

Número de matrícula				
<input type="checkbox"/> 0				
<input type="checkbox"/> 1				
<input type="checkbox"/> 2				
<input type="checkbox"/> 3				
<input type="checkbox"/> 4				
<input type="checkbox"/> 5				
<input type="checkbox"/> 6				
<input type="checkbox"/> 7				
<input type="checkbox"/> 8				
<input type="checkbox"/> 9				

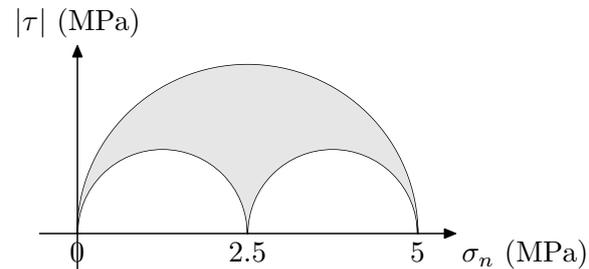
Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o lápiz, rellenando la **completamente** la casilla correspondiente a la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- No doble ni grape las hojas.
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ($-1/4$).

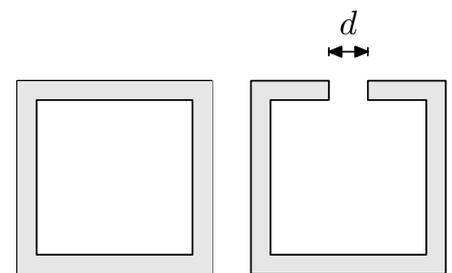
1. En un sólido deformable, el estado tensional en su centro de gravedad está representado gráficamente por el diagrama de Mohr de la figura.

- Todos los puntos del sólido están sometidos a tracción.
- No hay ningún punto en el sólido sometido a compresión.
- No se puede saber nada del estado tensional en puntos del sólido distintos al centro de gravedad.
- La tensión máxima de tracción en el sólido es de 5 MPa.



2. En la figura se representan dos secciones de pared delgada, ambas sometidas a torsión. Indicar la respuesta verdadera:

- Si d es muy pequeño la rigidez a torsión de ambas secciones es prácticamente idéntica.
- La rigidez a torsión de la sección de la derecha es menor que la de la izquierda.
- La rigidez a torsión de la sección de la derecha es independiente de d .
- La distribución de tensiones cortantes es la misma en ambas secciones lejos de la ranura.



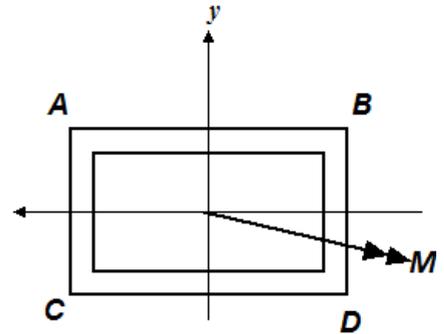
3. El módulo resistente a torsión de una sección se puede expresar en:

 cm^2 Es adimensional cm^3 cm^4

CORRECTED

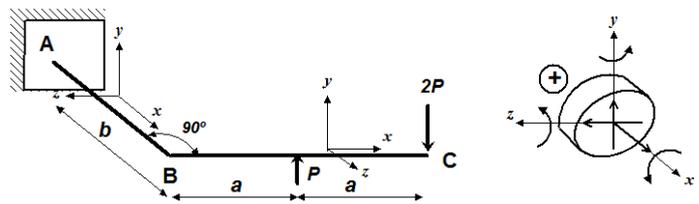
4. En la sección de la figura, sometida a momento flector M , la tensión de compresión máxima se da en:

- C B y C A y D B



5. Los esfuerzos no nulos en la sección B de la barra AB de la estructura de la figura son:

- $T_y = -P, M_z = -3Pa$ $T_y = -P, M_T = -3Pa$
 $T_y = -P, M_T = 3Pa$ $T_y = P, M_z = 3Pa$

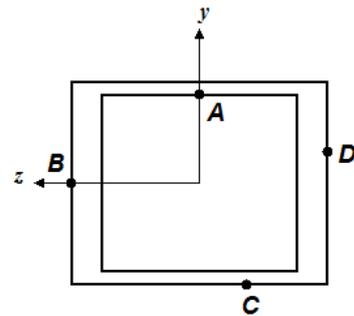


6. En una viga de sección compuesta de varios materiales sometida a flexión

- El eje neutro de la sección pasa siempre por el centro de gravedad de la misma.
 Las tensiones normales debidas a la flexión tienen fuerza resultante no nula.
 La deformación longitudinal en puntos de la sección y dirección normal a ésta es proporcional a la distancia del punto al eje neutro.
 La tensión en puntos de la sección y dirección normal a ésta es una función lineal de la distancia del punto al eje neutro.

