

Número de matrícula				
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o lápiz, rellenando la **completamente** la casilla correspondiente a la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- No doble ni grape las hojas.
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ( $-1/4$ ).

1. Un punto de un sólido elástico está sometido a cortante puro así que su tensor de tensiones tiene por expresión matricial en una cierta base:

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Indique la afirmación CORRECTA:

- La tracción máxima que sufre un plano que pasa por ese punto es  $\sigma = |\tau|$ .  
 Todos los planos que pasan por ese punto están sometidos a compresión.  
 Todos los planos que pasan por ese punto están sometidos a cortante.  
 El estado tensional en el punto es esférico.
2. En un ensayo de tracción uniaxial con una fuerza  $F$  sobre una barra cilíndrica de sección  $A$ , la tensión tangencial máxima es

- $\frac{F}{2A}$                         $\frac{F}{A}$                        0                       indeterminada

3. La matriz de tensiones en el entorno de un punto P (en MPa) es la siguiente:

$$[T] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sabiendo que el valor de la tensión principal 1 es  $\sigma_1 = 4$  MPa, señale la afirmación correcta:

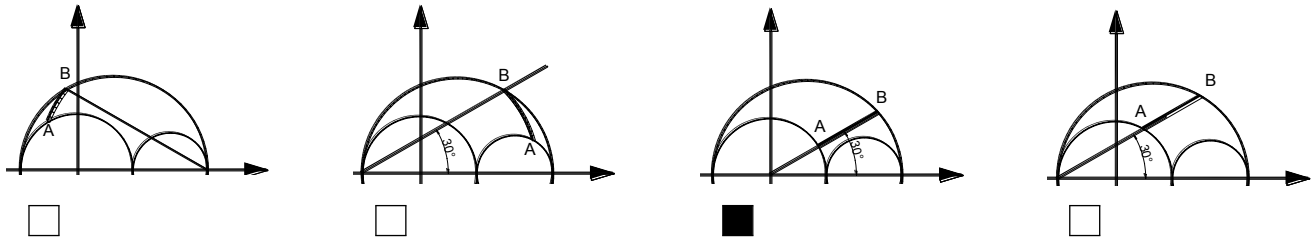
- $\sigma_3 = -1$  MPa                       La dirección principal 3 coincide con el eje  $y$   
 La dirección principal 2 coincide con el eje  $y$                         $\sigma_2 = -3$  MPa

CORRECTED

4. Las tensiones principales del tensor de tensiones  $[T] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  (MPa) son  $\sigma_1 = 7$  MPa,  $\sigma_2 = -3$  MPa,  $\sigma_3 = -4$  MPa. Indique la afirmación CIERTA:

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Las direcciones principales 2 y 3 están en el plano $xz$ .            | <input type="checkbox"/> Las direcciones principales 1 y 2 están en el plano $yz$ . |
| <input checked="" type="checkbox"/> Las direcciones principales 1 y 2 están en el plano $xz$ . | <input type="checkbox"/> Las direcciones principales 1 y 3 están en el plano $xy$ . |

5. Dados los círculos de Mohr que representan el estado tensional en el entorno de un punto, los extremos de los vectores tensión que forman  $30^\circ$  con el vector normal a su plano de referencia se encuentran localizados en el arco o segmento  $AB$  de una de las siguientes figuras, indique cual es la correcta:



6. Si se tiene la siguiente matriz de tensiones en el entorno de un punto  $P$  (en MPa):

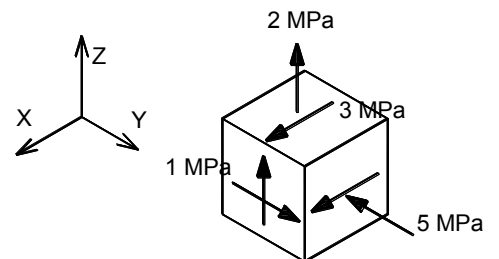
$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Señale la afirmación correcta:

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Para todos los planos que pasan por el punto, la componente normal de la tensión es positiva | <input type="checkbox"/> Para todos los planos que pasan por el punto, la componente normal de la tensión es nula |
| <input type="checkbox"/> El estado tensional en el punto es esférico  | <input checked="" type="checkbox"/> La tensión correspondiente al plano $XZ$ es nula                              |

7. Indique cuál es la expresión matricial del estado tensional representado en la figura

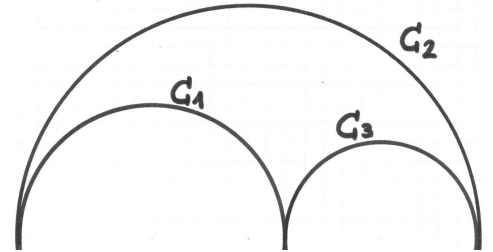
<input type="checkbox"/> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa	<input checked="" type="checkbox"/> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa
<input type="checkbox"/> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa	<input type="checkbox"/> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa



CORRECTED

8. Indique cuál de las siguientes afirmaciones relativas a los círculos de Mohr es FALSA:

- El círculo mayor,  $C_2$ , debe cortar siempre al eje de ordenadas,  $\tau$ .
- Un punto del contorno de  $C_1$  es representativo de una orientación en la que el vector normal forma  $90^\circ$  con la 1ª dirección principal.
- El extremo de todo vector tensión debe quedar comprendido en el área interior a  $C_2$  y exterior a  $C_1$  y  $C_3$ .
- Los círculos de Mohr cortan al eje de abscisas en los puntos  $(\sigma_1, 0)$ ,  $(\sigma_2, 0)$  y  $(\sigma_3, 0)$ .



9. El estado tensional en un punto de un sólido elástico viene dado por la siguiente matriz de tensiones referida a un sistema de referencia  $XYZ$ :

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 6 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & -4 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & 2 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Sabiendo que sólo una opción es correcta, indicar cuáles son las tensiones principales:

- $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 2 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = -12 \text{ MPa}$
- $\sigma_1 = 12 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 10 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$
- $\sigma_1 = -2 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = -10 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = -12 \text{ MPa}$
- $\sigma_1 = 12 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 2 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = -10 \text{ MPa}$

10. Indique la afirmación CORRECTA en relación con el vector tensión en un punto respecto de un plano determinado:

- Las componentes normal y tangencial del vector tensión son independientes del sistema de referencia considerado
- Si el plano es perpendicular a una dirección principal la componente normal es nula.
- La matriz de tensiones asociada a este vector tensión será diferente al cambiar el plano considerado.
- El vector tensión en el punto no cambia al cambiar el plano considerado.

