Corrected

AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES PEC-1 CURSO 2016-17 30 min.

Número de matrícula

☐**0**	☐**0**	☐**0**	☐**0**	☐**0**
☐**1**	☐**1**	☐**1**	☐**1**	☐**1**
☐**2**	☐**2**	☐**2**	☐**2**	☐**2**
☐**3**	☐**3**	☐**3**	☐**3**	☐**3**
☐**4**	☐**4**	☐**4**	☐**4**	☐**4**
☐**5**	☐**5**	☐**5**	☐**5**	☐**5**
☐**6**	☐**6**	☐**6**	☐**6**	☐**6**
☐**7**	☐**7**	☐**7**	☐**7**	☐**7**
☐**8**	☐**8**	☐**8**	☐**8**	☐**8**
☐**9**	☐**9**	☐**9**	☐**9**	☐**9**

Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o lápiz, rellenando la **completamente** la casilla correspondiente a la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta y **no utilice tippex** (preguntas con varias respuestas marcadas serán anuladas).
- No escriba nada cerca de las marcas de las esquinas (●).
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ($-1/4$).

1. En un punto de un sólido deformable las tensiones principales son $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ y sus respectivas direcciones principales $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$. Indique la afirmación falsa:

☐ La tensión sobre un plano que pasa por el punto y tiene normal $\boldsymbol{v}_1$ no tiene componente tangencial.

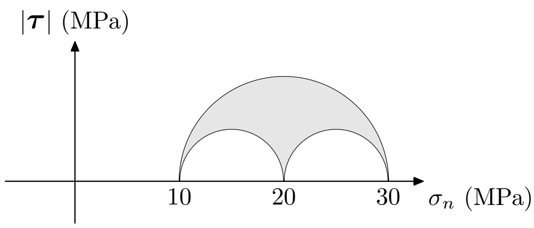
☐ Si $\boldsymbol{n}$ es un vector unitario cualquiera y $\boldsymbol{t}$ el vector tensión sobre un plano de normal $\boldsymbol{n}$ y que pasa por el punto, entonces $\boldsymbol{t} \cdot \boldsymbol{n} \leq \sigma_1$.

■ Las tensiones principales no pueden ser negativas.

☐ Las direcciones principales son ortogonales.

2. Si el diagrama de Mohr de la figura corresponde con el estado tensional de un punto, ¿Cuál es el factor de seguridad según el criterio de Tresca si $\sigma_e = 80$ MPa?

■ 4 ☐ 1/4 ☐ 2 ☐ 1/2



3. El estado tensional en un punto de un sólido elástico viene dado por la siguiente matriz de tensiones referida a un sistema de referencia XYZ:

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Indique la afirmación CORRECTA en relación a dicho estado tensional:

■ La suma de las tensiones principales es 4 MPa.

☐ Todas la tensiones principales son de compresión.

☐ La dirección X es dirección principal.

☐ Se trata de un estado tensional cilíndrico en el que $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$.

4. Las tensiones principales en un punto de un sólido deformable son:

$$\sigma_1 = 7 \text{ MPa}, \qquad \sigma_2 = 3 \text{ MPa}, \qquad \sigma_3 = -3 \text{ MPa}.$$

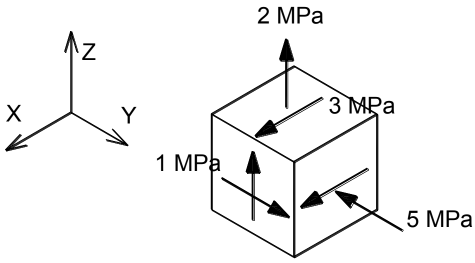
Indique la afirmación CORRECTA:

- [ ] Para planos cuya normal forma 90^o con la dirección principal 2, $\sigma_{n,\text{máx}} = 3$ MPa.
- [x] Para planos cuya normal forma 90^o con la dirección principal 1, $\sigma_{n,\text{máx}} = 3$ MPa.
- [ ] Para planos cuya normal forma 90^o con la dirección principal 2, $\tau_{\text{máx}} = 3$ MPa.
- [ ] Para planos cuya normal forma 90^o con la dirección principal 1, $\tau_{\text{máx}} = 5$ MPa.

5. Se realiza un ensayo de tracción sobre una probeta de acero de tal forma que todos los puntos de la misma están sometidos a un estado de tracción pura de valor σ. Si el material de la probeta tiene una tensión cortante admisible τ_{adm}, entonces

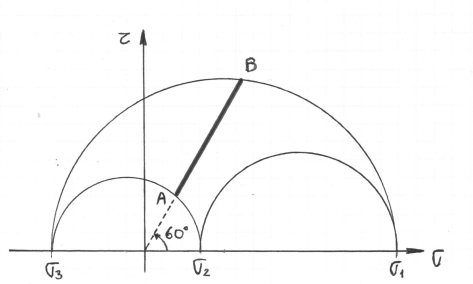
- [ ] Según el criterio de Tresca nunca se producirá el fallo plástico en la probeta porque las tensiones tangenciales son nulas.
- [ ] Según el criterio de Tresca, la probeta plastificará cuando $\sigma = \tau_{adm}$.
- [x] Según el criterio de Tresca, la probeta plastificará cuando $\sigma = 2\,\tau_{adm}$.
- [ ] La tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ en un punto cualquiera satisfacen $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$.

