

Número de matrícula				
<input type="checkbox"/> 0				
<input type="checkbox"/> 1				
<input type="checkbox"/> 2				
<input type="checkbox"/> 3				
<input type="checkbox"/> 4				
<input type="checkbox"/> 5				
<input type="checkbox"/> 6				
<input type="checkbox"/> 7				
<input type="checkbox"/> 8				
<input type="checkbox"/> 9				

Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o rotulador negro, **rellenando completamente** la casilla de la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ($-1/4$).

1. En un sólido elástico lineal el estado tensional es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

La expresión de la energía elástica por unidad de volumen es:

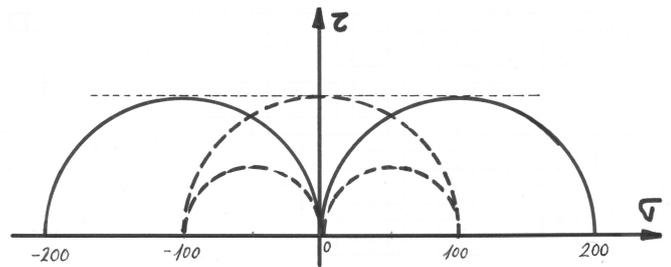
$\frac{\tau^2}{2G}$

$\frac{\tau^2}{4G}$

$\frac{\tau^2}{2E}$

$\frac{\tau^2}{4E}$

2. En el diagrama de Mohr de la figura, los círculos con trazo discontinuo corresponden a un estado tensional dado ($\sigma_1 = 100$ MPa, $\sigma_2 = 0$ MPa, $\sigma_3 = -100$ MPa), y los de trazo continuo corresponden respectivamente a estados límite de tracción y compresión simple ($\sigma_{eT} = 200$ MPa, $\sigma_{eC} = -200$ MPa). ¿Cuál es FALSA de las siguientes afirmaciones sobre el coeficiente de seguridad del estado tensional?


 El coeficiente de seguridad según el criterio de Tresca es igual a 2.

 El coeficiente de seguridad según el criterio de Mises es igual a 1.

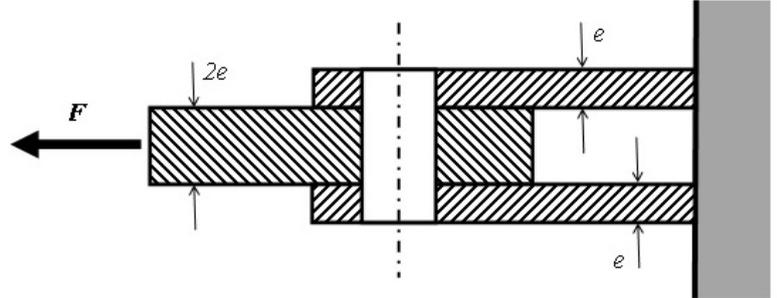
 El coeficiente de seguridad según el criterio de Rankine es igual a 2.

 El coeficiente de seguridad según el criterio simplificado de Mohr es igual a 1.

CORRECTED

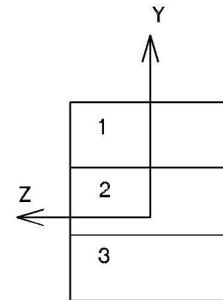
3. En la unión de la figura las tres chapas son del mismo material, tienen la misma anchura y hay un solo tornillo de diámetro ϕ centrado respecto a la carga F . Indique cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:

- El esfuerzo cortante en las secciones del tornillo es $F/2$.
- El fallo a aplastamiento se produce simultáneamente en las tres chapas.
- La chapa central tiene más resistencia a la tracción que las otras dos.
- El fallo a cortadura del tornillo es independiente del valor numérico de e .



4. La sección sándwich de la figura está compuesta por tres materiales diferentes (1, 2, y 3) cuyos módulos de deformación son respectivamente: $E_1 = 100$ GPa, $E_2 = 200$ GPa y $E_3 = 400$ GPa. Si dicha sección se encuentra sometida a un momento flector M_z , indicar la afirmación correcta en relación con su estado tensional y de deformaciones:

- En la fibra de separación de los materiales 1 y 2 tanto la tensión como la deformación en el material 2 son dobles que en el material 1
- La tensión máxima en el material 1 es cuatro veces la máxima en el material 3, consideradas ambas en valor absoluto,
- En la fibra de separación de los materiales 1 y 2 la tensión en el material 2 es doble que en el material 1
- En la fibra de separación de los materiales 2 y 3 la deformación en el material 3 es doble que en el material 2



5. El estado tensional en un punto de un sólido elástico viene dado por la siguiente matriz de tensiones (en MPa) referida a un sistema de referencia XYZ :

$$[T] = \begin{bmatrix} -2 & 2\sqrt{3} & 1 \\ 2\sqrt{3} & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

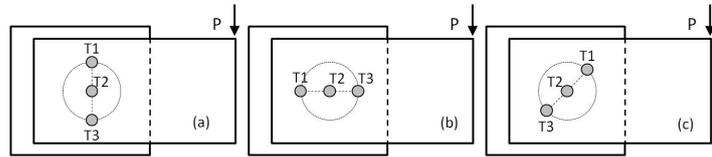
Se pide indicar el valor del ángulo que forma el vector tensión respecto del plano XZ con el eje Y :

- 0° 30° 60° 45°

CORRECTED

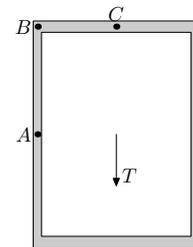
6. Para unir 2 chapas mediante 3 tornillos se tienen las 3 posibles configuraciones (a), (b) y (c) de las figuras. Señale la afirmación verdadera:

- En la configuración (c), el tornillo T3 falla antes que el T1
- La configuración (b) es más segura que la (c)
- Si se elimina el tornillo T2, la seguridad no se modifica en ninguna configuración
- La configuración (a) es la más segura



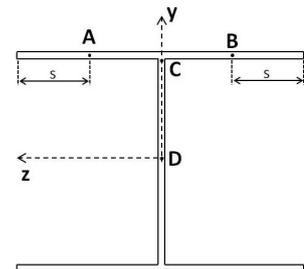
7. La sección de pared delgada de la figura está sometida a un esfuerzo cortante T . Indicar qué afirmación es cierta:

- La máxima tensión cortante se da en C y la mínima en A.
- La máxima tensión cortante se da en A y la mínima en C.
- La tensión cortante es nula en B y C.
- La máxima tensión cortante se da en B.



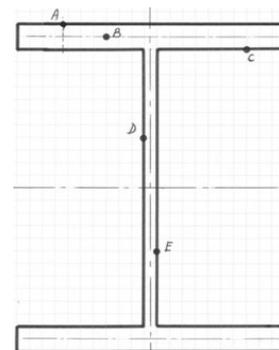
8. Respecto al perfil de pared delgada de la figura (simétrico respecto a los ejes y, z), si está sometido a un esfuerzo cortante según el eje y , señale la afirmación FALSA:

- En el punto C, $\tau = 0$
- τ_A no sigue la dirección del esfuerzo cortante
- τ_{max} se da en D
- $|\tau_A| = |\tau_B|$



9. La sección de pared delgada de la figura está sometida a torsión. Indique la afirmación FALSA:

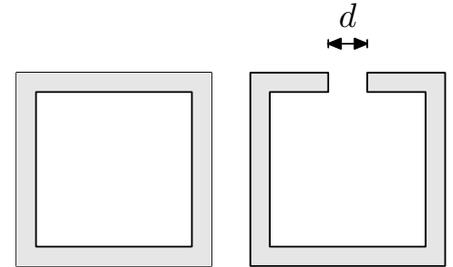
- La tensión tangencial en A es mayor que la de D
- Las tensiones tangenciales en D y E son iguales y de sentidos opuestos
- La tensión tangencial en B es nula
- La tensión tangencial en C es menor que la de E



CORRECTED

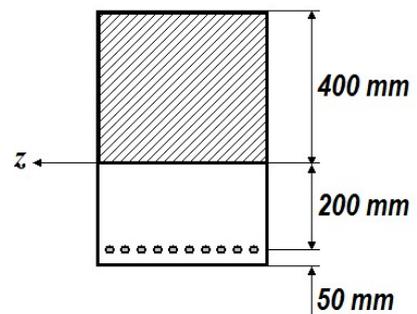
10. En la figura se representan dos secciones de pared delgada, ambas sometidas a torsión. Indicar la respuesta verdadera:

- La rigidez a torsión de la sección de la derecha es menor que la de la izquierda.
- La distribución de tensiones cortantes es la misma en ambas secciones lejos de la ranura.
- La rigidez a torsión de la sección de la derecha es independiente de d .
- Si d es muy pequeño la rigidez a torsión de ambas secciones es prácticamente idéntica.