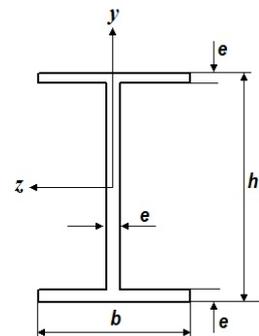
7. En la sección tubular cuadrada de pequeño espesor de la figura, sometida a $M_T > 0$ y $M_z > 0$, de los cuatro puntos marcados, el más desfavorable según el criterio de Tresca es:

- D C A B



8. En la sección de la figura, el momento estático m_z de media sección respecto al eje z , es:

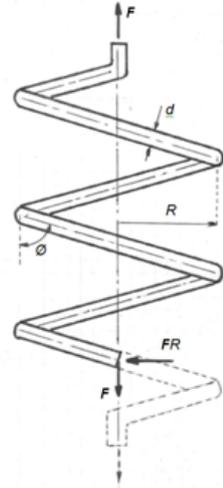
- $m_z = be \left(\frac{h}{2} - \frac{e}{2} \right) + \frac{e}{2} \left(\frac{h}{2} - e \right)$ $m_z = be \left(\frac{h}{2} - \frac{e}{2} \right) + \frac{e}{2} \left(\frac{h}{2} - e \right)^2$
 $m_z = be \left(\frac{h}{2} - \frac{e}{2} \right)$ $m_z = 0$



CORRECTED

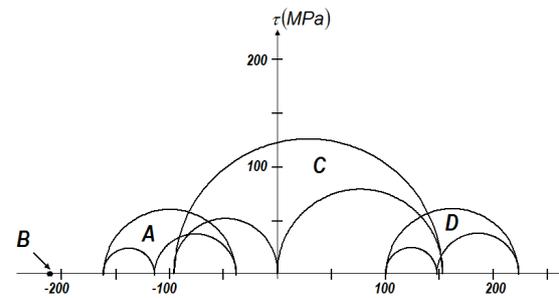
9. En el muelle helicoidal sometido a tracción de la figura, se han indicado las resultantes de fuerza y de momento que actúan en una sección recta genérica. Marque la opción CORRECTA relativa a los esfuerzos en la sección:

- El momento torsor es $M_T = -FR \cos \phi$
- Es esfuerzo cortante es nulo
- El esfuerzo normal es de tracción y tiene por expresión $N = F \cos \phi$
- El momento flector es $M_F = FR \sin \phi$



10. Indique qué estado o estados tensionales se encuentran en régimen plástico según el criterio de Tresca, para un material con límite elástico $\sigma_e = 200$ MPa.

- B y D C Ninguno A, B y D



CORRECTED

Publicación de la preacta: Lunes 14 de Julio
Revisión de examen: Jueves 17 de Julio a las 17 horas

PROBLEMA 1 (10 puntos)

La viga empotrada-libre sometida a torsión de la Figura 1, está constituida por un primer tramo ($0 < x < \ell/2$) de perfil delgado tubular cuya sección se indica en la Figura 2, y un segundo tramo ($\ell/2 < x < \ell$) de medio perfil del mismo tipo (Figura 3).

Si: $M=0,1\text{kN}\cdot\text{m}$, $\ell=1\text{m}$ y $G=80.000\text{MPa}$, se pide:

- 1º) Diagrama de momentos torsores
- 2º) Tensión tangencial máxima en cada tramo
- 3º) Giros relativos $|\theta(\ell/2) - \theta(0)|$ y $|\theta(\ell) - \theta(\ell/2)|$
- 4º) Energía elástica acumulada en cada tramo expresada en Julios