6. Indique cuál es la expresión matricial del estado tensional representado en la figura



- [ ] $[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa
- [x] $[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa
- [ ] $[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ MPa
- [ ] $[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ MPa

7. En el diagrama de Mohr de la figura, los puntos del segmento AB son representativos de:



- [ ] Orientaciones en las que el vector normal forma 60^o con la 3^a dirección principal.
- [ ] Orientaciones en las que el vector normal forma 60^o con la 2^a dirección principal.
- [ ] Orientaciones en las que el vector normal forma 60^o con la 1^a dirección principal.
- [x] Orientaciones cuyo vector normal forma 60^o con el vector tensión.

8. La matriz de tensiones en un punto de un sólido deformable, expresado en un sistema de coordenadas cartesianas xyz, es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad (1)$$

Indique la afirmación CORRECTA:

- ☐ La dirección principal 2 forma 90^o con el eje y.
- ☐ Las direcciones principales 1 y 3 forman 90^o con el eje x.
- ■ Las direcciones principales 1 y 3 forman 90^o con el eje y.
- ☐ La dirección principal 3 forma 90^o con el eje z.

9. Si la tensión principal 1 en un punto de un sólido sometido a un sistema de cargas es igual al límite elástico ($\sigma_1 = \sigma_e$), señale la afirmación FALSA:

- ■ El sólido finaliza el comportamiento elástico según los criterios de Rankine y Tresca independientemente del valor de resto de tensiones principales.
- ☐ Si $\sigma_2 = 0$, el sólido no se encuentra en régimen elástico según el criterio de Tresca.
- ☐ Si $\sigma_3 > 0$, el sólido se mantiene en régimen elástico según el criterio de Tresca.
- ☐ Si $\sigma_2 = \sigma_3 = 0{,}5\sigma_1$, el sólido no se encuentra en régimen elástico según el criterio de Rankine.

10. Los estados tensionales de dos puntos distintos en un sólido elástico

- ☐ Se corresponden con dos puntos dentro del diagrama de Mohr del sólido.
- ☐ Se corresponden con el mismo punto dentro del diagrama de Mohr del sólido si la tensión es homogénea.
- ☐ Se corresponden el mismo punto dentro del diagrama de Mohr del sólido si las tensiones principales de ambos son iguales.
- ■ Tienen, en general, diagramas de Mohr diferentes.

11. Si la recta que representa la curva intrínseca de los estados límite de un material frágil según el criterio de rotura simplificado de Mohr corta al eje de abscisas en el punto $\sigma_n = 15$ MPa, indique la afirmación CORRECTA para dicho material:

- ■ Sometido a un estado tensional esférico de compresión nunca se alcanzará la rotura.
- ☐ La tensión de rotura en compresión debe ser inferior, en valor absoluto, a la de rotura en tracción.
- ☐ La tensión de rotura en tracción será igual o superior a 15 MPa.
- ☐ Sometido a un estado tensional esférico de tracción nunca se alcanzará la rotura.

CORRECTED

12. La matriz de tensiones en el entorno de un punto P es la siguiente:

$$[T] = \begin{bmatrix} 6 & a & -a \\ a & 0 & b \\ -a & b & 0 \end{bmatrix}$$

Conociendo el valor de la tensión principal 2 ($\sigma_2 = 2$ MPa) y sabiendo que $\sigma_1 = -2\sigma_3$, señale la afirmación correcta:

- [x] $\sigma_1 = 8$ MPa y $\sigma_3 = -4$ MPa.
- [ ] No se puede conocer el valor de σ_1 y σ_3 si no se conocen los valores de a y b.
- [ ] $a = 0$.
- [ ] $\sigma_1 = 6$ MPa y $\sigma_3 = -3$ MPa.

Corrected

AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES PEC-2 CURSO 2016-17 30 min.