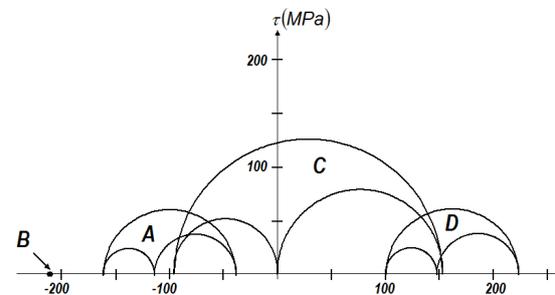
11. La sección de la viga de hormigón armado de la figura, sometida a momento flector M_z , está fisurada en una profundidad de 250 mm. Si la tensión máxima en el hormigón es de -20 MPa, y los módulos elásticos del acero y hormigón son $E_a = 2 \Delta 10^5$ MPa y $E_h = 2 \Delta 10^4$ MPa, la tensión en las varillas de acero es:

- 100 MPa
- 200 MPa
- 300 MPa
- 400 MPa



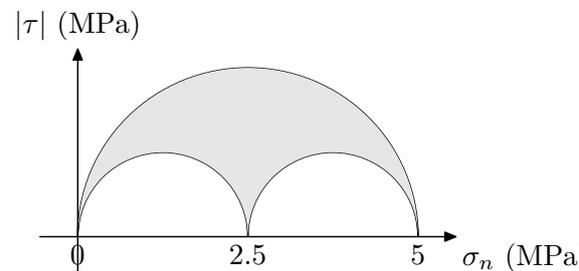
12. Indique qué estado o estados tensionales se encuentran en régimen plástico según el criterio de Tresca, para un material con límite elástico $\sigma_e = 200$ MPa.

- B y D
- Ninguno
- C
- A, B y D



13. En un sólido deformable, el estado tensional en su centro de gravedad está representado gráficamente por el diagrama de Mohr de la figura.

- No se puede saber nada del estado tensional en puntos del sólido distintos al centro de gravedad.
- La tensión máxima de tracción en el sólido es de 5 MPa.
- No hay ningún punto en el sólido sometido a compresión.
- Todos los puntos del sólido están sometidos a tracción.



CORRECTED

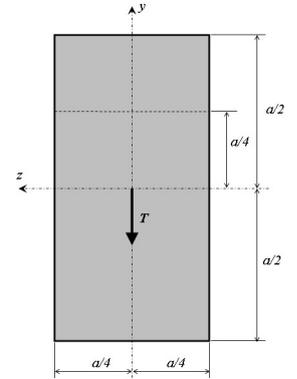
14. En la sección rectangular de la figura actúa el esfuerzo cortante T . Indique cuál de las siguientes expresiones de la correspondiente tensión tangencial es FALSA:

$\tau(y = a/2) = 0$

$\tau(y = a/4) = \frac{9T}{4a^2}$

$\tau = \frac{2T}{a^2}$ (constante en toda la sección)

$\tau(y = 0) = \frac{3T}{a^2}$



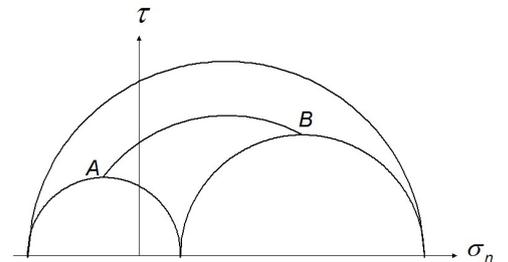
15. El arco AB pasa por los puntos más altos de los dos semicírculos de Mohr a los que corta. AB es representativo de:

Vectores tensión que forman 45° con la normal al plano.

Direcciones (vectores normales a planos), que forman 45° con las direcciones principales 1 y 3.

Direcciones (vectores normales a planos) que forman 45° con la dirección principal 2.

Vectores tensión que forman 45° con la dirección principal 2



CORRECTED

Número de matrícula				
<input type="checkbox"/> 0				
<input type="checkbox"/> 1				
<input type="checkbox"/> 2				
<input type="checkbox"/> 3				
<input type="checkbox"/> 4				
<input type="checkbox"/> 5				
<input type="checkbox"/> 6				
<input type="checkbox"/> 7				
<input type="checkbox"/> 8				
<input type="checkbox"/> 9				

Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o rotulador negro, **rellenando completamente** la casilla de la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta (las preguntas con varias respuestas marcadas se considerarán nulas).
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ($-1/4$).

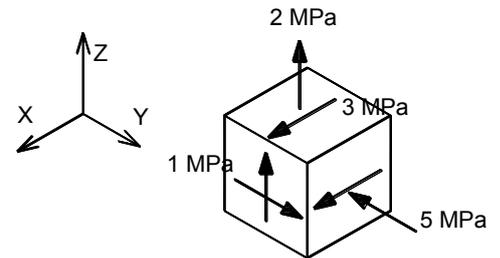
1. Indique cuál es la expresión matricial del estado tensional representado en la figura

$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa

$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa

$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa

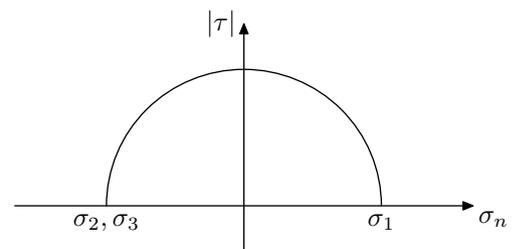
$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa



2. El diagrama de Mohr de la figura representa el estado de tensión en un punto con tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, con $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\sigma_3|$. Indicar la afirmación correcta acerca de las tensiones que actúan sobre el plano que pasa por dicho punto y que está definido por las direcciones principales 2 y 3:

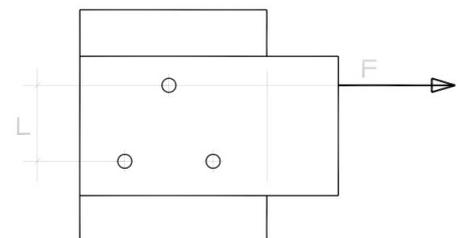
- La componente normal es de tracción y la componente tangencial es nula.
- Las componentes normal y tangencial de la tensión son ambas no nulas.

- La componente normal es de compresión y la componente tangencial es nula.
- La componente tangencial de la tensión es no nula.