11. Indique la afirmación CORRECTA en relación con el estado tensional de un punto:

- La matriz de tensiones define el estado tensional en el punto cuando se conoce el sistema de referencia al que ésta se refiere.
- El vector tensión define el estado tensional en el punto.
- El vector tensión depende sólo del punto considerado.
- La tensión normal en el punto es independiente del plano considerado.

12. Cuando se duplican las fuerzas a las que está sometido un cuerpo elástico y lineal, su energía elástica

- Se duplica.
- No se puede contestar sin más datos.
- Se multiplica por cuatro.
- Se mantiene constante.

13. La barra de la figura, de longitud  $L$  y sección  $A$ , es de un material con módulo de Young  $E$  y coeficiente de Poisson  $\nu$ . La energía elástica almacenada en la barra debida al ensayo a tracción de la figura es:



- $\frac{AL}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx}$
- $\frac{AL}{2} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xx} \varepsilon_{yy})$
- $\frac{AL}{2} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} - \nu \sigma_{xx} \varepsilon_{yy})$
- $\frac{AL}{2} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} - \sigma_{xx} \varepsilon_{yy})$

## CORRECTED

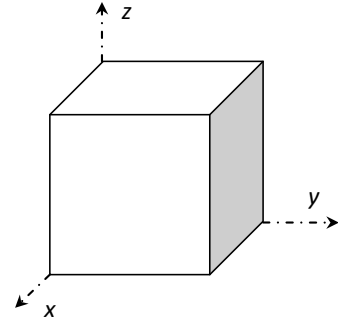
14. En el elemento de volumen de la figura, la cara sombreada pertenece a la superficie del sólido y está libre de fuerzas exteriores. En la correspondiente matriz de tensiones se indican, con un 0, los términos que deben ser nulos:

$$\square [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ 0 & X & X \\ 0 & X & X \end{bmatrix}$$

$$\square [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} X & X & X \\ 0 & 0 & 0 \\ X & X & X \end{bmatrix}$$

$$\blacksquare [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} X & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & X \end{bmatrix}$$

$$\square [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



15. El círculo mayor de un diagrama de Mohr corresponde con los estados tensionales en aquellos planos cuya normal forma un ángulo con una dirección principal

$$\square \hat{\gamma} = 0$$

$$\square \hat{\gamma} = \pi/2$$

$$\blacksquare \hat{\beta} = \pi/2$$

$$\square \hat{\alpha} = \pi/2$$

Número de matrícula				
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

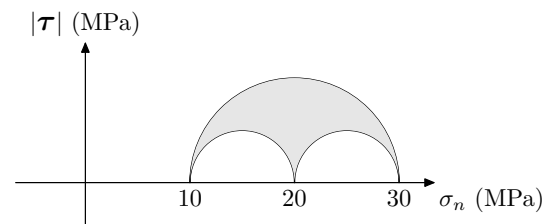
Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o rotulador negro, **rellenando completamente** la casilla de la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ( $-1/4$ ).

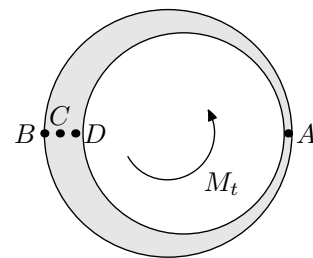
1. Si el diagrama de Mohr de la figura corresponde con el estado tensional de un punto, ¿Cuál es el factor de seguridad según el criterio de Tresca si  $\sigma_e = 80$  MPa?

1/4       1/2       4       2



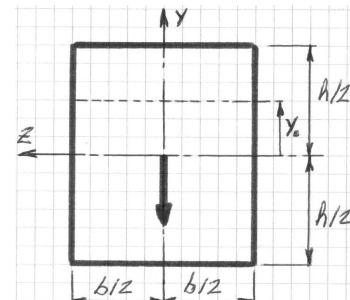
2. La sección hueca, de pared delgada, de la figura está sometida a un momento torsor  $M_t$ . Indicar el punto donde las tensiones tangenciales son máximas

A       C       B       D



3. En la sección rectangular sometida a esfuerzo cortante de la figura, ¿cuál es la afirmación FALSA en relación con la tensión tangencial en los puntos  $y = y_0$ ?

- La tensión tangencial es proporcional al momento estático de la mitad superior de la sección respecto del eje  $z$ .
- La tensión tangencial es inversamente proporcional al momento de inercia de toda la sección respecto del eje  $z$ .
- La tensión tangencial es inversamente proporcional a la anchura  $b$ .
- La tensión tangencial es independiente de la coordenada  $z$ .



CORRECTED

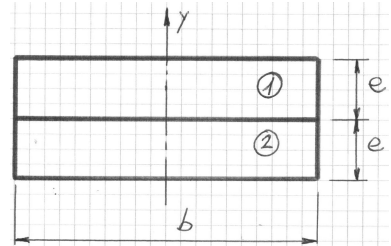
4. Si una unión unión atornillada entre dos chapas falla por aplastamiento de éstas, ¿cuál de las siguiente modificaciones NO mejora el comportamiento de la unión?

- Cambiar las chapas por otras de mayor espesor.
- Aumentar el número de tornillos.
- Separar los tornillos de los bordes de las chapas.
- Aumentar el diámetro de los tornillos.

5. Indique la afirmación FALSA

- Dados dos estados tensionales está más cerca del fin del régimen elástico aquel que tiene menor coeficiente de seguridad.
- La tensión equivalente para cualquier criterio de fluencia depende del material.
- El criterio de fluencia de Von Mises es más adecuado para materiales dúctiles que para materiales frágiles.
- Dado un estado tensional será más conservador el criterio de fluencia que proporcione menor coeficiente de seguridad.

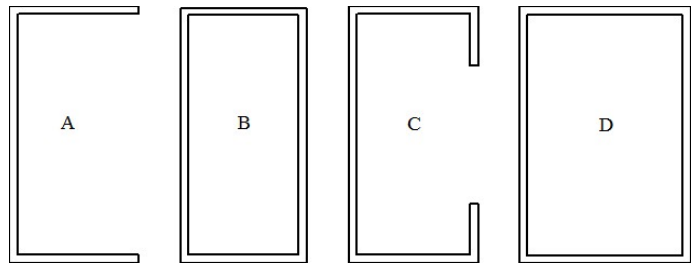
6. En la sección compuesta de la figura, el material 1 es acero ( $E = 210000$  MPa) y el material 2 aluminio ( $E = 70000$  MPa). Si se aplica un momento flector, vectorialmente perpendicular al eje  $y$ , ¿cuál es la afirmación FALSA?