Número de matrícula

□ **0**	□ **0**	□ **0**	□ **0**	□ **0**
□ **1**	□ **1**	□ **1**	□ **1**	□ **1**
□ **2**	□ **2**	□ **2**	□ **2**	□ **2**
□ **3**	□ **3**	□ **3**	□ **3**	□ **3**
□ **4**	□ **4**	□ **4**	□ **4**	□ **4**
□ **5**	□ **5**	□ **5**	□ **5**	□ **5**
□ **6**	□ **6**	□ **6**	□ **6**	□ **6**
□ **7**	□ **7**	□ **7**	□ **7**	□ **7**
□ **8**	□ **8**	□ **8**	□ **8**	□ **8**
□ **9**	□ **9**	□ **9**	□ **9**	□ **9**

Nombre y apellidos:

Número de matrícula:

- Codifique su número de matrícula a la izquierda, colocando un dígito en cada columna (sólo en la primera hoja).
- Conteste las preguntas con bolígrafo o lápiz, rellenando la **completamente** la casilla correspondiente a la respuesta correcta (■).
- Marque **sólo una respuesta** en cada pregunta y **no utilice tippex** (preguntas con varias respuestas marcadas serán anuladas).
- No escriba nada cerca de las marcas de las esquinas (●).
- La puntuación de todas las preguntas es 1. Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa ($-1/4$).

1. Un material tiene una resistencia a tracción σ_{rt} y una resistencia a compresión σ_{rc}. Según el criterio de rotura de Mohr simplificado, en un diagrama de Mohr, la recta de estados límite del material

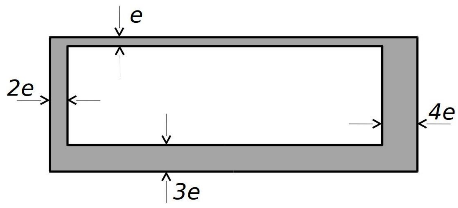
□ es tangente a una semicircunferencia de centro $((\sigma_{rt} + \sigma_{rc})/2, 0)$ y radio $(\sigma_{rt} - \sigma_{rc})/2$.

□ es tangente a una semicircunferencia de centro $(|\sigma_{rc}|/2, 0)$ y radio $|\sigma_{rt}|$.

■ es tangente a una semicircunferencia de centro $(\sigma_{rt}/2, 0)$ y radio $\sigma_{rt}/2$.

□ corta al eje de abcisas en el punto $(\sigma_{rt}, 0)$.

2. Una barra de sección constante <compuesta de cuatro tramos> como la de la figura está sometida a torsión. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA:



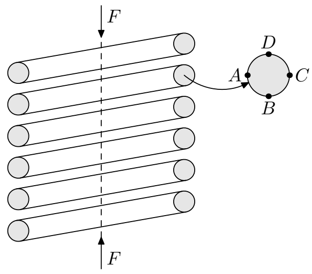
■ La tensión tangencial máxima se da en el tramo de espesor e.

□ En la línea media de cada tramo la tensión tangencial es nula.

□ En un mismo tramo, la tensión tangencial en el borde interno es igual y de sentido opuesto a la del borde externo.

□ El estado tensional es independiente del área encerrada por el contorno interno de la sección.

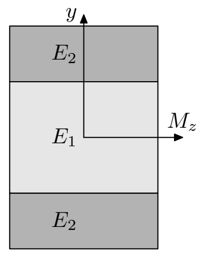
3. Un muelle helicoidal está sometido a fuerzas de compresión como se indica en la figura. En la sección de la espira que se dibuja, ¿qué punto sufre mayores tensiones cortantes?

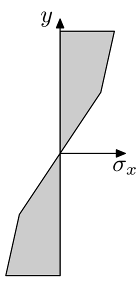


■ A ☐ B

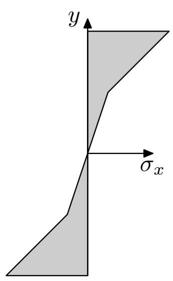
☐ C ☐ D

4. La sección compuesta de la figura está sometida a un momento flector M_z y se sabe que $E_2 > E_1$. Indicar el diagrama correcto de tensiones normales σ_x a lo largo del eje y de la sección:

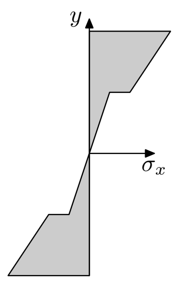




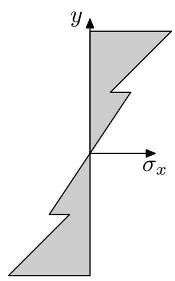
☐



☐



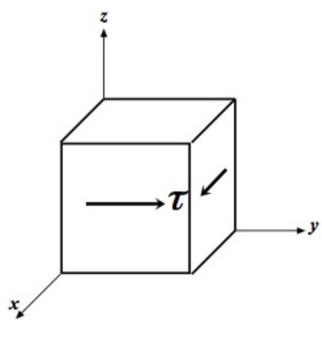
■



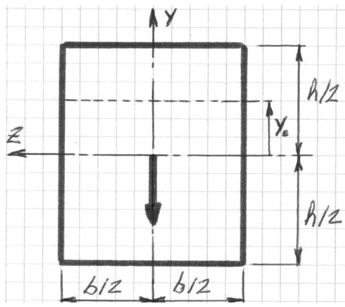
☐

5. Sabiendo que $G = E/(1+2\nu)$, la energía elástica debida a la componente desviadora del tensor de tensiones (energía de distorsión), por unidad de volumen para el estado tensional de la figura, es:

☐ $\dfrac{\tau^2}{4G}$ ■ $\dfrac{\tau^2}{2G}$ ☐ $\dfrac{2\tau^2}{G}$ ☐ $\dfrac{\tau^2}{G}$



6. En la sección rectangular sometida a esfuerzo cortante de la figura, ¿cuál es la afirmación FALSA en relación con la tensión tangencial en los puntos $y = y_0$?

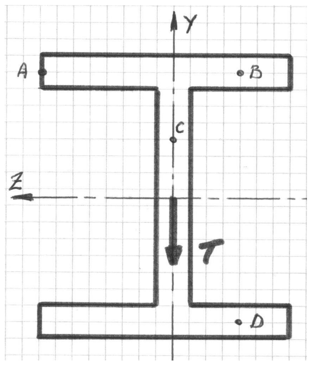


- [ ] La tensión tangencial es inversamente proporcional a la anchura b.
- [ ] La tensión tangencial es inversamente proporcional al momento de inercia de toda la sección respecto del eje z.
- [x] La tensión tangencial es proporcional al momento estático de la mitad superior de la sección respecto del eje z.
- [ ] La tensión tangencial es independiente de la coordenada z.

7. Si una unión unión atornillada entre dos chapas falla por aplastamiento de éstas, ¿cuál de las siguiente modificaciones NO mejora el comportamiento de la unión?

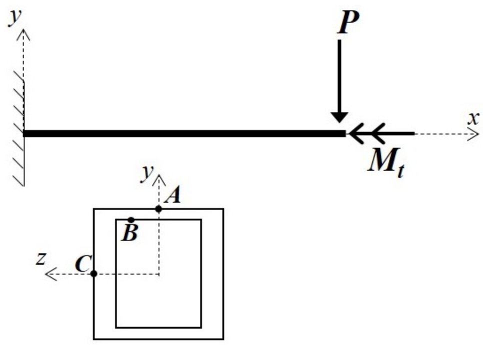
- [ ] Cambiar las chapas por otras de mayor espesor.
- [ ] Aumentar el número de tornillos.
- [ ] Aumentar el diámetro de los tornillos.
- [x] Separar los tornillos de los bordes de las chapas.

8. Para el perfil de pared delgada de la figura sometido al esfuerzo cortante T, indique cuál es la afirmación FALSA



- [ ] La tensión tangencial en C es paralela al cortante y está dirigida hacia abajo.
- [ ] La tensión tangencial en A es nula.
- [x] La tensión tangencial en B es paralela al cortante y está dirigida hacia abajo.
- [ ] La tensión tangencial en D es paralela al eje z y está dirigida hacia la derecha.

9. Se tiene una barra empotrada cuyo extremo libre está sometido a un par torsor M_t y a una carga P tal y como se muestra en la figura, donde se incluye además la sección de la barra. Despreciando los efectos del esfuerzo cortante, se podrá asegurar que la barra se encuentra en régimen elástico según el criterio de Tresca si:

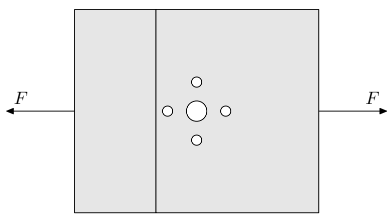


- ■ El punto A de la sección de empotramiento se encuentra en régimen elástico.
- □ El punto C de la sección empotramiento se encuentra en régimen elástico.
- □ En cualquier sección de la viga se comprueba que los puntos B y C se encuentran en régimen elástico.
- □ El punto B de la sección de empotramiento se encuentra en régimen elástico.

10. Una viga armada simétrica está constituida por un perfil IPN con dos platabandas unidas mediante cordones continuos de soldadura de espesor de garganta constante a. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA:

- □ Si la viga está biapoyada en los extremos y sometida a una distribución uniforme de carga, la tensión tangencial en los cordones de soldadura es constante.
- □ Si la viga esta biapoyada en los extremos y sometida a una carga vertical centrada, la tensión cortante en la soldadura es nula en los extremos y máxima en el centro.
- □ Si la viga está empotrada-libre con una carga vertical en el extremo libre, el riesgo de rotura de la soldadura es nulo en el extremo libre y máximo en el empotramiento.
- ■ Si la viga está sometida a flexión pura, la tensión tangencial en los cordones de soldadura es nula.