3. En la figura se muestra una unión entre dos chapas laterales y una chapa central realizada mediante tres tornillos de igual sección dispuestos en un triángulo equilátero trabajando a doble cortadura. Indicar el valor del esfuerzo máximo de cortadura en los tornillos:

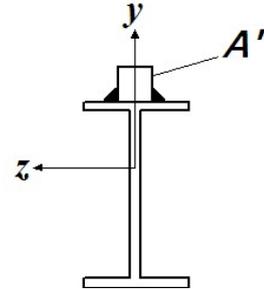
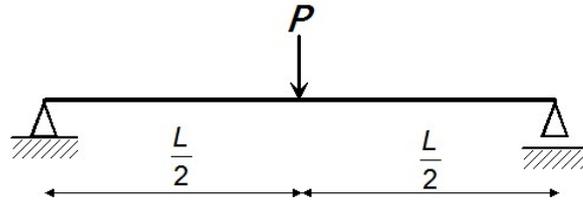
- $F/3$ $F/6$ $2F/3$ $F/2$



CORRECTED

4. En la viga de la figura, cuya sección tiene un momento de inercia I_z , la tensión cortante en los cordones de soldadura continuos (ancho de garganta a_g) es:

$\tau = \frac{Pm_{zA'}}{a_g I_z}$ $\tau = \frac{Pm_{zA'}}{4a_g I_z}$
 $\tau = \frac{Pm_{zA'}L}{2a_g I_z}$ $\tau = \frac{Pm_{zA'}}{2a_g I_z}$

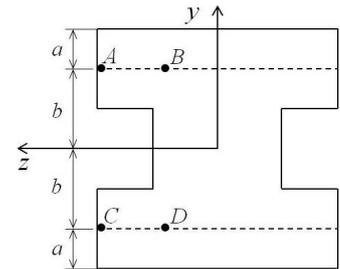


5. Un punto está sometido únicamente a tensiones normales $\sigma_x > 0$ y $\sigma_y \neq 0$, con $|\sigma_y| \leq \sigma_x$. De acuerdo con el criterio de Tresca,

- El coeficiente de seguridad es el mismo para σ_y de compresión que para σ_y de tracción. No se puede afirmar nada sobre el coeficiente de seguridad sin conocer el signo de σ_y .
 El coeficiente de seguridad es mayor para σ_y de tracción que para σ_y de compresión. El coeficiente de seguridad es mayor para σ_y de compresión que para σ_y de tracción.

6. En el perfil de la figura (que no se considera de pared delgada), si está sometido a un esfuerzo cortante según el eje y , señale la afirmación verdadera:

- $\tau_A = \tau_C = 0$ idéntica en A, B, C y D
 $|\tau_B| > |\tau_A|$ τ_B y τ_D tienen el mismo módulo y dirección pero los sentidos son opuestos
 La tensión tangencial es

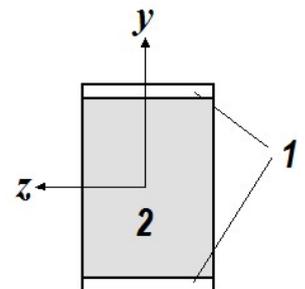
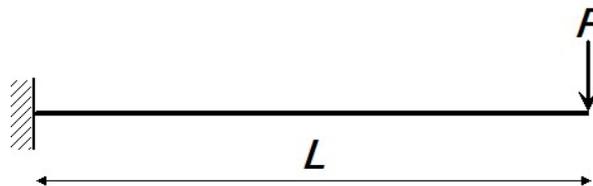


7. Un sólido elástico de $E = 200,000$ MPa, $G = 100,000$ MPa y 1.000 mm³ de volumen está sometido a un estado tensional homogéneo cuya matriz de tensiones para una referencia dada es $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 200 & 100 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ MPa. La energía elástica acumulada es:

- 0,05 Julios 0,20 Julios 0,10 Julios 0,15 Julios

8. En la viga de dos materiales con la carga y sección de la figura, el desplazamiento vertical del extremo libre es:

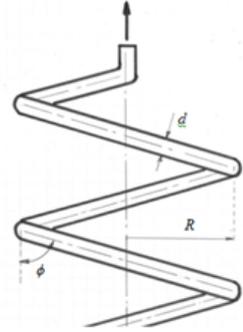
$\frac{PL^3}{3(I_{z1} + \frac{E_2}{E_1}I_{z2})}$
 $\frac{PL^3}{6(E_2I_{z1} + E_1I_{z2})}$
 $\frac{PL^3}{3(E_1I_{z1} + E_2I_{z2})}$
 $\frac{PL^3}{6(E_1I_{z1} + E_2I_{z2})}$



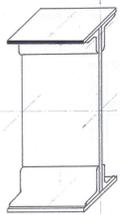
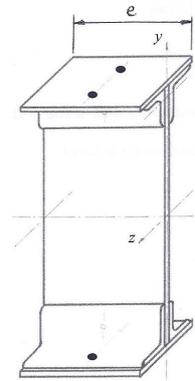
CORRECTED

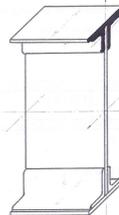
9. Se considera un resorte helicoidal de n espiras, diámetro de varilla d , radio de espira R y ángulo helicoidal ϕ . Para un caso de carga de tracción axial, indique cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:

- A mayor radio de espira R , mayor resistencia del resorte
- A mayor número de espiras n , mayor capacidad del resorte para almacenar energía elástica
- A mayor diámetro de la varilla d , mayor resistencia del resorte
- Con un ángulo helicoidal nulo, $\phi = 90^\circ$, son nulos el esfuerzo normal N y el momento flector M_F en las secciones

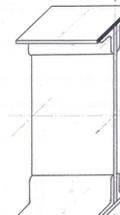


10. Se considera una viga armada remachada diseñada para trabajar a flexión simple (M_z, T_y). En la figura se representa un elemento de longitud igual a la distancia e entre dos pares de remaches consecutivos de unión platabanda-angulares. Estando un par de remaches en el centro del elemento, la carga que soportan es proporcional al momento estático respecto al eje z del área destacada en negro









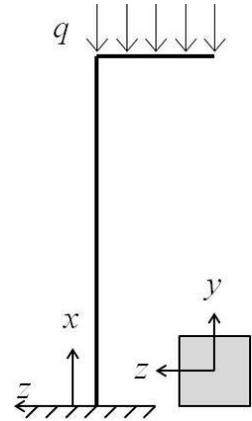
11. Dado un tubo de sección cuadrada cerrada de pared delgada con espesor constante empotrado en un extremo y libre en el otro donde actúa un par torsor, indique la afirmación correcta:

- El ángulo de giro del extremo libre es proporcional a la longitud del tubo.
- El ángulo de giro disminuye cuando disminuye el módulo de elasticidad del material.
- La tensión tangencial máxima aumenta al aumentar el espesor del tubo.
- La tensión tangencial en la sección del tubo se anula en la línea media.

CORRECTED

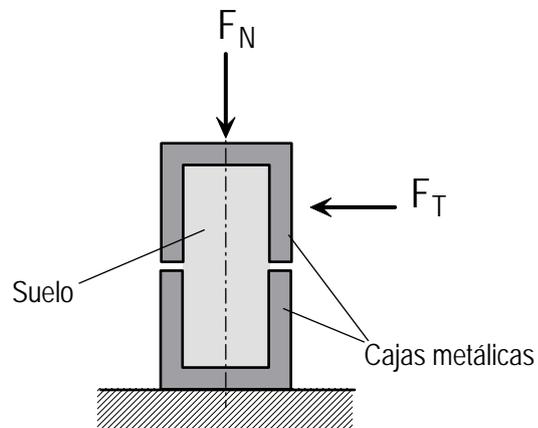
12. El semipórtico de la figura se encuentra sometido a carga distribuida en el dintel. Si la sección de las barras, tal y como se representa en la figura, es cuadrada maciza, señale la afirmación correcta:

- La tensión normal en el baricentro de la sección en el empotramiento es de compresión
- La tensión tangencial en la sección de empotramiento sigue la dirección y sentido del eje y y el módulo varía según una ley parabólica
- El tramo vertical del semipórtico está sometido a flexo-torsión
- En el tramo vertical del semipórtico, el momento flector varía según una recta siendo máximo en el empotramiento y cero en el otro extremo



PROBLEMA 1 (5 puntos)

El ensayo de corte directo de suelos consiste en aplicar un valor constante de fuerza normal F_N sobre una muestra cilíndrica (encapsulada entre dos cajas metálicas), y aumentar la carga lateral F_T hasta que se produce la rotura.



Se han realizado dos ensayos de corte directo sobre muestras de 50 mm de diámetro con los siguientes valores de cargas de fallo:

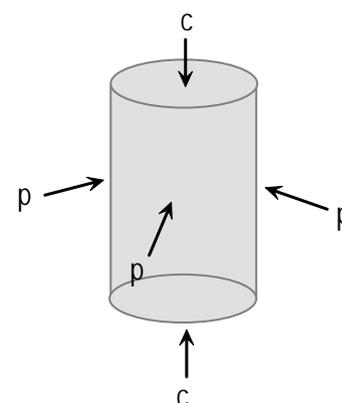
Ensayo 1: $F_N = 100 \text{ N}$ $F_T = 126 \text{ N}$

Ensayo 2: $F_N = 400 \text{ N}$ $F_T = 206 \text{ N}$

Empleando kPa como unidad de presión (redondee al entero más próximo), se pide:

1.- Recta de los estados límite de Mohr para el suelo.