- La sección equivalente de acero tiene forma de  $T$ , de dimensiones  $b \times e$  en la parte superior y  $b/3 \times e$  en la mitad inferior.
- La posición del eje neutro es independiente de la magnitud del momento flector.
- La tensión normal máxima en valor absoluto se da en el aluminio.
- La tensión normal a la altura de la unión entre los dos materiales es discontinua.

7. Indique cuál es el orden de MAYOR A MENOR resistencia a la torsión de las secciones siguientes

- $A > B > C > D$
- $D = B > C > A$
- $A > C > B > D$
- $D > B > C > A$



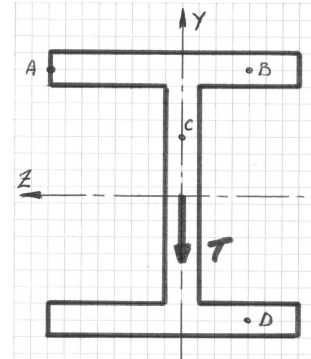
8. Una viga sandwich de sección rectangular simétrica está constituida por placas de aluminio ( $E = 70000$  MPa) y un núcleo de poliéster ( $E = 5000$  MPa). Si se somete a flexión pura ¿cuál es la afirmación VERDADERA?

- La tensión normal máxima en el poliéster es mayor que en el aluminio.
- El eje neutro no es de simetría.
- A mayor espesor del núcleo, menor tensión normal máxima.
- La sección equivalente de aluminio tiene forma de  $T$ .

CORRECTED

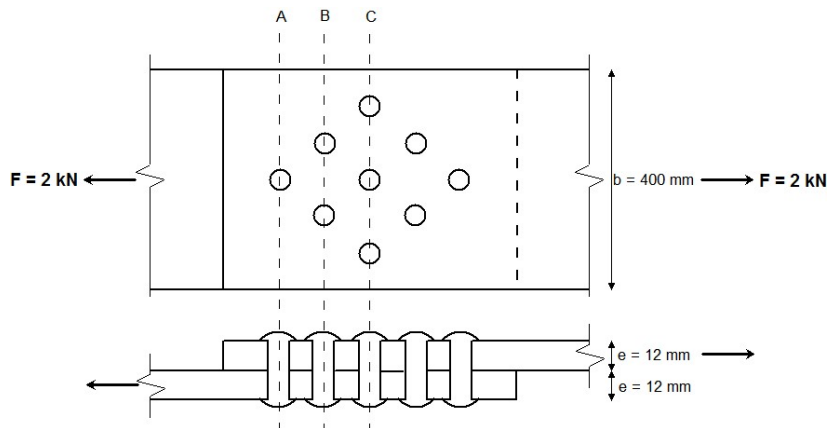
9. Para el perfil de pared delgada de la figura sometido al esfuerzo cortante  $T$ , indique cuál es la afirmación FALSA

- La tensión tangencial en  $B$  es paralela al cortante y está dirigida hacia abajo.
- La tensión tangencial en  $A$  es nula.
- La tensión tangencial en  $C$  es paralela al cortante y está dirigida hacia abajo.
- La tensión tangencial en  $D$  es paralela al eje  $z$  y está dirigida hacia la derecha.



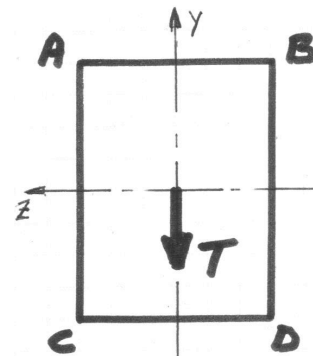
10. Para las chapas atornilladas de la figura, indique la afirmación CORRECTA:

- El esfuerzo cortante en cada tornillo es  $1\text{kN}/9$
- El fallo por aplastamiento se produce primero en la zona de la chapa en contacto con el tornillo izquierdo
- La resistencia a la tracción en las secciones  $B$  y  $C$  de la chapa superior es la misma
- La resistencia a cortadura de los tornillos es independiente del espesor  $e$  de las chapas



11. Para la sección de la figura, sometida al esfuerzo cortante  $T$ , indique la afirmación VERDADERA:

- La tensión cortante en los bordes  $AB$  y  $CD$  es nula.
- La tensión cortante es nula en los bordes  $AC$  y  $BD$
- La tensión cortante depende del módulo  $G$
- La tensión cortante a la altura del eje  $z$  es nula.



CORRECTED

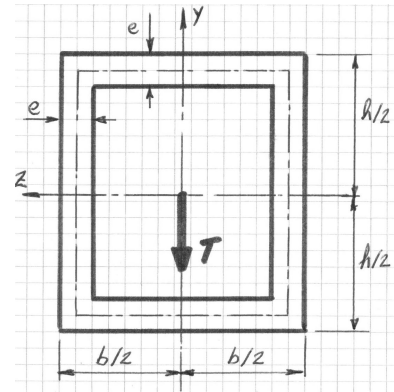
12. Para el perfil de pared delgada de la figura sometido al esfuerzo cortante  $T$ , indique cuál es la afirmación FALSA

En los tramos horizontales, la tensión tangencial máxima se da en  $z = 0$ .

Según la coordenada que sigue la línea media, la evolución de la tensión tangencial en los tramos horizontales es lineal.

Según la coordenada que sigue la línea media, la evolución de la tensión tangencial en los tramos verticales es parabólica.

En los tramos verticales, la tensión tangencial máxima se da en  $y = 0$ .





Número de matrícula

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Nombre y apellidos:

---

Número de matrícula:

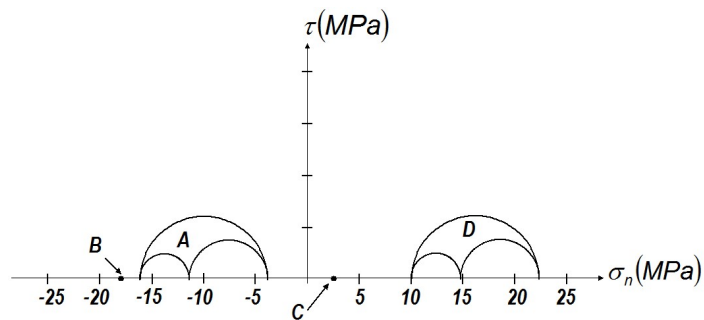
- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o lápiz oscuro, rellenando **completamente** la casilla de la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- La puntuación de todas las preguntas es 1, excepto las de aquellas que se indique en su enunciado. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa (-1/4).