11. La unión atornillada de la figura está formada por 4 tornillos iguales de diámetro ϕ_A y un tornillo mayor de diámetro $\phi_B = 2\phi_A$. ¿Cuál(es) de los tornillos sufre mayor tensión cortante?



- ■ Todos sufren la misma tensión.
- □ Cualquiera de los tornillos pequeños.
- □ No se puede saber.
- □ El tornillo mayor.

12. En la sección rectangular de una barra se tiene una carga puntual P de compresión excéntrica (no coincidente con el baricentro de la sección). Si los ejes de simetría de la sección son yz, señale la afirmación VERDADERA:

- ■ Sea cual sea el punto de aplicación de la carga, el baricentro de la sección se encuentra sometido a compresión.
- ☐ Si la carga P se aplica sobre un vértice de la sección, el eje neutro pasa por el baricentro.
- ☐ Si la carga P está aplicada sobre un punto del eje z, el eje neutro es paralelo al eje z.
- ☐ Si la carga P está aplicada sobre un punto del eje y, el eje neutro es perpendicular al eje z.

Corrected

AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES CURSO 2016-17
CONVOCATORIA DE MAYO

Fecha de publicación de la preacta: 13/6/2017
Fecha y hora de la revisión del examen: 16/6/2017 a las 17:00

Problema 1 (10 puntos)

Un perfil IPE-100 de acero ($E_a = 210$ GPa) en voladizo tiene longitud $L = 2$ m y está sometida a una carga distribuida vertical q, como se dibuja en la figura. La viga está sujeta a la pared mediante dos chapas con 4 tornillos, a doble cortadura, de diámetro ϕ colocados sobre los vértices de un cuadrado de lado $l = 50$ mm y centro a una distancia $c = 40$ mm del extremo de la viga.

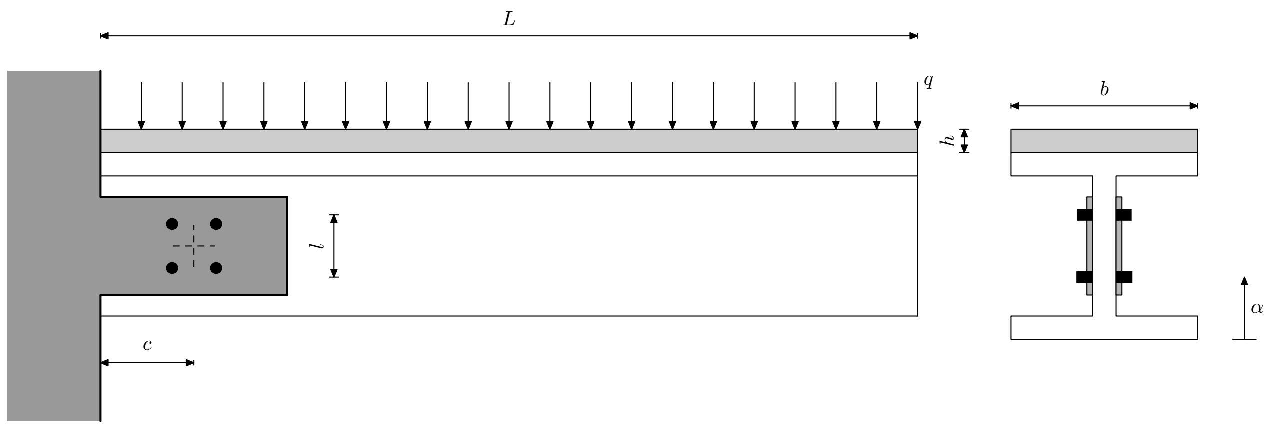
a) Dibujar los diagramas de esfuerzo cortante y momento flector en la viga y acotarlos en función de q y L.

b) El perfil se refuerza uniendo en su parte superior un tablón de madera ($E_m = 10,5$ GPa) de anchura $b = 55$ mm y espesor $h = 10$ mm. Tomando el acero como material de referencia ($n_a = 1$) calcular la coordenada α del eje neutro en la sección transformada (ver figura) y la inercia a flexión respecto de dicho eje (Nota: ignorar las chapas de la unión y los tornillos).

c) Si $q = 5$ N/mm, calcular la flecha en el extremo libre y la tensión normal máxima en el acero y la madera.

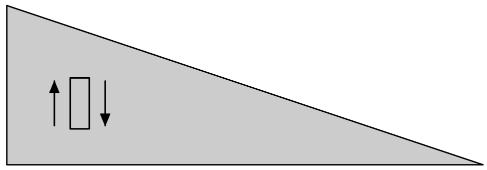
d) Se sustituye el tablón de madera por una platabanda de acero de anchura $b = 40$ mm y espesor $h = 10$ mm, que se suelda a la viga con dos cordones continuos de garganta $g = 4$ mm, uno en cada lado. Calcular el valor máximo de q que resiste la soldadura si su tensión admisible es $\tau_{adm} = 80$ MPa.