2.- Otro ensayo de suelos, alternativo al de corte directo, es el ensayo triaxial de compresión, en el que la muestra cilíndrica es sometida a presión p lateral constante, aumentándose la presión axial c ($c > p$) hasta que se alcanza la rotura.



Obtenga gráficamente los valores de c y p del ensayo triaxial límite para los cuales las tensiones normal y cortante en los planos de fallo son iguales a las del ensayo 1 de corte directo.

3.- Para el estado límite del apartado anterior, obtenga gráficamente el ángulo que forman las normales a los planos de fallo con el eje de revolución de la muestra.

RESOLUCIÓN

1.- Cada punto de la recta de Mohr es la pareja de valores de tensión normal y tensión cortante que aparecen en los planos de fallo de un estado límite. En cada ensayos de corte se tiene una pareja de valores de tensión normal y cortante promedios cuando la muestra falla por el plano de separación entre las dos cajas. Así, de los dos ensayos se obtienen dos puntos de la recta. (1,5 puntos)

Sección del plano de corte: $A = \frac{\pi}{4} \cdot 50^2 \text{ mm}^2 = 1963,5 \text{ mm}^2$

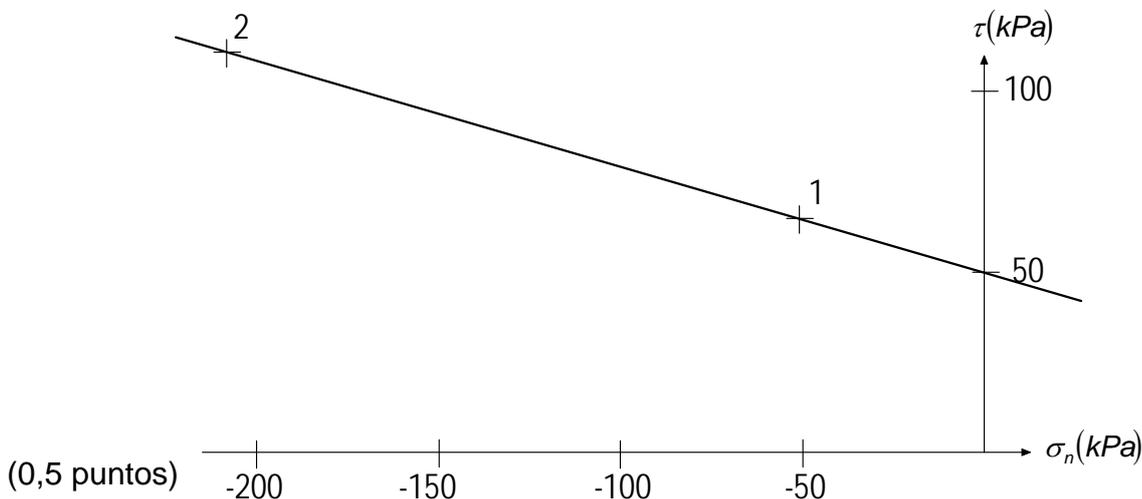
Ensayo 1: $\sigma_n = -\frac{100N}{1963,5 \text{ mm}^2} = -0,051 \text{ MPa} \equiv -51 \text{ kPa}$

$$\tau = 1,26 \cdot 51 \text{ kPa} = 64 \text{ kPa}$$

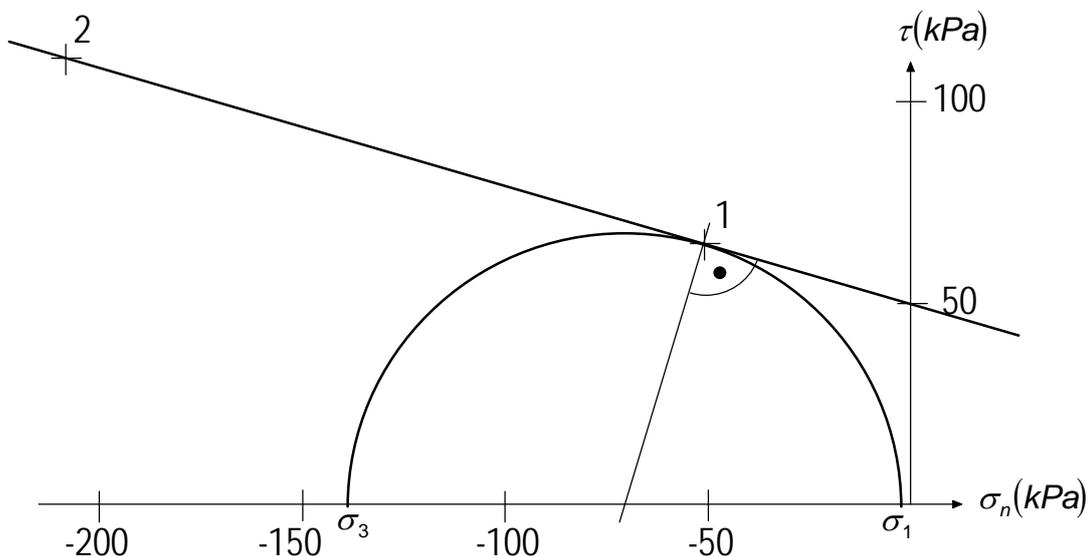
Ensayo 2: $\sigma_n = -4 \cdot 51 \text{ kPa} = -204 \text{ kPa}$

$$\tau = 2,06 \cdot 51 \text{ kPa} = 105 \text{ kPa}$$

La recta de Mohr es la siguiente:



2.- Para el estado límite cuyas tensiones normal y cortante en los planos de fallo coinciden con el punto 1, el semicírculo de Mohr externo (el que pasa por las tensiones principales σ_1 y σ_3), es tangente a la recta en el punto 1, y tiene como centro la intersección entre la normal a la recta de Mohr y el eje de abscisas.

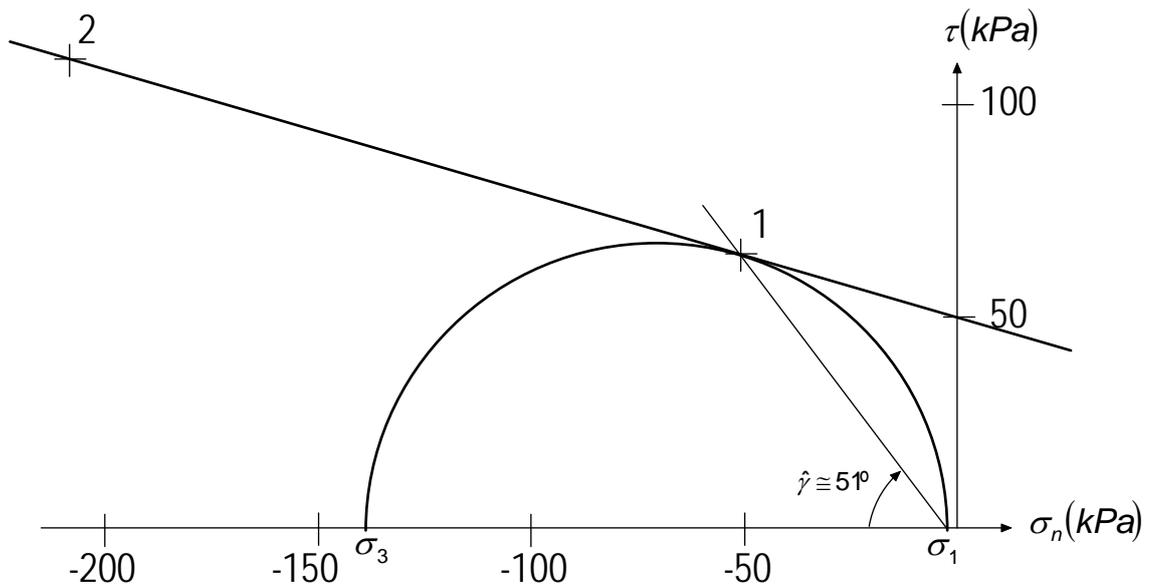


La matriz de tensiones del ensayo triaxial es $[T] = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -c \end{pmatrix}$. Se trata de un

estado cilíndrico en el que $\sigma_1 = \sigma_2 = -p$ $\sigma_3 = -c$. (1,5 puntos)