1. Según el criterio de fluencia de von Mises, lo que hace plastificar a un material dúctil es

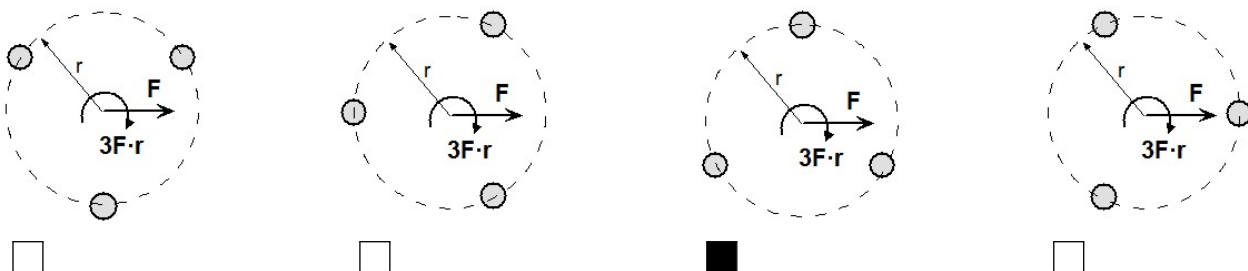
- |   |   |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> La energía de distorsión. | <input type="checkbox"/> La energía elástica.         |
| <input type="checkbox"/> La máxima tensión tangencial.        | <input type="checkbox"/> La máxima tensión principal. |

2. Un material tiene por tensiones de rotura a tracción y compresión  $\sigma_{rt} = 5$  MPa y  $\sigma_{rc} = -25$  MPa, respectivamente. Para los estados de tensiones indicados en la figura con las letras A a D, y según el criterio simplificado de Mohr, la afirmación FALSA es:

- No se produce el fallo para ningún estado triaxial de compresión proporcional al B.
- El estado A se encuentra en régimen elástico.
- No se produce el fallo para ningún estado triaxial de tracción proporcional al C.
- En el estado D se ha sobrepasado el régimen elástico.

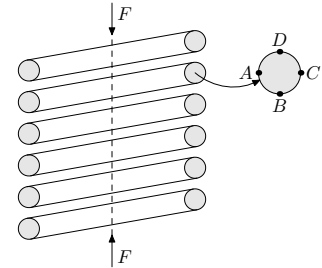


3. Dos placas están unidas con tres elementos de unión iguales (se muestran las acciones sobre la placa superior, en el baricentro de la unión). Indique cuál de las cuatro es capaz de soportar menor valor de  $F$  (MENOS resistente)



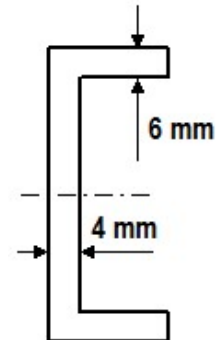
CORRECTED

4. Un muelle helicoidal está sometido a fuerzas de compresión como se indica en la figura. En la sección de la espira que se dibuja, ¿qué punto sufre mayores tensiones cortantes?



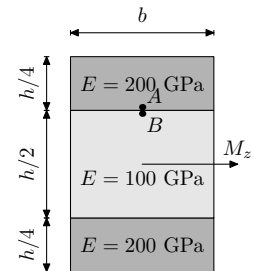
- C  D  
 A  B

5. Indique cuál de los cuatro perfiles IPE que se indican es el menor que se puede sustituir, tanto en resistencia como en rigidez, a la sección de la figura sometida a torsión ( $I_t = 6,7 \text{ cm}^4$ ):



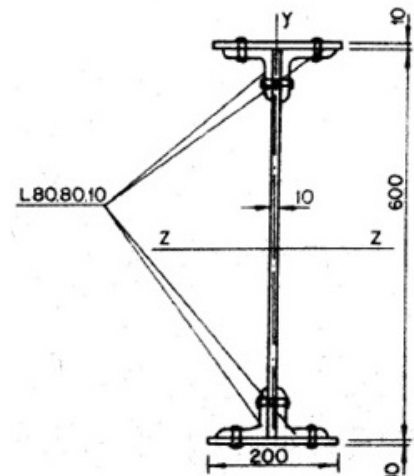
- IPE 220:  $I_t = 9,2 \text{ cm}^4$ ,  $e_{ala} = 9,2 \text{ mm}$ ,  $e_{alma} = 5,9 \text{ mm}$ .  
 IPE 220:  $I_t = 6,7 \text{ cm}^4$ ,  $e_{ala} = 8,5 \text{ mm}$ ,  $e_{alma} = 5,6 \text{ mm}$ .  
 IPE 240:  $I_t = 12 \text{ cm}^4$ ,  $e_{ala} = 9,8 \text{ mm}$ ,  $e_{alma} = 6,2 \text{ mm}$ .  
 IPE 270:  $I_t = 15,4 \text{ cm}^4$ ,  $e_{ala} = 10 \text{ mm}$ ,  $e_{alma} = 6,6 \text{ mm}$ .

6. La sección compuesta de la figura está sometida a un esfuerzo flector  $M_z$  y se sabe que la tensión normal en el punto A de la región superior es de  $\sigma_x(A) = 100 \text{ MPa}$ . ¿Cuál es la tensión normal en el punto B que pertenece a la región central?



- 200 MPa  25 MPa  
 100 MPa  50 MPa

7. En la figura se representa la sección recta de una viga armada con remaches de igual diámetro y sometida a un esfuerzo cortante  $T_y$ . Indique la afirmación FALSA:

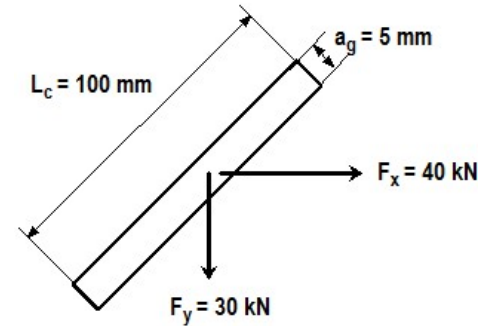


- En la fórmula de la separación mínima de los remaches que unen platabanda y angulares superiores, el momento estático respecto a  $z$  que aparece es el del área de la sección de la platabanda  
 En la fórmula de la separación mínima de los remaches que unen angulares superiores y alma, el momento estático respecto a  $z$  que aparece es el del área de la sección de la platabanda y de los dos angulares  
 Los remaches que unen angulares y alma trabajan a doble cortadura  
 El momento de inercia respecto a  $z$  que aparece en la expresión de la separación entre remaches corresponde únicamente al alma

