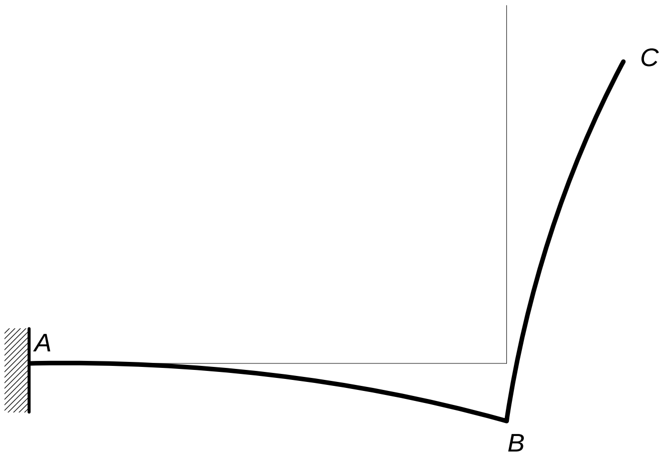
El primer perfil que cumple es el IPE 80. (0,5 puntos)

Se comprueba a flexo-tracción:

$$\frac{N}{A}+\frac{|M_z|_{máx}}{W_z}<\sigma_{adm} \quad \rightarrow \quad \frac{3 \cdot 10^3 N}{7{,}64 \cdot 10^2 mm^2}+\frac{2{,}25 \cdot 10^6 N \cdot mm}{20 \cdot 10^3 mm^3}=116{,}4\frac{N}{mm^2}<275\ MPa \text{ (cumple)}$$

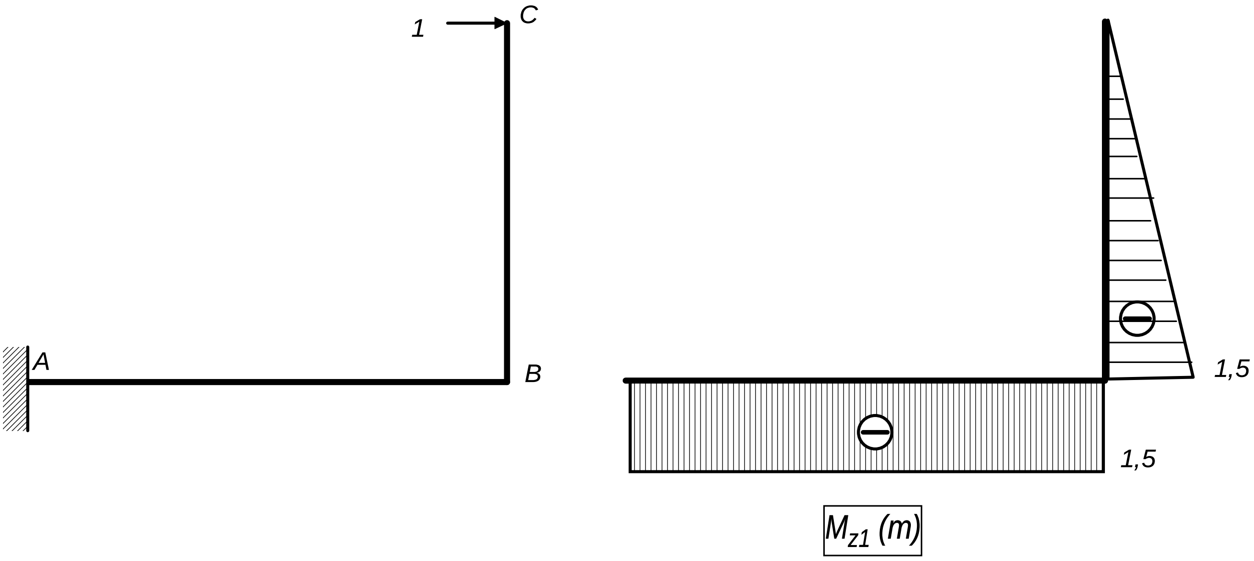
(1 punto)

Para encontrar los desplazamientos transversales máximos en ambas barras es preciso dibujar la deformada a estima, trazando las curvaturas según el diagrama de momento flector.



Las secciones B de la barra AB y C de la barra BC son las más desfavorables. Se procede a calcular estos desplazamientos mediante el método de la carga unidad.