Así, del diagrama anterior se deduce que $p \cong -2kPa$ $c \cong -140kPa$. (0,5 puntos)

3.- El eje de revolución de la muestra coincide con la dirección principal 3, por lo que el ángulo pedido es $\hat{\gamma}$, el único que es posible medir sobre el diagrama por ser un estado cilíndrico cuya única dirección definida es la asociada a la tensión principal 3. Al medir sobre el diagrama resulta valer 51° aproximadamente. (1 punto)

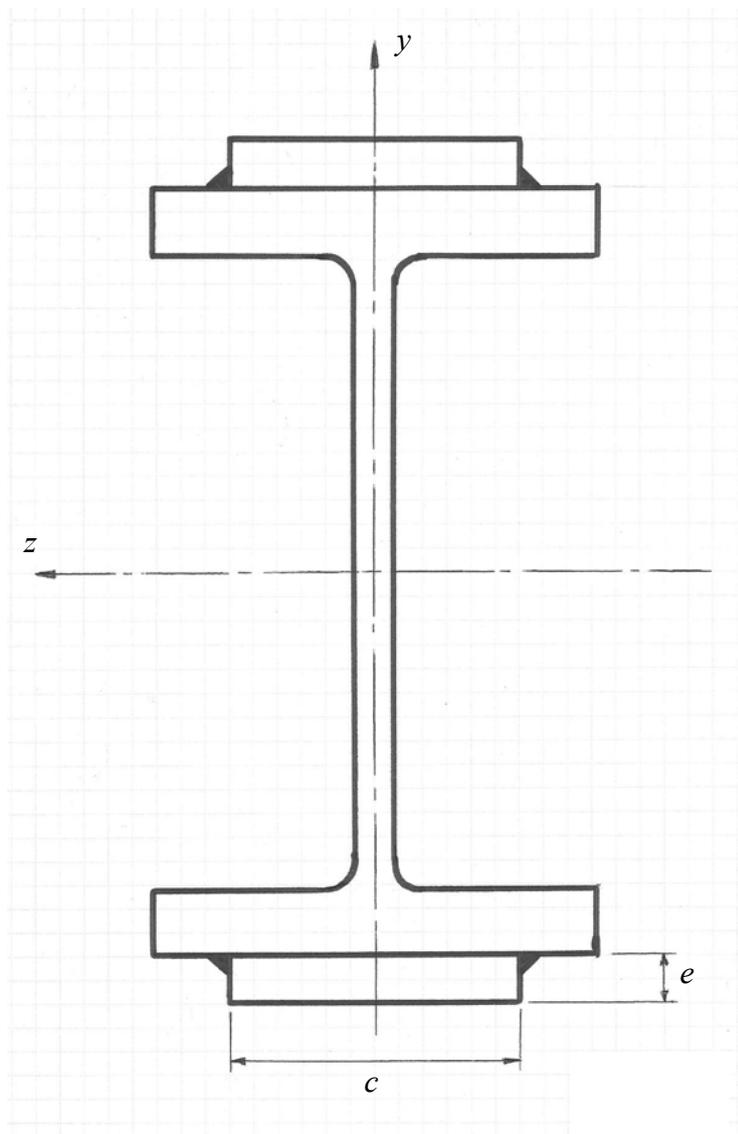


AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES.

PEC-3 / FINAL. CURSO 2015-16. 8/06/2016. PROBLEMA 2

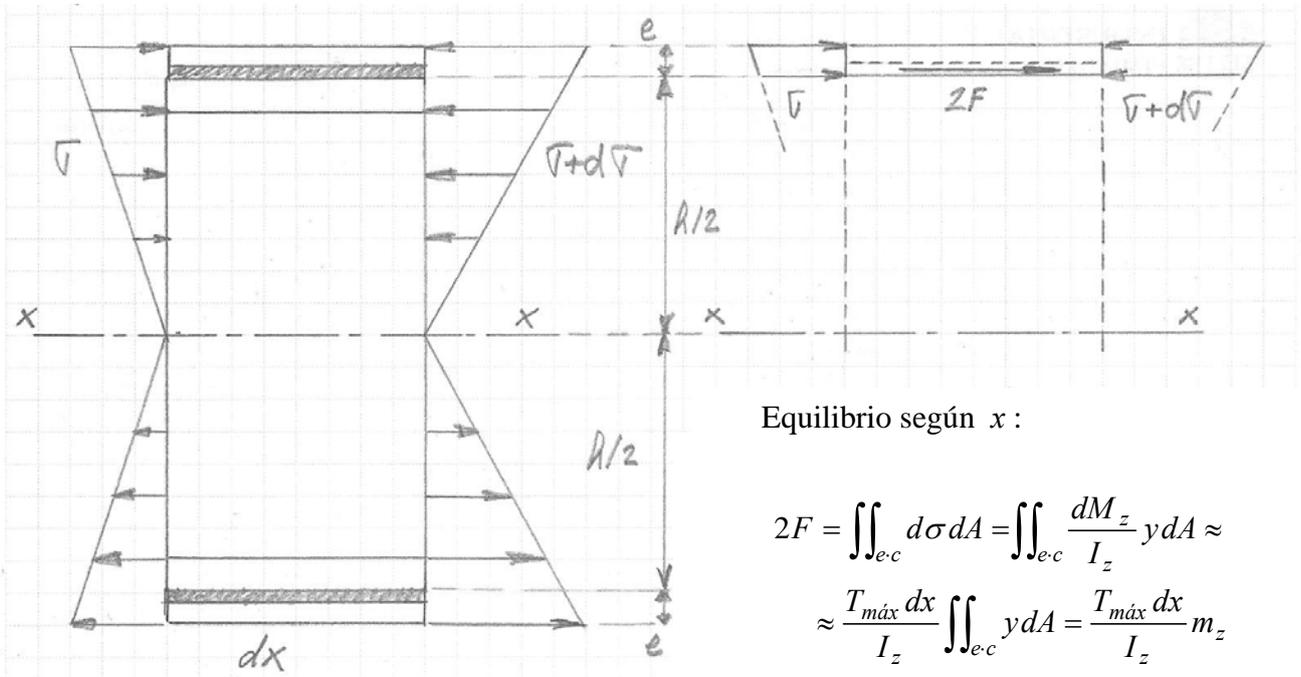
En la Figura se tiene la sección de una viga armada constituida con un perfil IPE-80 y dos pletinas iguales de anchura $c=30\text{mm}$ y espesor $e=2\text{mm}$ soldadas con cordones continuos de soldadura fría de espesor de garganta $a=2\text{mm}$ y tensión admisible $\tau_{s adm} = 60\text{MPa}$. Se pide:

- 1º) Máximo esfuerzo cortante T_y , en kN , compatible con la resistencia de los cordones (3,5 puntos)
- 2º) Comprobar si, para el esfuerzo cortante hallado, se supera la tensión cortante admisible del material de la IPE ($\tau_{IPE adm} = 200\text{MPa}$) (1,5 puntos)



SOLUCIÓN

1º) Equilibrio de un elemento diferencial longitudinal de la viga sometida a flexión simple (M_z y T_y) considerando sólo las tensiones de flexión:



Equilibrio según x :

$$2F = \iint_{e-c} d\sigma dA = \iint_{e-c} \frac{dM_z}{I_z} y dA \approx \frac{T_{\max} dx}{I_z} \iint_{e-c} y dA = \frac{T_{\max} dx}{I_z} m_z$$

$$m_z = \iint_{e-c} y dA = ce \left(\frac{h}{2} + \frac{e}{2} \right) = 30 \cdot 2 \left(\frac{80}{2} + \frac{2}{2} \right) mm^3 = 2460 mm^3$$

$$I_z = I_{z\text{IPE}} + 2 \left(\frac{1}{12} ce^3 + ce \left(\frac{h}{2} + \frac{e}{2} \right) \right) = 80,1 \cdot 10^4 mm^4 + 2 \left(\frac{1}{12} 30 \cdot 2^3 + 2 \cdot 30 \left(\frac{80}{2} + \frac{2}{2} \right) \right) mm^4 = 1002760 mm^4$$

Tensión en la soldadura: $\tau_s = \frac{F}{a dx} \leq \tau_{s adm} = 60 MPa$

En el límite: $T_{\max} = \frac{\tau_{s adm} a 2 I_z}{m_z} = \frac{60 MPa \cdot 2 mm \cdot 2 \cdot 1002760 mm^4}{2460 mm^3} = 97830 N = 97,8 kN$

2º) La tensión tangencial máxima se da en $y=0$, luego:

$$m_z(y=0) = S_x(\text{tablas}) + c \cdot e \left(\frac{h}{2} + \frac{e}{2} \right) = 11,6 \cdot 10^3 mm^3 + 30 \cdot 2 \left(\frac{80}{2} + \frac{2}{2} \right) mm^3 = 14060 mm^3$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau(y = 0) = \frac{T_{m\acute{a}x} m_z(y = 0)}{I_z b(y = 0)} = \frac{97,8kN \cdot 14060 mm^3}{1002760 mm^4 \cdot 3,8mm} = 361MPa > \tau_{adm IPE}$$

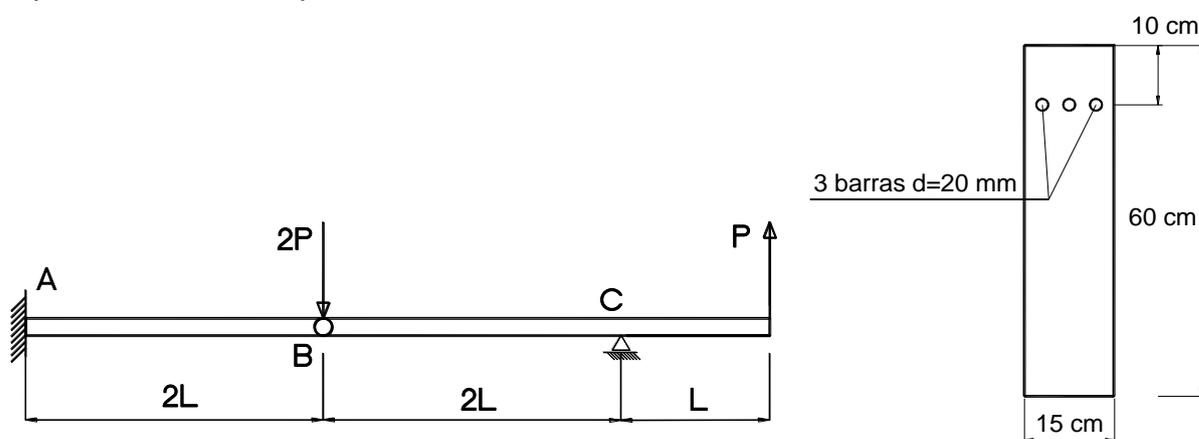
AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES
PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA Nº3 / EXAMEN DE JUNIO

PROBLEMA 3 (5 puntos)

Fecha de publicación de la preacta: 24 de junio de 2016

Fecha de revisión del examen: 29 de junio de 2016 a las 18:00

Se considera una viga de hormigón armado empotrada en su extremo A, con una articulación en B y un apoyo simple en C sobre la que actúan exclusivamente las cargas indicadas en la figura, en la que además se muestra la sección en el empotramiento A. Se pide:



- 1) Dibujar los diagramas acotados de esfuerzos cortantes y momentos flectores, indicando claramente las expresiones, en función de P y L , y el criterio de signos adoptado.
- 2) Para $L = 5$ m, calcular los valores de P que dan lugar a las siguientes situaciones en la sección del empotramiento A y en la hipótesis de sección sin fisurar:
 - Agotamiento del hormigón a compresión.
 - Fin del régimen elástico del acero.
 - Inicio de la fisuración del hormigón (se alcanza su resistencia a tracción).
- 3) Para un valor de $P = 1,5$ kN calcular la longitud mínima de armadura desde el empotramiento A que es necesaria para que ninguna sección se fisure.

Datos:	Acero,	Límite elástico:	$\sigma_s = 400$ MPa
		Módulo de deformación:	$E_s = 210$ GPa
	Hormigón,	Resistencia a compresión:	$\sigma_{cc} = 40$ MPa
		Resistencia a tracción:	$\sigma_{ct} = 4$ MPa
		Módulo de deformación:	$E_c = 30$ GPa

SOLUCIÓN

1) Reacciones:

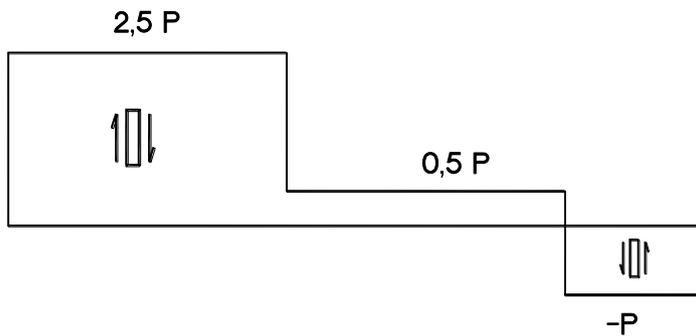
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_C - 2P + P = 0 \Rightarrow R_A = \frac{5}{2}P$$

$$\sum M_{z,A} = 0 \Rightarrow M_A - 2P \cdot 2L + R_C \cdot 4L + P \cdot 5L = 0 \Rightarrow M_A = 5PL$$

$$M_{z,B} = P \cdot 3L + R_C \cdot 2L = 0 \Rightarrow R_C = -\frac{3}{2}P$$

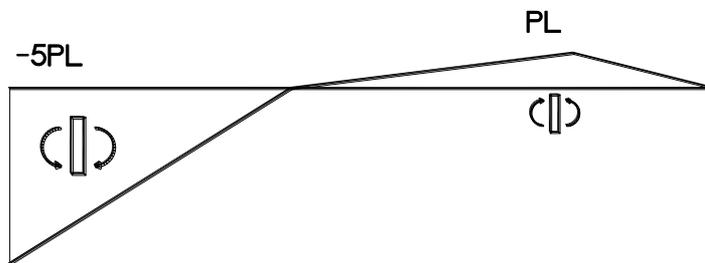
0,5 puntos

Diagrama de esfuerzos cortantes



0,5 puntos

Diagrama de momentos flectores



1 punto

2) Sección A equivalente de hormigón: $n = \frac{E_s}{E_c} = 7$

$$A^* = (n-1) \cdot 3\pi \frac{2^2}{4} + 15 \cdot 60 = 956,55 \text{ cm}^2$$

$$y_{G,\text{sup}}^* = \frac{(n-1) \cdot 3\pi \frac{2^2}{4} \cdot 10 + 15 \cdot 60 \cdot 30}{A^*} = 28,82 \text{ cm}$$

0,5 puntos

$$I_z^* = (n-1) \cdot 3\pi \frac{2^2}{4} (y_{G,\text{sup}}^* - 10)^2 + \frac{15}{12} \cdot 60^3 + 15 \cdot 60 (y_{G,\text{sup}}^* - 30)^2 = 291.282,26 \text{ cm}^4$$

0,5 puntos

Momento actuante: $M_{ZA} = -5PL = -5 \cdot P \cdot 5 = -25P \text{ Nm}$

Agotamiento del hormigón a compresión:

$$\text{Fibra inferior: } \sigma_{cc} = \frac{-M_z}{I_z} y_{G,\text{inf}} = \frac{25P \cdot 10^3}{291,3 \cdot 10^7} (288,2 - 600) = -40 \text{ MPa} \Rightarrow P = 14.946,0 \text{ N}$$