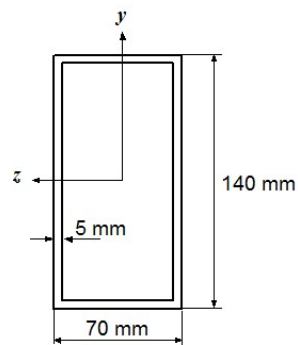
CORRECTED

8. La tensión cortante máxima en el cordón de soldadura de la figura es:

- 80 MPa                       140 MPa  
 60 MPa                       100 MPa



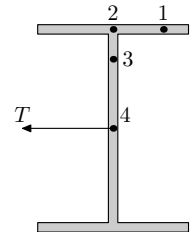
9. Para la sección de la figura ( $I_z = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ,  $\sigma_{adm} = 275 \text{ MPa}$ ), sometida a  $M_z = 10 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y  $M_t = 3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , y sabiendo que la tensión de torsión es  $\tau = \frac{M_t}{2eA^*}$ , siendo  $e$  el espesor y  $A^*$  el área encerrada por la línea media, el coeficiente de seguridad según el criterio de Tresca (redondeado a dos decimales) es:



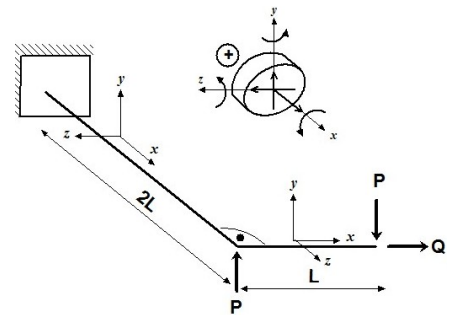
- 2,05                       1,76                       1,71                       1,79

10. El perfil delgado en I de la figura está sometido a un esfuerzo cortante  $T$ . ¿En qué punto de la sección se dan las mayores tensiones tangenciales?

- 1                       4                       2                       3



11. Indique el diagrama de momento flector  $M_z$  correcto para la estructura de la figura.

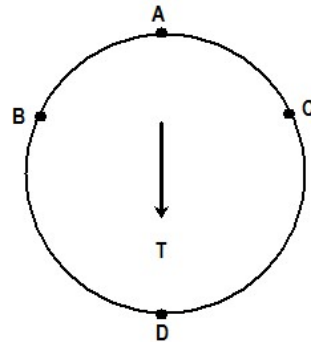


-

CORRECTED

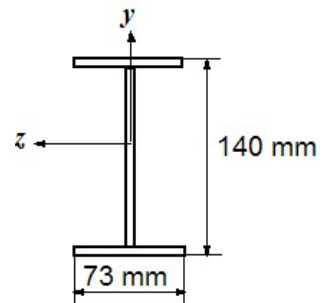
12. En la sección circular de la figura sometida a esfuerzo cortante  $T$ , indique la afirmación VERDADERA respecto a la distribución real de tensiones tangenciales:

- En  $D$  la tensión es máxima.       En el segmento  $BC$  las tensiones son verticales.  
 En  $A$  la tensión es vertical y no nula.       En  $B$  la tensión es tangente a la circunferencia.



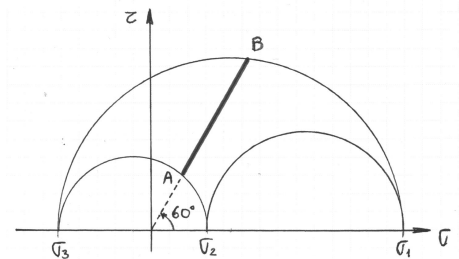
13. La tensión normal máxima de tracción para un perfil IPE 140 ( $I_y = 44,9 \text{ cm}^4$ ,  $I_z = 541 \text{ cm}^4$ ,  $W_y = 12,3 \text{ cm}^3$ ,  $W_z = 77,3 \text{ cm}^3$ ), sometido a  $M_y = -2 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y  $N = -20 \text{ kN}$  es:

- 150 MPa       14 MPa       175 MPa       38 MPa



14. En el diagrama de Mohr de la figura, los puntos del segmento  $AB$  son representativos de:

- Orientaciones cuyo vector normal forma  $60^\circ$  con el vector tensión.  
 Orientaciones en las que el vector normal forma  $60^\circ$  con la 1ª dirección principal.  
 Orientaciones en las que el vector normal forma  $60^\circ$  con la 3ª dirección principal.  
 Orientaciones en las que el vector normal forma  $60^\circ$  con la 2ª dirección principal.





**SOLUCIÓN**

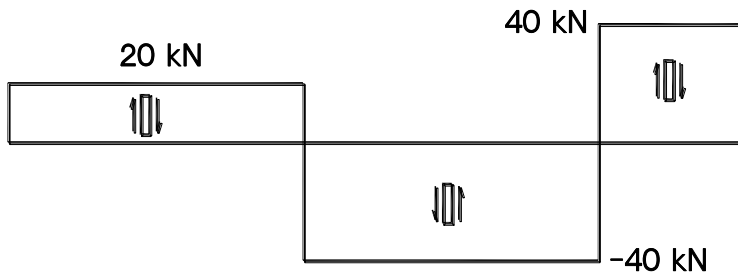
1) Reacciones:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_E - 60 - 40 = 0 \Rightarrow R_B = 80kN$$

$$\sum M_{z,E} = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 20 + 60 \cdot 10 - 40 \cdot 5 = 0 \Rightarrow R_A = 20kN$$

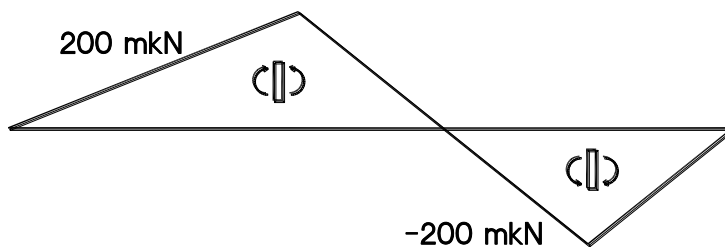
**0,5 puntos**

Diagrama de esfuerzos cortantes



**0,5 puntos**

Diagrama de momentos flectores



**0,5 puntos**

2) Tramo BC: sección equivalente de hormigón

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 7$$

$$A^* = n \cdot A_{IPE} + 200 \cdot 150 = 7 \cdot 5380 + 200 \cdot 150 = 67.660 \text{ mm}^2$$

$$y_{G,\text{sup}}^* = \frac{n \cdot A_{IPE} \cdot (150 + 150) + 200 \cdot 150 \cdot 75}{A^*} = \frac{7 \cdot 5380 \cdot 300 + 200 \cdot 150 \cdot 75}{67660} = 200,24 \text{ mm}$$