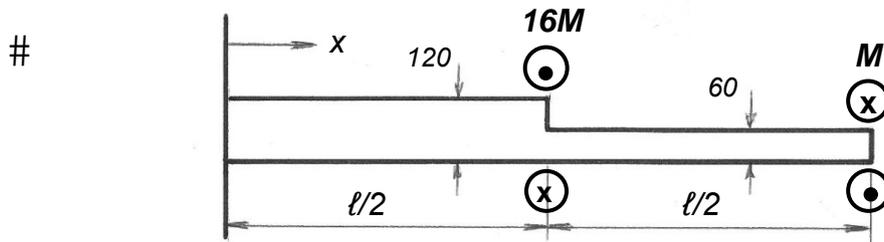
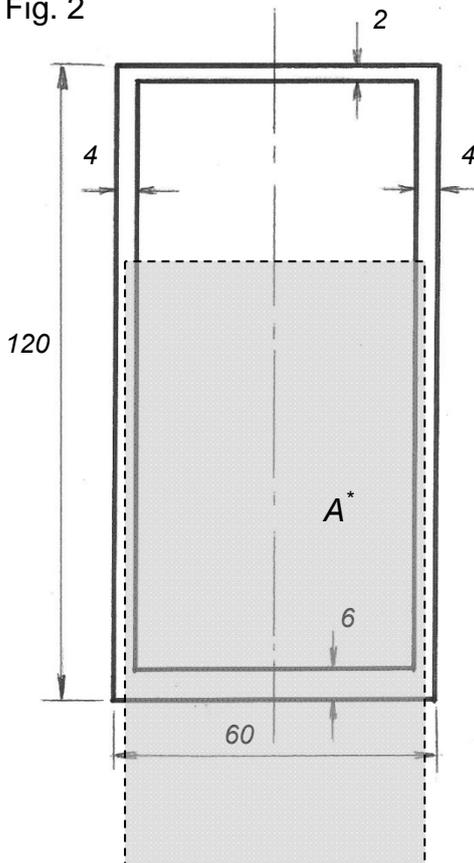


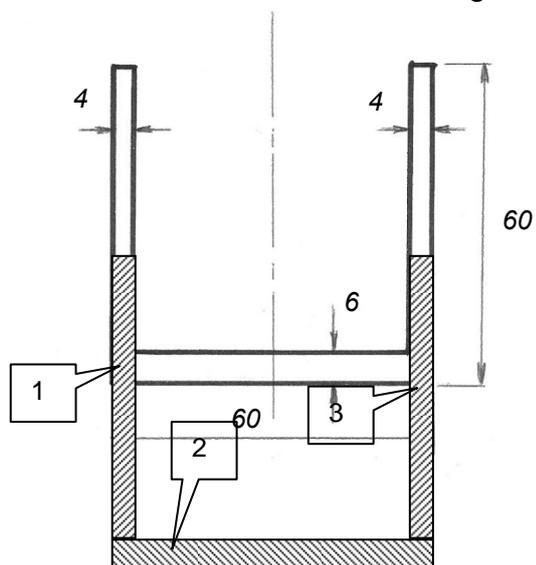
Fig. 1

Fig. 2



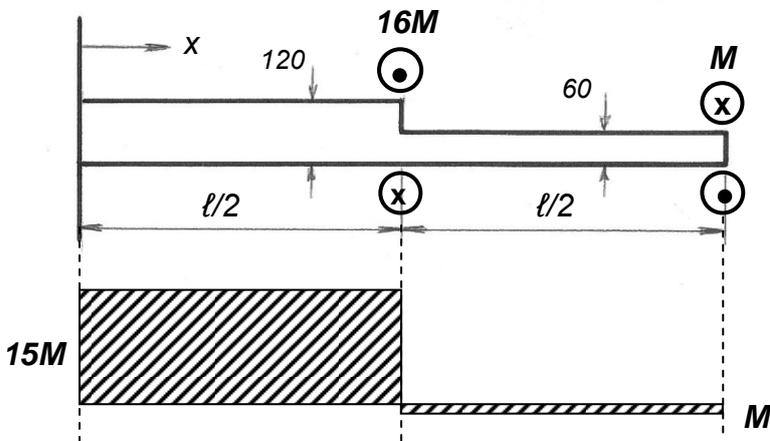
Cotas en mm

Fig. 3



SOLUCIÓN

1º)



2º) Zona $0 < x < l/2$. Sección cerrada:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{15M}{2\delta_{m\acute{i}n} A^*} = \frac{15 \cdot 0,1 \text{ kN} \cdot \text{m}}{2 \cdot 2 \text{ mm} \cdot 6496 \text{ mm}^2} = 57,7 \text{ MPa}$$

$$A^* = (60 - 4)(120 - 1 - 3) \text{ mm}^2 = 6496 \text{ mm}^2$$

Zona $l/2 < x < l$. Sección abierta ramificada:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{3M}{\sum s_i \delta_i^3} \delta_{m\acute{a}x} = \frac{3 \cdot 0,1 \text{ kN} \cdot \text{m}}{19872 \text{ mm}^4} = 90,6 \text{ MPa}$$

$$\sum s_i \delta_i^3 = (2(54 \cdot 4^3) + 60 \cdot 6^3) \text{ mm}^4 = 19872 \text{ mm}^4$$