0,5 puntos

Plastificación del acero:

$$\sigma_s = n \frac{-M_z}{I_z} (y_{G,\text{sup}} - 100) = 7 \frac{25P \cdot 10^3}{291,3 \cdot 10^7} (288,2 - 100) = 400 \text{ MPa} \Rightarrow P = 35.381,0 \text{ N}$$

0,5 puntos

Fisuración del hormigón:

$$\text{Fibra superior: } \sigma_{ct} = \frac{-M_z}{I_z} y_{G,\text{sup}} = \frac{25P \cdot 10^3}{291,3 \cdot 10^7} 288,2 = 4 \text{ MPa} \Rightarrow P = 1.617,2 \text{ N}$$

0,5 puntos

3) Momento de fisuración de la sección de hormigón sin armaduras:

$$\text{Fibra superior: } \sigma_{ct} = \frac{-M_{fis}}{I_z} y_{G,\text{sup}} = \frac{-M_{fis}}{\frac{150}{12} 600^3} 300 = 4 \text{ MPa} \Rightarrow M_{fis} = -36 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Momento máximo en A: $M_{ZA} = -5PL = -5 \cdot 1500 \cdot 5 = -37,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

Por proporcionalidad el Momento de fisuración se alcanza en la sección situada a una distancia de:

$$L_f = 2L \frac{37,5 - 36}{37,5} = 400 \text{ mm}$$

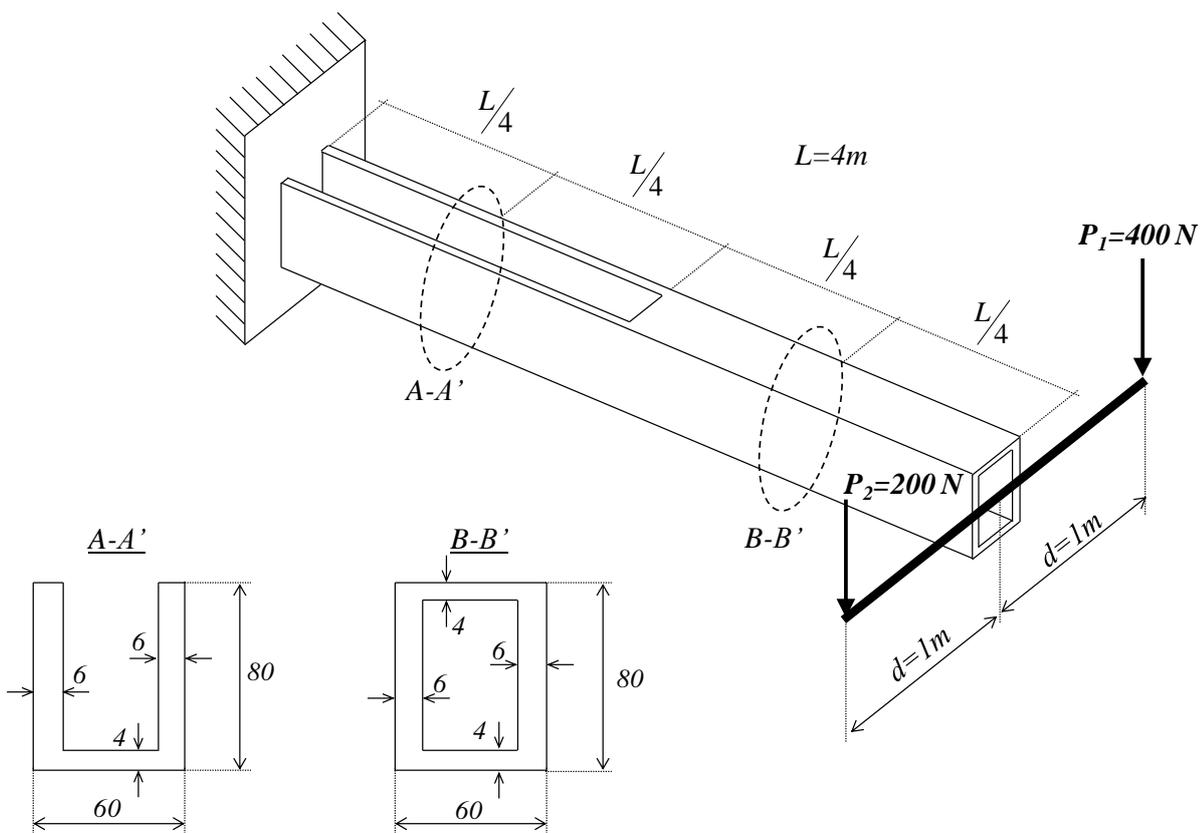
A partir de esa distancia no será necesario disponer armadura

0,5 puntos

PROBLEMA 4 (5 puntos)

Se tiene una viga compuesta de dos secciones perfectamente unidas del mismo material ($E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $G=1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ y $\sigma_e=200 \text{ MPa}$) que está empotrada en un extremo. En el extremo libre se suelda una viga infinitamente rígida en el centro de gravedad de la sección. Si actúan las cargas indicadas en la figura, se pide:

1. Coeficiente de seguridad de la sección $B-B'$ según el criterio de Tresca (despreciando los efectos del esfuerzo cortante)
2. Ángulo de torsión girado por el extremo libre respecto al empotramiento

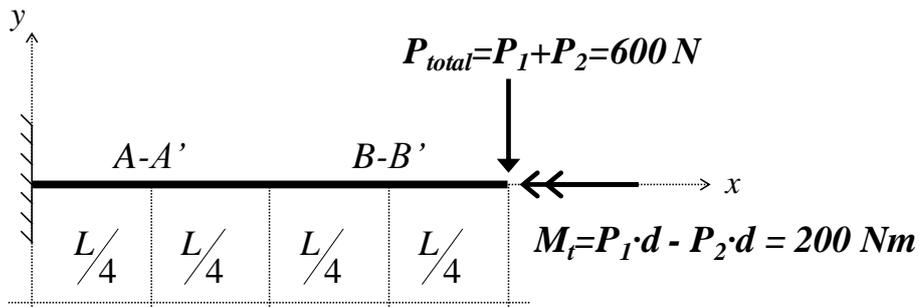


(cotas en mm)