**1,5 puntos**

$$I_z^* = n \left( I_{z,IPE} + A_{IPE} \cdot (300 - y_{G,\text{sup}})^2 \right) + \frac{200}{12} \cdot 150^3 + 200 \cdot 150 \cdot (75 - y_{G,\text{sup}})^2 =$$

$$= 7 \cdot (8,36 \cdot 10^7 + 5380 \cdot (300 - y_{G,\text{sup}})^2) + \frac{200}{12} \cdot 150^3 + 200 \cdot 150 \cdot (75 - y_{G,\text{sup}})^2 = 1,487 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

**1 punto**

Tensiones:

Hormigón:  $\sigma_{c,\text{sup}} = \frac{-M_z}{I_z^*} \cdot y_{G,\text{sup}}^* = \frac{-200 \cdot 10^6}{1,487 \cdot 10^9} \cdot 200,24 = -26,94 \text{ MPa}$

**0,5 puntos**

Acero:  $\sigma_{s,\text{inf}} = \frac{-nM_z}{I_z^*} \cdot (y_{G,\text{sup}}^* - 450) = \frac{-7 \cdot 200 \cdot 10^6}{1,487 \cdot 10^9} \cdot (200,24 - 450) = 235,18 \text{ MPa}$

**0,5 puntos**

3) Tramo DF: sección de viga armada

$$I_z' = I_{IPE} + 2 \cdot \left[ \frac{100}{12} 8^3 + 100 \cdot 8 \cdot (150 + 4)^2 \right] = 1,216 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

**1 punto**

Tensiones:

Acero:  $\sigma_{s,\text{sup}} = \frac{-M_z}{I_z'} \cdot 158 = \frac{200 \cdot 10^6}{1,216 \cdot 10^8} \cdot 158 = 259,97 \text{ MPa}$

**0,5 puntos**

$$\sigma_{s,\text{inf}} = \frac{-M_z}{I_z'} \cdot (-158) = \frac{200 \cdot 10^6}{1,216 \cdot 10^8} \cdot (-158) = -259,97 \text{ MPa}$$

**0,5 puntos**

4) Equidistancia máxima entre cordones de soldadura (s):

Esfuerzo rasante:

$$m_z = 100 \cdot 8 \cdot (150 + 4) = 123.200 \text{ mm}^3$$

**1 punto**

$$F = \frac{T_y \cdot m_z}{I_z'} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 123200}{1,216 \cdot 10^8} = 40,54 \text{ N/mm}$$

$$s = \frac{\tau_e \cdot 2 \cdot a \cdot l}{F} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 30}{40,54} = 740 \text{ mm}$$

**1 punto**

5) Momento máximo resistido por el perfil IPE:

$$M_{\text{max}} = \frac{\sigma_e \cdot I_{z,IPE}}{150} = \frac{275 \cdot 8,36 \cdot 10^7}{150} = 153,27 \text{ mkN}$$

**0,5 puntos**

Este momento se alcanza en la sección situada 1,168 m antes y después del segundo apoyo

Por tanto  $L_{DF} = 2,337 \text{ m}$

**0,5 puntos**

**AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES**  
**PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA Nº3 / EXAMEN DE JUNIO**

**PROBLEMA 2 (10 puntos)**

**Fecha de publicación de la preacta:** 9 de junio de 2015

**Fecha de revisión del examen:** 12 de junio de 2015 a las 17:30

La pieza tubular de la figura está empotrada en el extremo izquierdo ( $x=0$ ) y libre en el derecho. Para la carga  $F=20kN$  aplicada, se pide:

1º) Esfuerzos en la sección del empotramiento ( $N_x, T_y, T_z, M_x, M_y, M_z$ )

En los siguientes apartados se considera que, a pesar de la pequeña longitud de la pieza, ésta puede tratarse como una barra, siendo despreciable el esfuerzo cortante

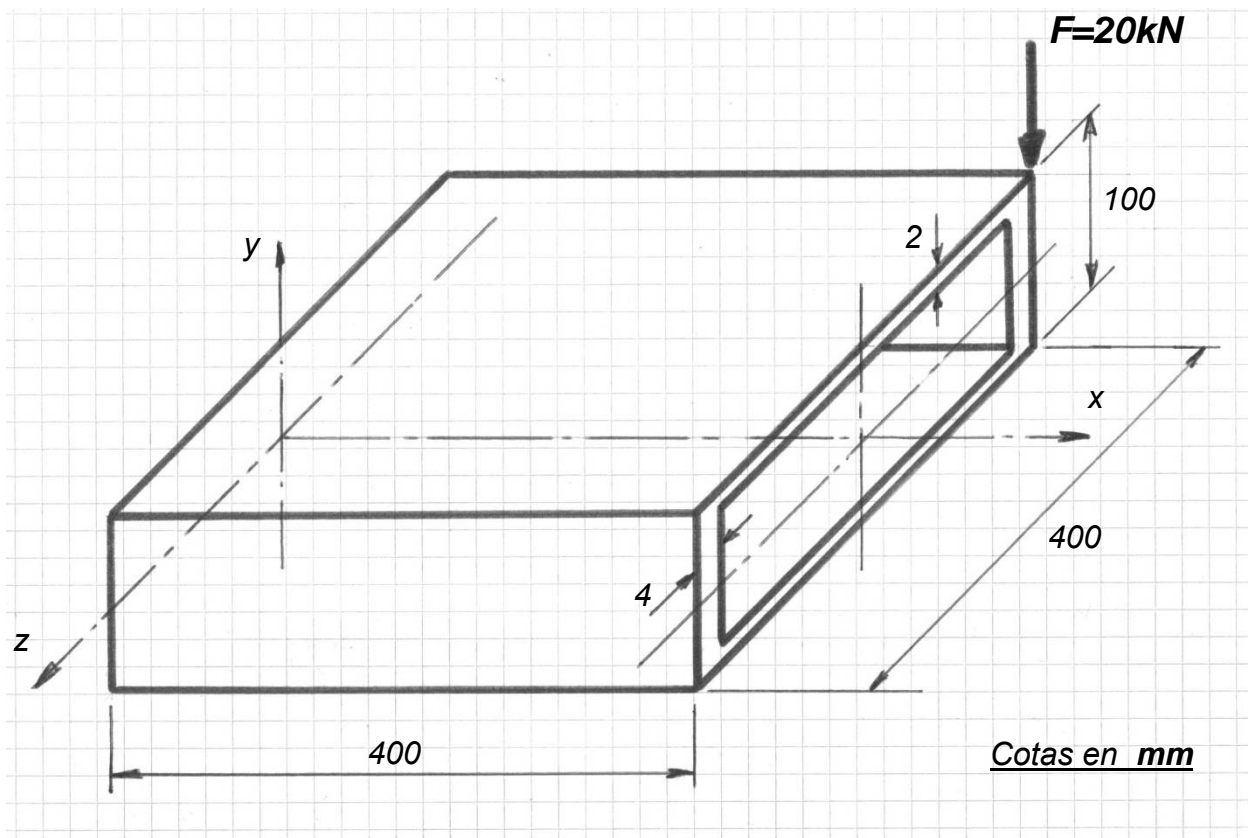
2º) Diagrama de Mohr del estado tensional presente en el punto  $(0, 50, 0)$

3º) Diagrama de Mohr del estado tensional presente en el punto  $(0, 0, 200)$

4º) Coeficiente de seguridad de la pieza respecto al límite elástico del material ( $\sigma_e=200MPa$ ) según el criterio de Tresca

5º) Desplazamiento vertical del punto de aplicación de la carga  $F$ .