3º)

$$\theta(l/2) - \theta(0) = \frac{15M}{4GA^{*2}} \int \frac{ds}{\delta} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{15 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{4 \cdot 80000 \text{ MPa} \cdot (6496 \text{ mm}^2)^2} \cdot 95,33 \cdot \frac{1}{2} \text{ m} = 0,005 = 0,3^\circ$$

$$\int \frac{ds}{\delta} = \frac{56}{2} + 2 \cdot \frac{116}{4} + \frac{56}{6} = 95,33$$

$$\theta(\ell) - \theta(l/2) = \frac{3M}{G \sum s_i \delta_i^3} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{3 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{80000 \text{ MPa} \cdot 198872 \text{ mm}^4} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} = 0,094 = 5,4^\circ$$

4º) Energía elástica en el tramo $0 < x < l/2$:

$$W = \frac{(15M)^2}{8GA^{*2}} \int \frac{ds}{\delta} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{(15 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm})^2}{8 \cdot 80000 \text{ MPa} \cdot (6496 \text{ mm}^2)^2} \cdot 95,33 \cdot \frac{1}{2} \text{ m} = 3,97 \text{ N} \cdot \text{m} = 3,97 \text{ Julios}$$

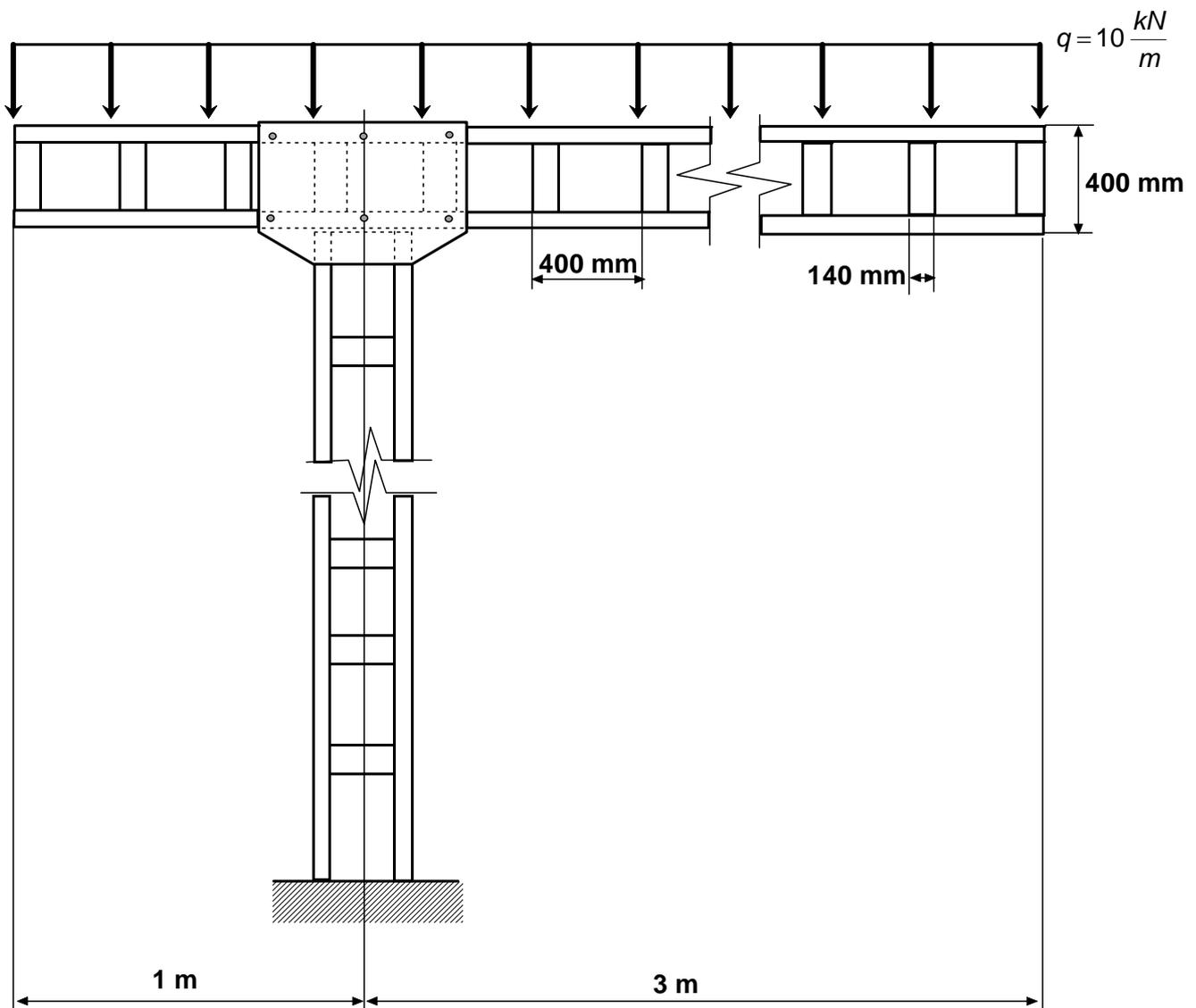
Energía elástica en el tramo $l/2 < x < l$:

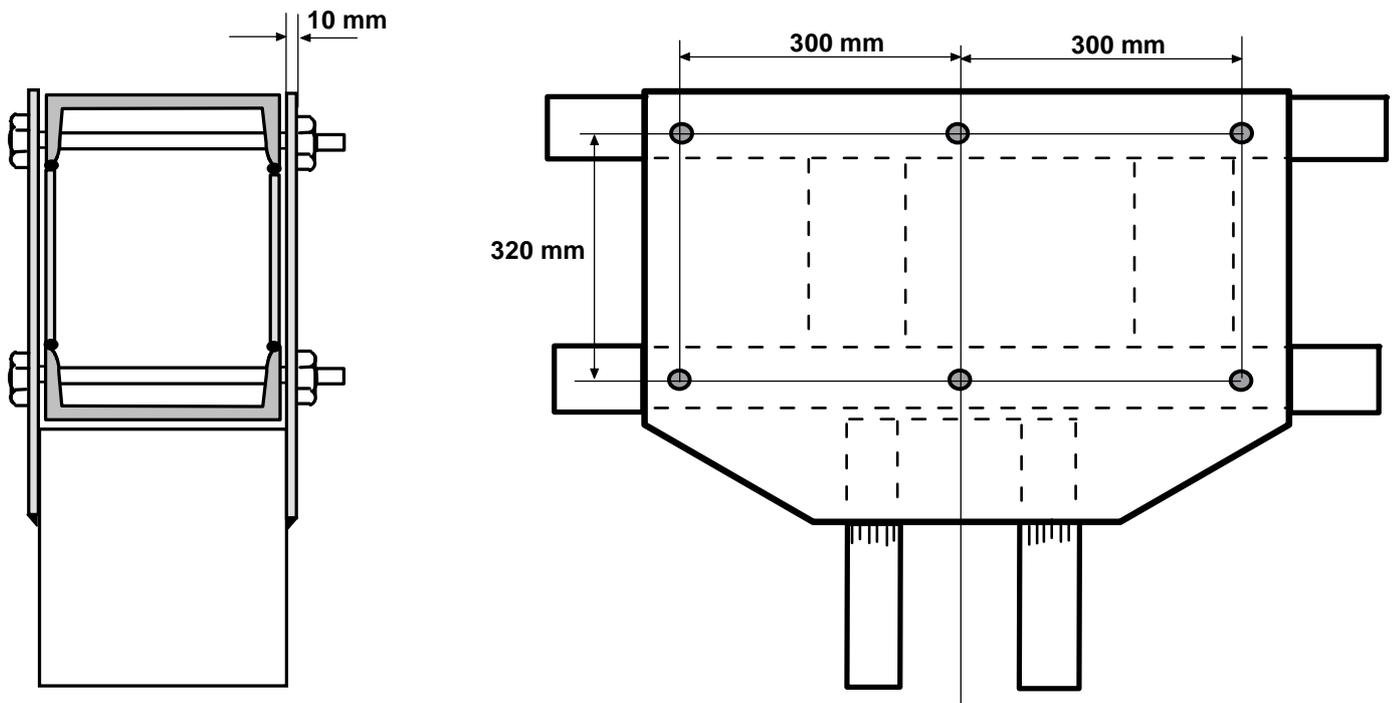
$$W = \frac{3M^2}{G \sum s_i \delta_i^3} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{3(0,1 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm})^2}{80000 \text{ MPa} \cdot 198872 \text{ mm}^4} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} = 4,72 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PROBLEMA 2 (10 puntos)

En la estructura desmontable de la figura, la viga y el pilar están formados por dos perfiles UPN 200 unidos entre sí con presillas soldadas entre las alas (ver detalle).