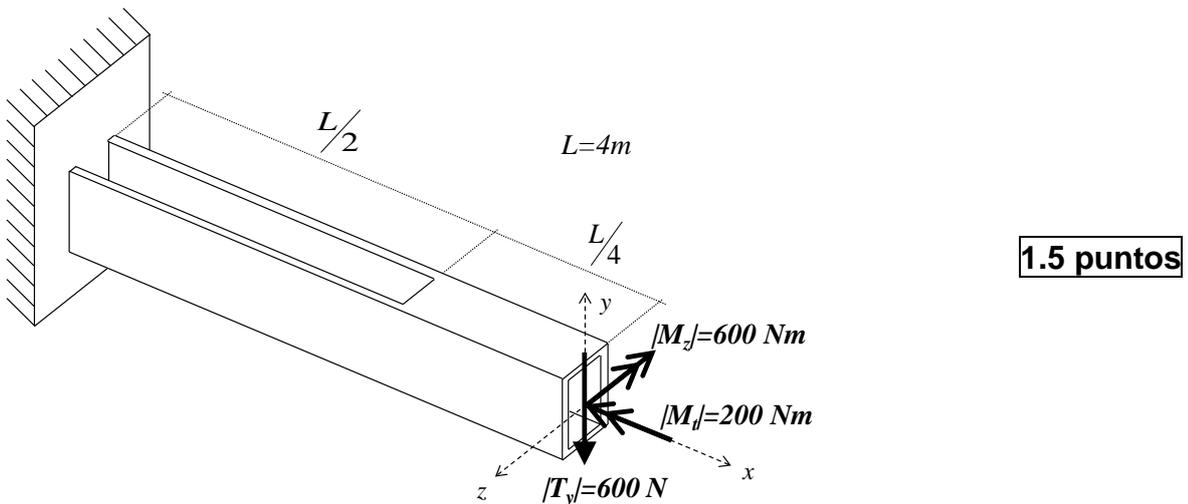
SOLUCIÓN

1. Coeficiente de seguridad de la sección $B-B'$ según el criterio de Tresca
 (3.5 puntos)

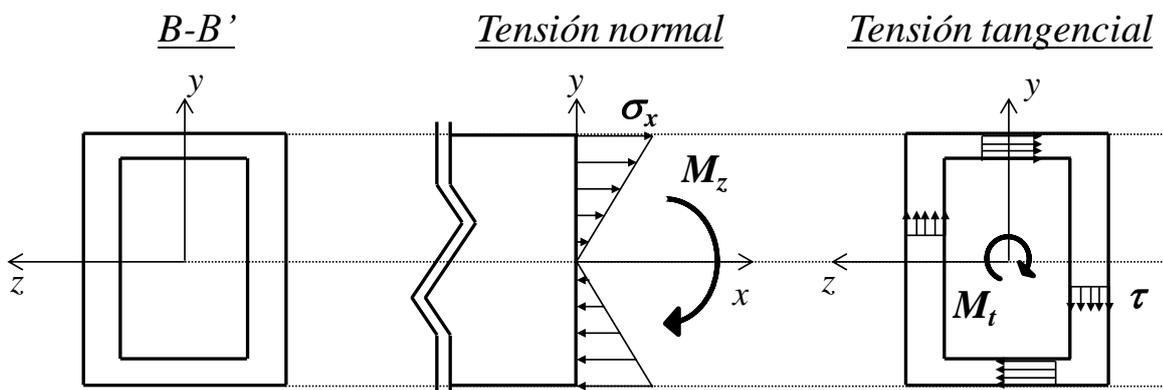
Las cargas sobre la viga indeformable provocan una carga vertical y un momento torsor sobre la viga empotrada:



Siendo los esfuerzos en la sección $B-B'$ los siguientes:



Que da lugar a la siguiente distribución de tensiones en $B-B'$ (despreciando los efectos del esfuerzo cortante):

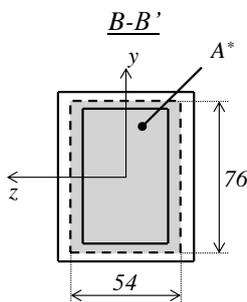


Donde puede verse que en las fibras superior e inferior ($y=\pm h/2$) coinciden tanto la tensión normal máxima como la tensión tangencial máxima. Por lo tanto, estas dos fibras son las críticas y respecto a ellas hay que calcular el coeficiente de seguridad.

La tensión normal máxima se calcula a partir de la Ley de Navier: **0.5 puntos**

$$|\sigma_{x,max-BB'}| = \frac{|M_{z,BB'}|}{I_z} \cdot \frac{h}{2} = \frac{600 \cdot 10^3 [Nmm]}{\left(\frac{1}{12} 60 \cdot 80^3 - \frac{1}{12} 48 \cdot 72^3\right) [mm^4]} \cdot \frac{80}{2} [mm] = 22.49 MPa$$

Para la tensión tangencial máxima, hay que tener en cuenta que se trata de un perfil cerrado de pared delgada. Se obtiene como sigue:



$$W_t = 2 \cdot A^* \cdot e_{min} = 2 \cdot (54 \times 76) \cdot 4 = 32832 mm^3$$

$$|\tau_{max-BB'}| = \frac{|M_{t,BB'}|}{W_t} = \frac{200 \cdot 10^3 [Nmm]}{32832 [mm^3]} = 6.09 MPa$$

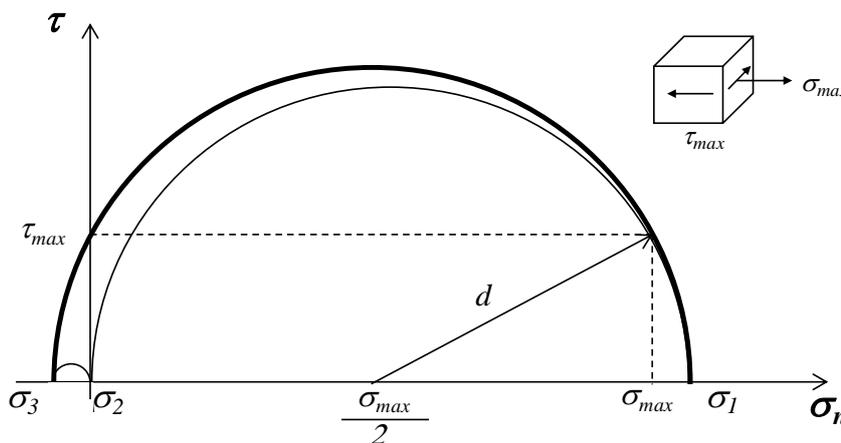
0.5 puntos

Para calcular el coeficiente de seguridad según el criterio de Tresca para un estado de flexo-torsión, se puede utilizar la siguiente expresión:

$$n = \frac{\sigma_e}{\sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2}} = \frac{200}{\sqrt{22.49^2 + 4 \cdot 6.09^2}} = 7.82$$

1 punto

O bien, se puede obtener a partir de las tensiones principales:



$$d = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2}$$

Quedando:

$$\sigma_1 = 24.03 MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -1.54 MPa$$

Y, por lo tanto, el coeficiente de seguridad según el criterio de Tresca es:

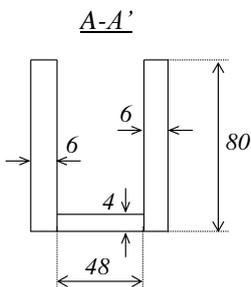
$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{200}{24.03 - (-1.54)} = 7.82$$

2. Ángulo de torsión girado por el extremo libre (1.5 puntos)

Se obtiene como la suma del giro de la sección entre 0 y L/2 (sección A-A') y el giro entre L/2 y L (sección B-B'). Dado que el momento torsor es constante, el material es el mismo (misma G) y la longitud de cada tramo es la misma (L/2), se tiene:

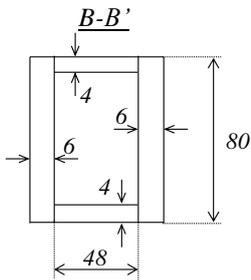
$$\Delta\theta_{0 \rightarrow L} = \Delta\theta_{0 \rightarrow \frac{L}{2}} + \Delta\theta_{\frac{L}{2} \rightarrow L} = \frac{M_{t,0 \rightarrow \frac{L}{2}}}{G \cdot I_{t,AA'}} \cdot \frac{L}{2} + \frac{M_{t,\frac{L}{2} \rightarrow L}}{G \cdot I_{t,BB'}} \cdot \frac{L}{2} = \frac{M_t \cdot L}{2G} \left(\frac{1}{I_{t,AA'}} + \frac{1}{I_{t,BB'}} \right)$$

Se calculan las rigideces torsionales de las secciones A-A' (perfil delgado abierto ramificado) y B-B' (perfil cerrado):



$$I_{t,AA'} = \frac{1}{3} \sum e_i^3 S_i = \frac{1}{3} (2 \cdot 6^3 \cdot 80 + 4^3 \cdot 48) = 12544 \text{ mm}^4$$

0.5 puntos



$$I_{t,BB'} = \frac{4 \cdot A^{*2}}{\oint \frac{ds}{e}} = \frac{4 \cdot (54 \times 76)^2}{2 \left(\frac{80}{6} + \frac{48}{4} \right)} = 1329696 \text{ mm}^4$$

0.5 puntos

Quedando, por lo tanto:

$$\Delta\theta_{0 \rightarrow L} = \frac{200 \cdot 10^3 [\text{Nmm}] \cdot 4 \cdot 10^3 [\text{mm}]}{2 \cdot 1 \cdot 10^5 [\text{N/mm}^2]} \left(\frac{1}{12544} + \frac{1}{1329696} \right) \left[\frac{1}{\text{mm}^4} \right] = 0.32 \text{ rad}$$

0.5 puntos