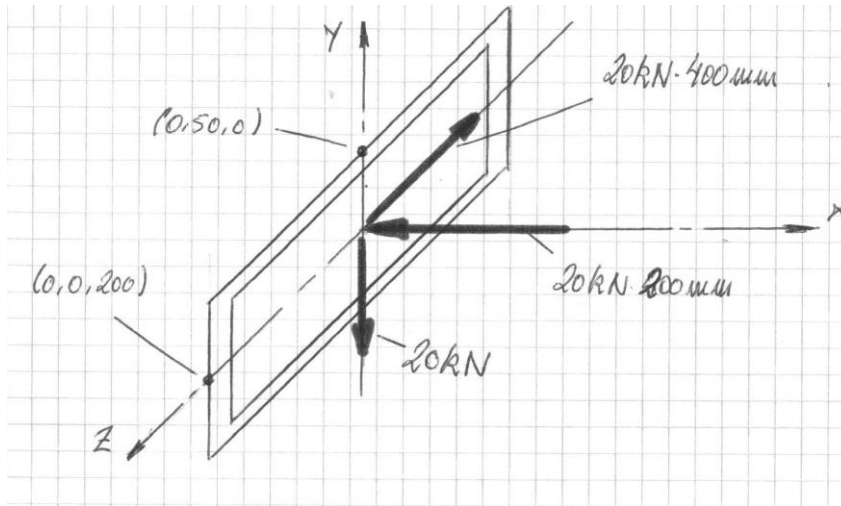
Datos del material:  $E=200GPa$ ,  $G=80GPa$





**SOLUCIÓN PROBLEMA 2.**

1º) Esfuerzos en la sección del empotramiento (1 punto).



$$\begin{aligned}
 N_x &= 0 \\
 T_y &= -20 \text{ kN} \\
 T_z &= 0 \\
 M_x &= -4 \text{ kNm} \\
 M_y &= 0 \\
 M_z &= -8 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

2º) Estado tensional en el punto (0,50,0) mm (3 puntos)

- Tensión debida a  $M_z$ :

$$\sigma = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Se tiene que  $M_z = -8 \text{ kNm}$  ;  $y = 50 \text{ mm}$

$$I_z = \frac{1}{12} \cdot 400 \cdot 100^3 - \frac{1}{12} \cdot (400 - 8) \cdot (100 - 4)^3 = 4431957.33 \text{ mm}^4$$

Por lo que:

$$\sigma = -\frac{-8 \cdot 10^6 [\text{Nmm}] \cdot 50 [\text{mm}]}{4431957.33 [\text{mm}^4]} = 90.25 \text{ MPa}$$

- Como se desprecian los efectos del cortante (según enunciado), la tensión tangencial en la sección será debida al momento torsor. Al tratarse de un perfil delgado cerrado, la tensión tangencial en cada punto se calcula como sigue:

$$\tau = \frac{M_x}{2 \cdot A^* \cdot e}$$

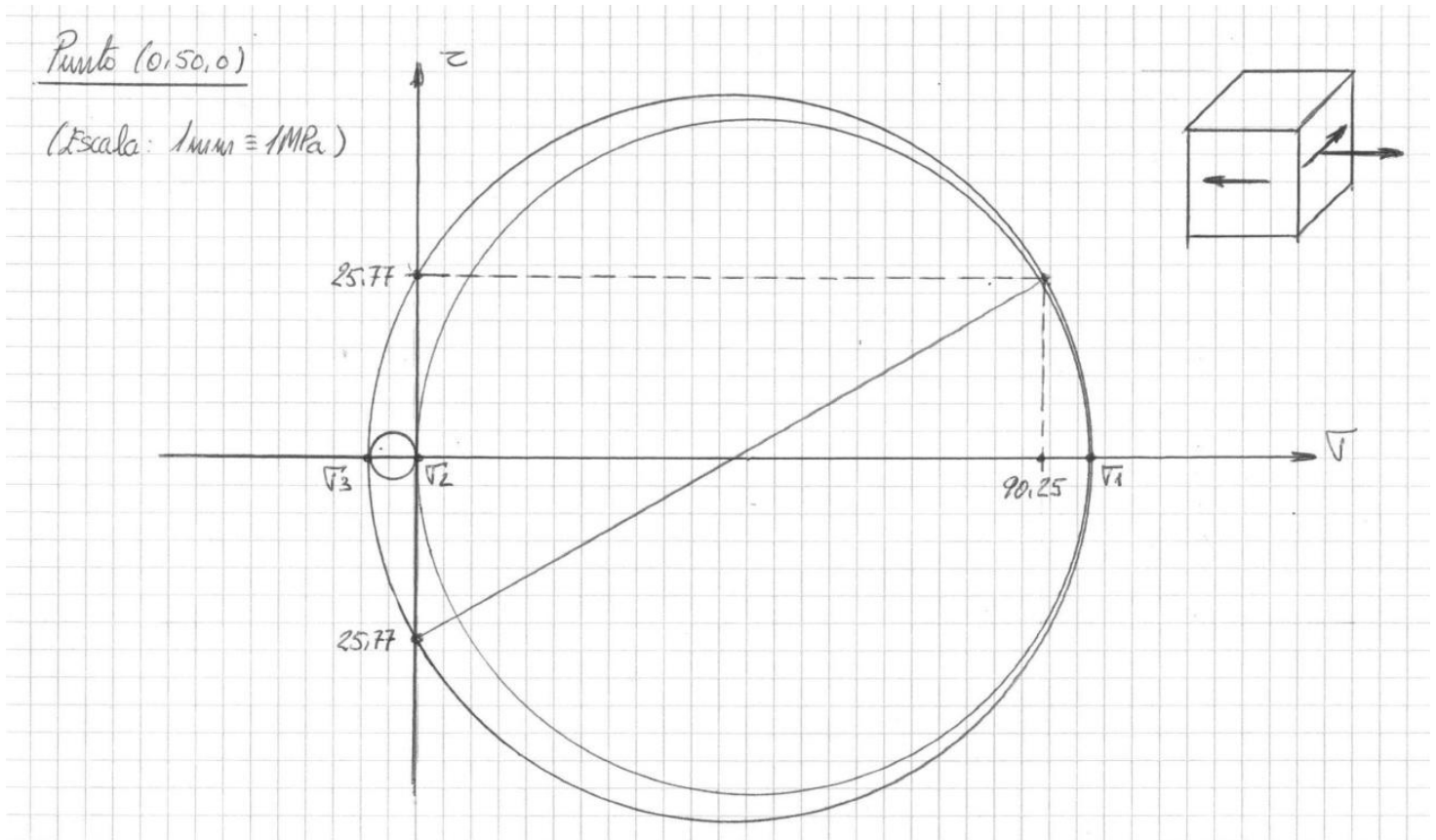
Se tiene que  $|M_x| = 4 \text{ kNm}$  ;  $e = 2 \text{ mm}$  (en el punto (0,50,0)).