Sistema virtual para el desplazamiento horizontal en C:



(1 punto)

$$\delta_{1C}=\int_0^{2m}\frac{M_z M_{z1}}{EI_z}dx+\int_0^{1{,}5m}\frac{M_z M_{z1}}{EI_z}dx$$

$$\delta_{1C}=\frac{1}{EI_z}\left[\int_0^{2m}(-2{,}25)(-1{,}5)dx+\int_0^{1{,}5m}(-2)\frac{(1{,}5-x)^2}{2}(-1)(1{,}5-x)dx\right]$$

Viniendo las integrales en kN·m³. Sustituyendo:

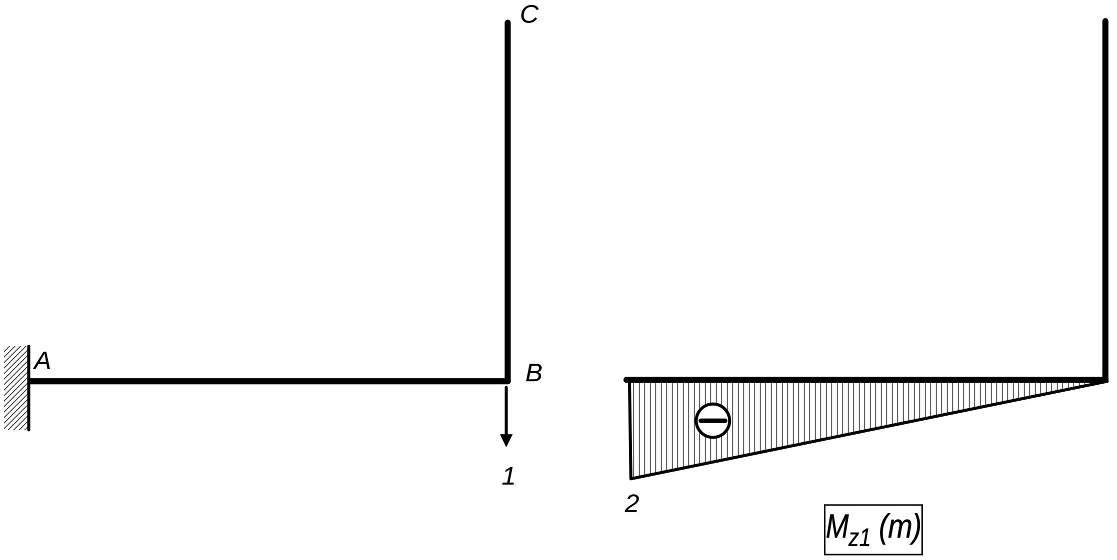
$$\delta_{1C} = \frac{1}{2{,}1 \cdot 10^5 \left(\frac{N}{mm^2}\right) I_z \left(mm^4\right)} \left[2{,}25 \cdot 1{,}5 \cdot 2 + \frac{1{,}5^4}{4} \right] \cdot 10^{12} \left(N \cdot mm^4\right) = \frac{3{,}82 \cdot 10^7}{I_z} mm \text{ (3 puntos)}$$

Este desplazamiento debe ser inferior a $\frac{1500}{300} = 5\ mm$, por lo que:

$$I_z > \frac{3{,}82 \cdot 10^7}{5} = 0{,}763 \cdot 10^7\ mm^4$$

El primer perfil que cumple es el IPE 160. (1 punto)

El sistema virtual para el desplazamiento vertical en B es:



(0,5 puntos)

$$\delta_{1B} = \int_0^{2m} \frac{M_z M_{z1}}{EI_z} dx + \int_0^{1{,}5m} \frac{M_z M_{z1}}{EI_z} dx \rightarrow \quad \delta_{1B} = \frac{1}{EI_z} \int_0^{2m} (-2)(2-x)(-2{,}25) dx \quad \rightarrow \quad \delta_{1B} = \frac{2{,}14 \cdot 10^7}{I_z}$$

El desplazamiento debe ser inferior a $\frac{2000}{300} = 6{,}67\ mm$, por lo que:

$$I_z > \frac{2{,}14 \cdot 10^7}{6{,}67} = 0{,}322 \cdot 10^7\ mm^4 \text{ (perfil IPE 140)}$$

El perfil más restrictivo de los tres es el IPE 160. (1,5 puntos)