En el extremo superior del pilar se han soldado dos cartelas sobre las que se atornilla la viga (ver detalle).



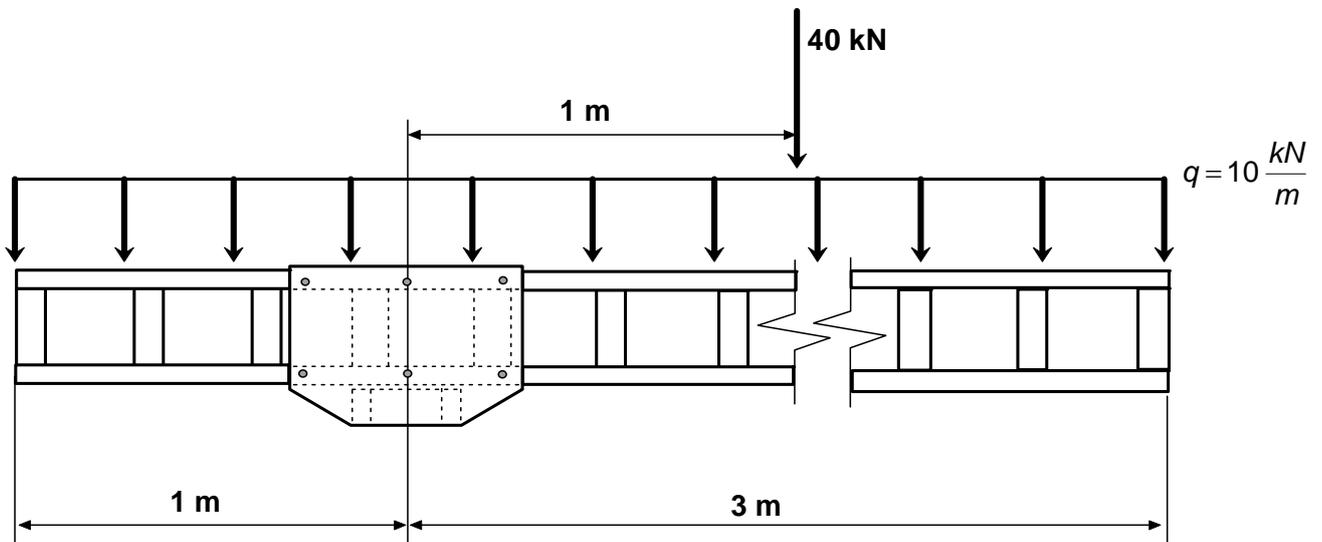


Se pide:

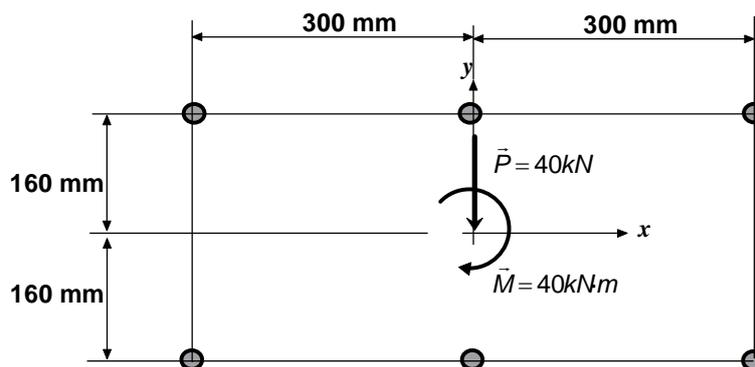
- 1.- **(5 puntos)** Verificar si la unión atornillada es capaz de soportar la sollicitación (Diámetro de los tornillos: $\phi = 16 \text{ mm}$, $\tau_{adm} = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_{adm} = 275 \text{ MPa}$)
- 2.- **(5 puntos)** Verificar si fallan los cordones de soldadura que unen las presillas a los UPN (ancho de garganta $a_g = 5 \text{ mm}$, $\tau_{adm} = 150 \text{ MPa}$). Desprecie la inercia propia de las presillas.

RESOLUCIÓN

a.- La resultante de la distribución tiene por valor 40 kN y está situada a 1 m del baricentro de la unión, a su derecha.