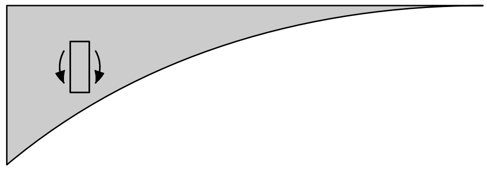
e) Para una carga $q = 1$ N/mm, determinar el diámetro mínimo de tornillo, redondeando a un número entero, si su tensión tangencial admisible es $\tau_{adm} = 150$ MPa.



Para los cuatro primeros apartados suponemos que la distancia c es mucho más pequeña que L y la despreciamos del cálculo de los esfuerzos.

a) (1 Punto) El diagrama de esfuerzo cortante y el de flector son los de la figura:





b) (2 Puntos) Tomando como material de referencia el acero, la sección transformada debe modificar la anchura del tablón de madera por el factor $n_m = E_m/E_a = 10{,}5/210 = 1/20$. Si $H = 150$ mm es el valor del canto del perfil IPE, la coordenada α del eje neutro en la sección transformada será

$$\alpha_G = \frac{A_{IPE}H/2 + b\,n_m\,h(H + h/2)}{A_{IPE} + b\,n_m\,h} = 51{,}43 \text{ mm}$$

La inercia de la sección transformada respecto del eje neutro es

$$\tilde{I} = I_{IPE} + A_{IPE}(H/2 - \alpha_G)^2 + \frac{1}{12}b\,n_m h^3 + b\,n_m\,h\,(H + h/2 - \alpha_G)^2 = 1{,}792 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

c) (2 Puntos) Para calcular la flecha en la punta del voladizo utilizamos el método de la ecuación universal que, para las reacciones de la viga y las cargas exteriores resulta

$$E_a\tilde{I}\; v(x) = -\frac{qL^2}{2}\frac{x^2}{2!} + qL\frac{x^3}{3!} - q\frac{x^4}{4!} = -\frac{1}{8}q\,x^4$$

Sustituyendo los valores del módulo de Young del acero y la inercia de la sección transformada obtenemos $v(L) = -26,58$ mm, es decir que el desplazamiento de la punta es hacia abajo.

Las tensiones máximas en el acero son el las fibras inferiores de la sección ($\alpha = 0$) y en la madera, en las superiores ($\alpha = H + h$). Sus valores son, respectivamente,

$$\sigma^{ac}_{\max} = \frac{M_{\max}}{\tilde{I}}\alpha_G = 287{,}1 \text{ MPa}\;, \qquad \sigma^{ma}_{\max} = \frac{M_{\max}}{\tilde{I}}(H + h - \alpha_G)n_m = 16{,}35 \text{ MPa}$$

siendo el momento máximo el del empotramiento $M_{\max} = qL^2/2 = 10^7$ N·mm.

d) (2 Puntos) Cuando se reemplaza el tablón de madera por una chapa de acero la posición del eje neutro cambia. En este caso no es necesario transformar la sección y la posición de eje neutro es

$$\alpha_G = \frac{A_{IPE}H/2 + bh(H + h/2)}{A_{IPE} + bh} = 65{,}38 \text{ mm}$$

El momento de inercia del conjunto respecto del eje neutro es

$$I_z = I_{IPE} + A_{IPE}(H/2 - \alpha_G)^2 + \frac{1}{12}bh^3 + (H + h/2 - \alpha_G)^2 = 2{,}585 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

y el momento estático de la platabanda respecto del eje neutro es

$$m_z = bh(H + h/2 - \alpha_G) = 15846 \text{ mm}^3,$$

A partir de estos datos se puede obtener el valor de la tensión tangencial en los cordones de soldadura como

$$\tau = \frac{T_{\max} m_z}{2gI_z}$$

siendo $T_{\max} = qL$ el valor máximo del esfuerzo cortante, que se da en el empotramiento. Resolviendo $\tau \leq \tau_{adm}$ obtenemos que el valor límite de q es de 52.2 N/mm.

e) (3 Puntos) La unión atornillada tiene que soportar las reacciones de la viga que son una fuerza vertical $F = qL$ y un momento $M = qL^2/2$ en el extremo izquierdo de la viga. Al trasladar esta fuerza y este par al centro de área de la unión resulta que ésta sufre una fuerza $P = qL$ y un momento $M = qL^2/2 - qLc$. La fuerza y el momento se reparten entre 8 secciones resistentes. Las contribuciones al cortante en cada una de estas secciones son

$$T_F = \frac{F}{8}\ , \qquad T_M = \frac{1}{8}\frac{M}{l\sqrt{2}/2}$$

En los tornillos más solicitados estas dos fuerzas forman 45^o así que el módulo resultante es

$$T = \left((T_F + T_M\cos(\pi/4))^2 + (T_M\,\mathrm{sen}(\pi/4))^2\right)^{1/2} = 6967\ \mathrm{N}$$

Para que no falle la unión el diámetro de los tornillo deberá ser mayor o igual a

$$\phi_{\min} = \sqrt{\frac{4T}{\tau_{adm}\pi}} = 7{,}7\ \mathrm{mm}$$

y, por tanto se deberá de emplear tornillos de diámetro mayor o igual a 8 mm.