$$A^* = (400 - 4) \cdot (100 - 2) = 38808 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto,

$$\tau = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{2 \cdot 38808 \text{ [mm}^2\text{]} \cdot 2 \text{ [mm]}} = 25.77 \text{ MPa}$$

El diagrama de Mohr del estado tensional en el punto (0,50,0) es:



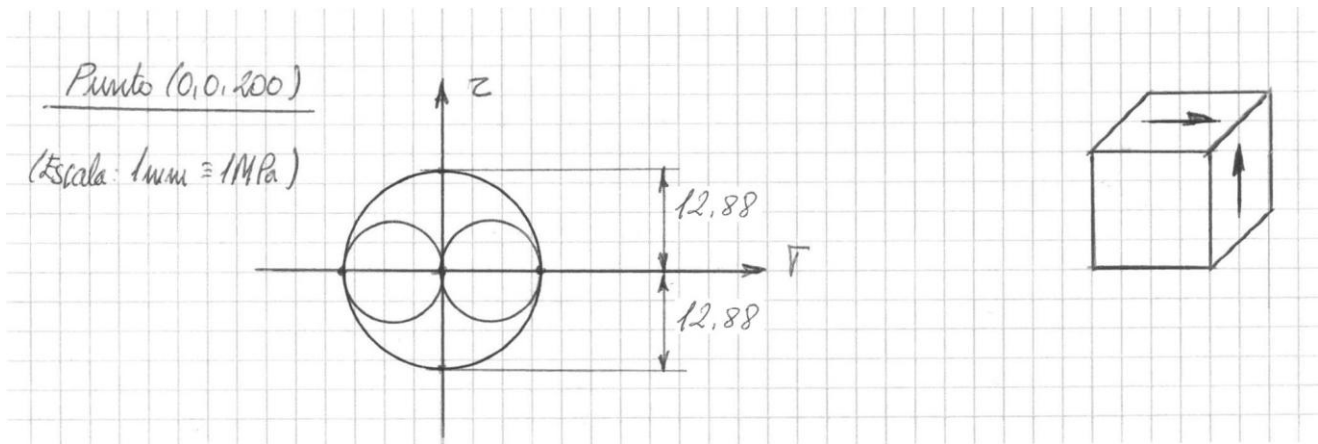
3º) Estado tensional en el punto (0,0,200) mm (1.5 puntos)

- No hay tensión normal ( $y=0$ )
- La tensión tangencial es debida al momento torsor.

$$\tau = \frac{M_x}{2 \cdot A^* \cdot e}$$

Siendo  $|M_x| = 4 \text{ kNm}$  ;  $e = 4 \text{ mm}$  (en el punto (0,0,200)) y  $A^* = 38808 \text{ mm}^2$ . Por lo tanto, se tiene una tensión tangencial:

$$\tau = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{2 \cdot 38808 \text{ [mm}^2\text{]} \cdot 4 \text{ [mm]}} = 12.88 \text{ MPa}$$



4º) Coeficiente de seguridad de la pieza respecto al límite elástico del material ( $\sigma_e=200MPa$ ) según el criterio de Tresca (1.5 puntos)

La tensión normal máxima en la sección se produce en las fibras más alejadas de la fibra neutra ( $y= \pm 50mm$ ). Además, la tensión tangencial es mayor en los tramos horizontales que en los tramos verticales porque el espesor es menor. Por lo tanto, los puntos críticos de la sección son los que se encuentran en las fibras superior o inferior:

Puntos críticos:  $P \in ( 0 , \pm 50 , z )$

En  $(0, 50,0)$ :

$$\sigma_1 = \frac{90.25}{2} + \sqrt{\left(\frac{90.25}{2}\right)^2 + 25.77^2} = 97.1 MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{90.25}{2} - \sqrt{\left(\frac{90.25}{2}\right)^2 + 25.77^2} = -6.8 MPa$$

Criterio de Tresca:

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{200}{97.1 + 6.8} = 1.92$$

5º) Desplazamiento vertical del punto de aplicación de la carga  $F$  (3 puntos)

Potencial interno:

$$W = \int_0^L \left( \frac{M_z^2(x)}{2EI_z} + \frac{M_x^2(x)}{2GI_t} \right) dx$$

Donde:

$$M_z(x) = -F(L - x)$$

$$L = 400 mm$$

$$M_x(x) = -F\left(\frac{b}{2}\right)$$

$$b = 400 mm$$

$$I_t = J = \frac{4 \cdot A^2}{\oint \frac{ds}{e}} = \frac{4 \cdot (38808 \text{ mm}^2)^2}{2 \cdot \left(\frac{98}{4} + \frac{396}{2}\right)} = 13537625.75 \text{ mm}^4$$

Dando el siguiente desplazamiento vertical:

$$\delta = \frac{\partial W}{\partial F} = \int_0^L \left( \frac{F(L-x)^2}{EI_z} + \frac{Fb^2}{4GI_t} \right) dx = \frac{FL^3}{3EI_z} + \frac{Fb^2L}{4GI_t}$$

$$\delta = 20000[N] \left( \frac{(400 [mm])^3}{3 \cdot 200000[MPa] \cdot 4431957.33[mm^4]} + \frac{(400 [mm])^2 \cdot 400 [mm]}{4 \cdot 80000[MPa] \cdot 13537625.75[mm^4]} \right)$$

$$\delta = 0.481 + 0.295 = 0.776 \text{ mm}$$