Las acciones sobre la unión serán, por tanto, una fuerza y un par:



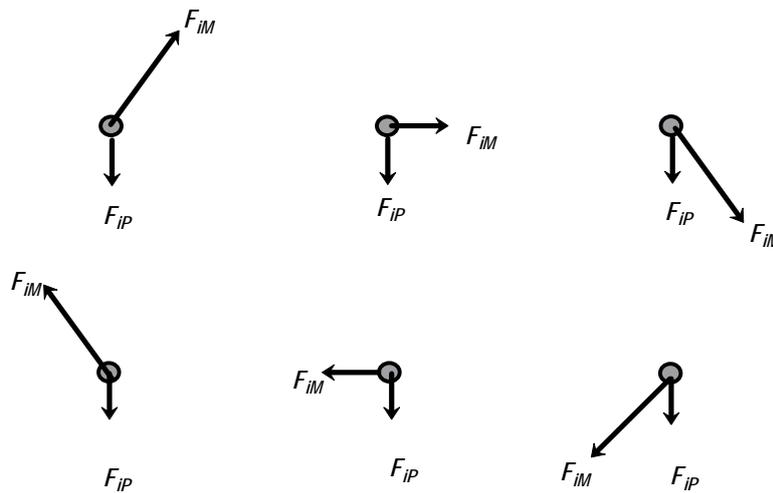
La fuerza que soporta el tornillo i debido a P es $\vec{F}_{iP} = \bar{P} \frac{A_i}{\sum A_i}$. Por ser iguales los

seis tornillos entonces $\vec{F}_{iP} = \frac{\bar{P}}{6}$.

Del mismo modo, debido al momento, se tiene $\vec{F}_{iM} = \frac{M_z \cdot A_i}{\sum A_i r_i^2} \vec{k} \times \vec{r}_i$, que por ser

iguales las áreas queda $\vec{F}_{iM} = \frac{M_z}{\sum r_i^2} \vec{k} \times \vec{r}_i$.

La distribución de cargas sobre los tornillos queda:



La resultante es máxima e igual en los dos tornillos de la derecha, por lo que se analiza sólo uno de ellos, el superior derecho.

$$\vec{F}_P = \begin{pmatrix} 0 \\ -6667 \end{pmatrix} N$$

$$\vec{F}_M = \frac{-4 \cdot 10^7 N \cdot mm}{2 \cdot 160^2 + 4 \cdot (160^2 + 300^2) mm^2} \begin{pmatrix} -160 mm \\ 300 mm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12461 \\ -23364 \end{pmatrix} N$$

La resultante es $\vec{F} = \begin{pmatrix} 12461 \\ -30031 \end{pmatrix} N$ y su módulo $F = 32514 N$.

Puesto que hay dos secciones sometidas a cortadura, el cortante máximo en el tornillo es $T = 16257 N$ y las tensiones de cortadura y aplastamiento son:

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{16257 N}{\frac{\pi}{4} 16^2 mm^2} = 80,9 MPa$$

$$\sigma = \frac{T}{e\phi} = \frac{16257 N}{10 \cdot 16 mm^2} = 102 MPa$$

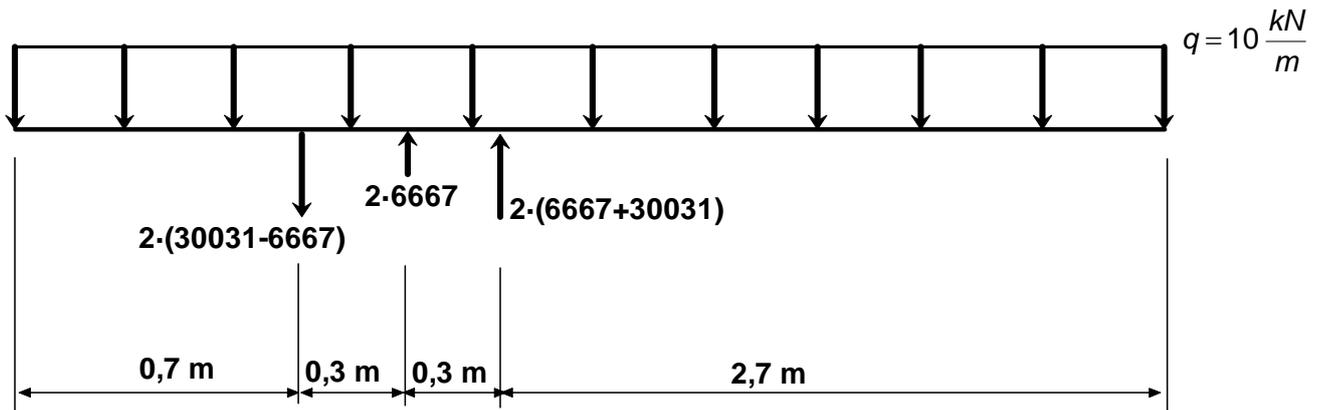
Ambas son inferiores a los valores admisibles.