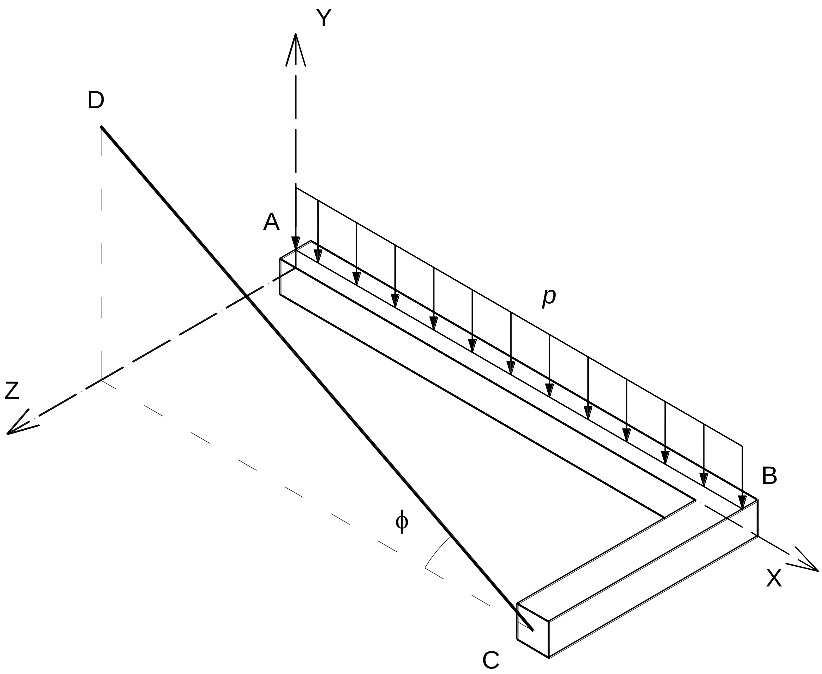
CURSO 2016-17
30-05-2017

AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES
PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA Nº2 / EXAMEN FINAL

PROBLEMA 2 (10 puntos)

Fecha de publicación de la pre-acta: 13 de junio de 2017
Fecha de revisión del examen: 16 de junio de 2017 a las 17:00

Se considera la viga en L de la figura sobre la que actúa una carga *p* uniformemente distribuida en el tramo AB y para la que se ha empleado un perfil tubular cuadrado #120.5. La viga tiene un apoyo en A que permite únicamente el giro en torno al eje Z, impidiendo el resto de movimientos, y está sustentada en C por el cable CD.



Se pide:

1) Calcular las reacciones en A y el esfuerzo en el cable CD, en función de p, ϕ, L_{AB} y L_{BC}, indicando claramente el criterio de signos.
2) Calcular todos los esfuerzos en la sección central del tramo AB, indicando también los que son nulos, con sus unidades y el criterio de signos utilizado.
3) Determinar el límite elástico mínimo del material para que no se produzca la fluencia según el criterio de Tresca en dicho tramo.
4) Representar mediante los círculos de Mohr el estado tensional calculado en el punto anterior y determinar gráficamente el ángulo que forma el vector tensión normal de mayor módulo con el eje X, indicando su valor en grados sexagesimales.

Para el apartado 2 y siguientes se deben utilizar los siguientes datos:
$p = 1{,}5\ kN/m$, $\phi = 30^o$, $L_{AB} = 5\ m$, $L_{BC} = 2\ m$

SOLUCIÓN

1) Reacciones en A (según ejes globales):

$$\sum M_{Z,A}=0 \Rightarrow T_Y \cdot L_{AB} - p \cdot \frac{L_{AB}^2}{2}=0 \Rightarrow T_Y = p\frac{L_{AB}}{2} \Rightarrow T_X = p\frac{L_{AB}}{2\cdot \tan\phi}$$

$$M_{ZA}=0$$

Fuerza en el tirante: $T=\frac{T_Y}{sen\phi}=p\frac{L_{AB}}{2\cdot sen\phi}=7{,}50kN$ **1 punto**

$$\sum F_x=0 \Rightarrow X_A - T_X=0 \Rightarrow X_A = p\frac{L_{AB}}{2\cdot \tan\phi}$$

$$\sum F_y=0 \Rightarrow Y_A + T_Y - p\cdot L_{AB}=0 \Rightarrow Y_A = p\frac{L_{AB}}{2}$$

$$\sum F_z=0 \Rightarrow Z_A=0$$ **0,5 puntos**

$$\sum M_{X,A}=0 \Rightarrow M_{XA} - T_Y \cdot L_{BC}=0 \Rightarrow M_{XA} = p\frac{L_{AB}L_{BC}}{2}$$ **0,5 puntos**

$$\sum M_{Y,A}=0 \Rightarrow M_{YA} - T_X \cdot L_{BC}=0 \Rightarrow M_{YA} = p\frac{L_{AB}L_{BC}}{2\cdot \tan\phi}$$ **0,5 puntos**