b.- La viga empresillada se puede tratar como una viga armada. La fuerza que absorbe

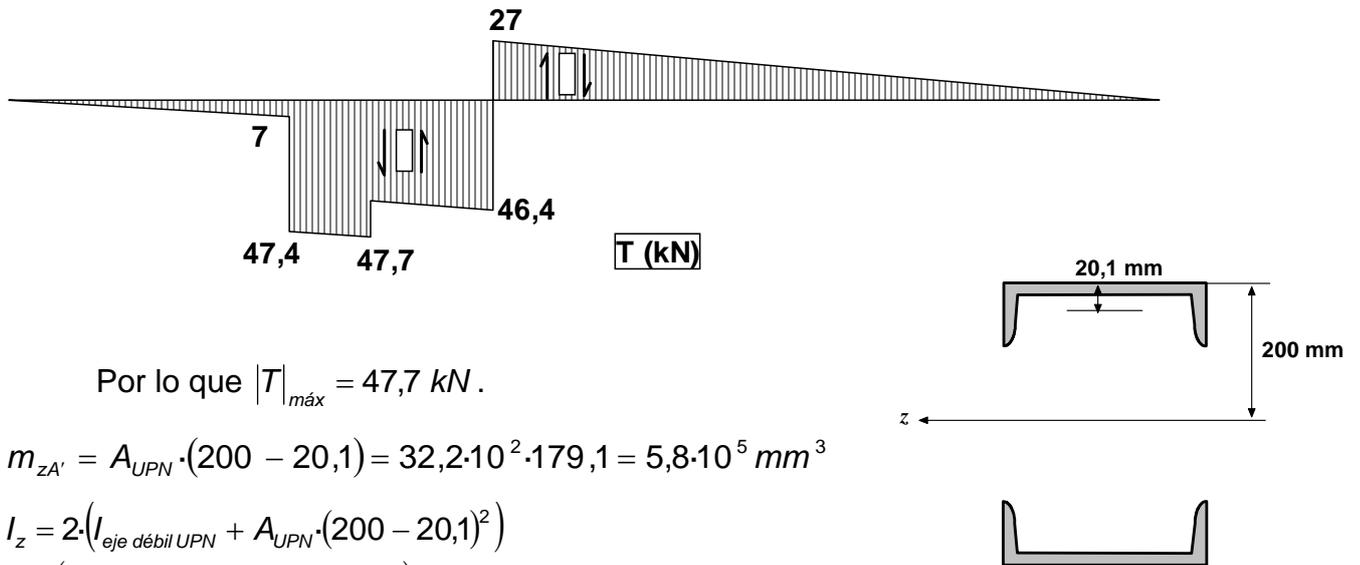
cada presilla es $F = \frac{|T|_{m\acute{a}x} \cdot m_{zA'} \cdot s}{I_z}$, siendo s la separación entre presillas, $m_{zA'}$ el momento

estático de un UPN e I_z el momento de inercia de toda la sección.

Se obtiene en primer lugar el diagrama de esfuerzos cortantes, llevando sobre la línea media de la viga la carga distribuida y las reacciones de los elementos de unión.



El diagrama de esfuerzos cortantes es:



Por lo que $|T|_{m\acute{a}x} = 47,7 \text{ kN}$.

$$m_{zA'} = A_{UPN} \cdot (200 - 20,1) = 32,2 \cdot 10^2 \cdot 179,1 = 5,8 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$$

$$I_z = 2 \cdot (I_{\text{eje d\acute{e}bil UPN}} + A_{UPN} \cdot (200 - 20,1)^2) = 2 \cdot (148 \cdot 10^4 + 32,2 \cdot 10^2 \cdot 179,1^2) = 2,12 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Sustituyendo valores:

$$F = \frac{47,7 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 5,8 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 \cdot 400 \text{ mm}}{2,12 \cdot 10^8 \text{ mm}^4} = 52,2 \text{ kN}$$

Por ser dos cordones, la tensi3n cortante es:

$$\tau = \frac{F/2}{a_g \cdot L_c} = \frac{26,1 \cdot 10^3 \text{ N}}{5 \text{ mm} \cdot 140 \text{ mm}} = 37,3 \text{ MPa}, \text{ inferior a la admisible.}$$