2) Esfuerzos en el punto medio de AB (signo positivo según ejes indicados y para los momentos positivo según giro antihorario en cara frontal):

$N=-p\frac{L_{AB}}{2\cdot\tan\phi}=-6{,}50kN$ $\quad T_y=0$ $\quad T_z=0$ $\quad M_T=-p\frac{L_{AB}L_{BC}}{2}=-7{,}50mkN$

0,5 puntos

$M_Y=-p\frac{L_{AB}L_{BC}}{2\cdot\tan\phi}=-12{,}99mkN$ $\quad M_Z=p\frac{L_{AB}^2}{8}=4{,}69mkN$ **1 punto**

Se trata de la sección más solicitada pues los únicos esfuerzos que varían a lo largo del tramo AB son el cortante Ty y el momento flector Mz, siendo el primero despreciable para el dimensionamiento de la sección.

3) Tensión normal máxima:

$$\sigma_{x,\max}=\frac{N}{A}-\frac{M_Z}{W_z}+\frac{M_Y}{W_y}=\frac{-6{,}5\cdot 10^3}{22{,}1\cdot 10^2}-\frac{4{,}69\cdot 10^6}{79{,}6\cdot 10^3}-\frac{12{,}99\cdot 10^6}{79{,}6\cdot 10^3}=-225{,}02MPa$$ **2 puntos**

Tensión tangencial máxima:

$$\tau_{\max}=\left|\frac{M_T}{2A^*e}\right|=\frac{7{,}5\cdot 10^6}{2\cdot 13225\cdot 5}=56{,}71MPa$$ **1 punto**

Según el criterio de Tresca:

$$\sigma_1-\sigma_3=\sigma_e \Rightarrow 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,\max}}{2}\right)^2+\tau_{\max}^2}=2\sqrt{\left(\frac{225{,}02}{2}\right)^2+56{,}71^2}=251{,}99MPa=\sigma_{e,\min}$$

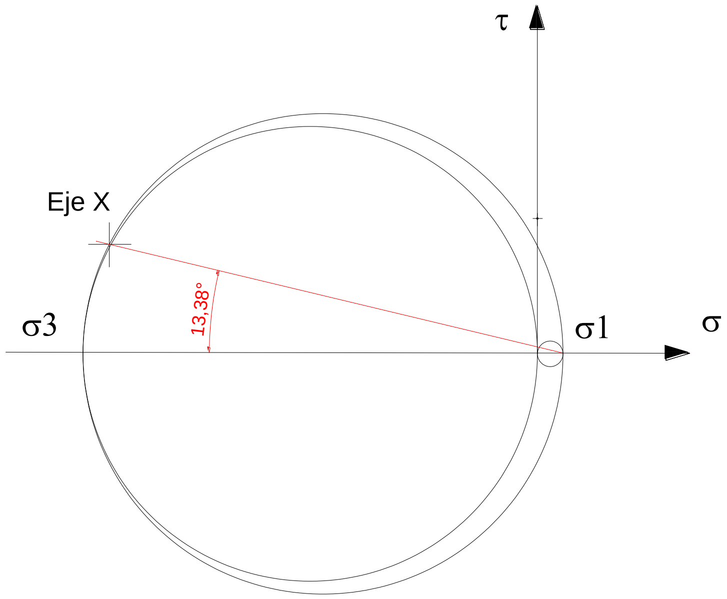
1 punto

Con las tensiones principales:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{max}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} = \frac{-225,02}{2} + \sqrt{\left(\frac{225,02}{2}\right)^2 + 56,71^2} = 13,48 MPa$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{max}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} = \frac{-225,02}{2} - \sqrt{\left(\frac{225,02}{2}\right)^2 + 56,71^2} = -238,51 MPa$$

4) La tensión normal de mayor módulo es la tensión principal 3.



1 punto

El ángulo que forma con el eje X es el ángulo γ, cuyo valor es:

$$\gamma = a\tan\left(\frac{\tau_{max}}{\sigma_1 - \sigma_{max}}\right) = a\tan\left(\frac{56,71}{13,48 - 225,02}\right) = 13,4^{o}$$

1 punto