**ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES. CURSO 1.999/2.000**
**EXAMEN FINAL DE SETIEMBRE. 5.09.2000**

**CUESTIONES(Bloque 2)**

1. Determinar la relación mínima entre la longitud y el diámetro de una barra recta de sección circular, para que al girar relativamente sus secciones extremas un octavo de vuelta alrededor de su eje, no se produzca la plastificación del material según el criterio de Mises.
   Datos: $G$=80000 MPa, $\sigma_e$=500 MPa

Aplicando las fórmulas de la Teoría elemental de la torsión

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{M_T l}{G I_0} = \dfrac{1}{8} 2\pi = \dfrac{\pi}{4} \\ \tau = \dfrac{M_T}{I_0} \cdot \dfrac{D}{2} \leq \tau_{adm} \end{cases}$$

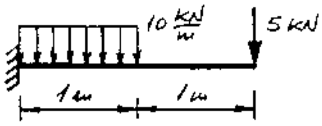
Para determinar $\tau_{adm}$ tenemos: $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$ ; $\sigma_2 = 0$

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\tau^2+\tau^2+(2\tau)^2} = \sqrt{3}\,\tau \leq \sigma_e$$

Combinando $\theta$ y $\tau$ resulta:

$$\frac{\pi}{4}\cdot\frac{G}{l}\cdot\frac{D}{2} \leq \tau_{adm} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \qquad \frac{l}{D} \geq \frac{\sqrt{3}\pi G}{8\sigma_e} = \frac{\sqrt{3}\pi\, 80000}{8\cdot 500} = 109$$

2. Para dimensionar la ménsula indicada en la figura se pueden usar perfiles de las gamas IPN, IPE y HEA.
   Se pide determinar el perfil más económico posible.
   Dato: $\sigma_{adm}$=150 MPa




El momento flector máximo se producirá en el empotramiento

$$M_{max} = 10\cdot\frac{1^2}{2} + 5\cdot 2 = 5 + 10 = 15 \text{ mkN}$$

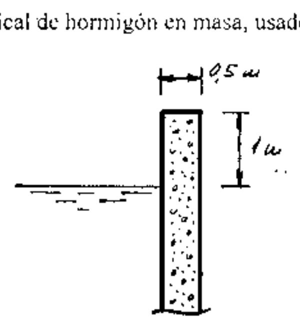
$$W \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{15\cdot 10^6}{150} = 10^5 \text{ mm}^3 = 100 \text{ cm}^3$$

Entrando en las tablas se obtiene:

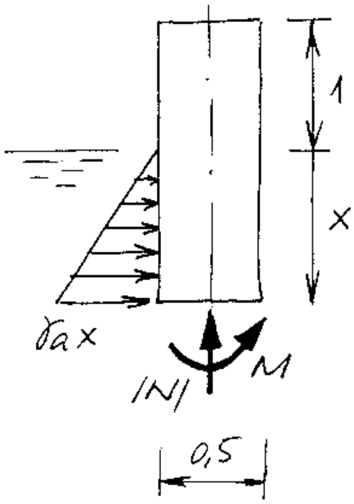
| | | |
|---|---|---|
| IPN-160 | $W = 117$ cm³ | $p = 17{,}9$ kg/m |
| IPE-160 | $W = 109$ " | $p = 15{,}8$ " |
| HEA-120 | $W = 106$ " | $p = 19{,}9$ " |

y el más económico será el IPE-160 por tener menor peso.

3. La figura representa la sección de un muro vertical de hormigón en masa, usado para contener agua. En las condiciones de llenado indicadas se pide determinar la profundidad, respecto al nivel del agua, a la que aparecen en el muro las primeras grietas, si se considera nula la resistencia a tracción del hormigón.
   Datos: $\gamma_a$=10 kN/m³, $\gamma_h$=24 kN/m³



Para una sección situada a una profundidad $x$ (m), y considerando un ancho de muro de 1 m, tendremos:



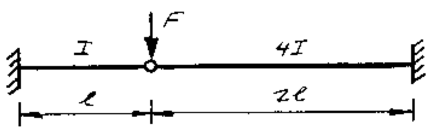

$$\begin{cases} |N| = \gamma_h \cdot 0{,}5(1+x) = 12(1+x) \quad \text{kN} \\ M = \frac{1}{2}\gamma_a x^2 \cdot \frac{x}{3} = \frac{5}{3}x^3 \quad \text{m kN} \end{cases}$$

$$\eta = \frac{M}{|N|} = \frac{5x^3}{36(1+x)} \quad \text{m}$$

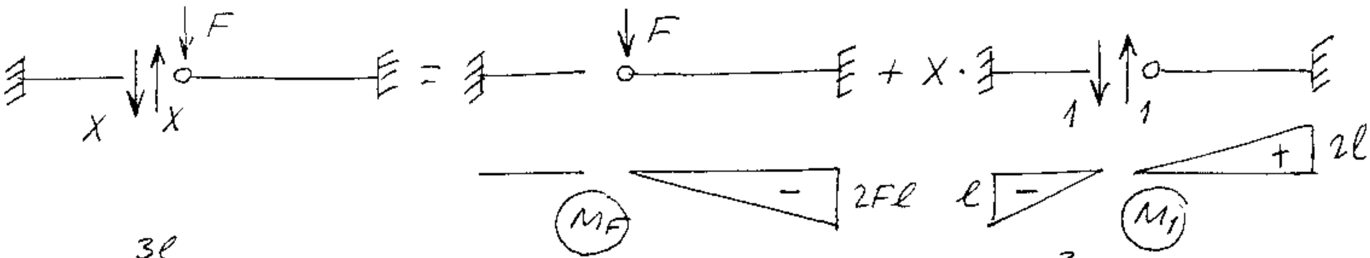
El agrietamiento comenzará cuando

$$\eta = \frac{1}{6}\cdot 0{,}5 \qquad x^3 = 0{,}6(1+x) \longrightarrow x \simeq 1{,}08 \text{ m}$$

4. Determinar los diagramas de esfuerzos cortantes y de momentos flectores de la viga indicada en la figura.
Nota: Se consideran nulas las reacciones horizontales

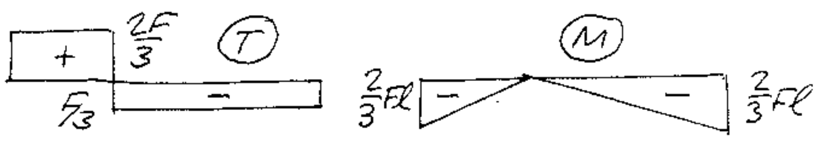



La viga tiene un grado de hiperestaticidad $GH = 4-2-1 = 1$
Tomando como incógnita hiperestática el esf. cortante en $x = \ell^-$




$$\begin{cases} \delta_{1F} = \int_0^{3\ell} \frac{M_F M_1}{EI} dx = \frac{1}{4EI}\left(-\frac{1}{2}\cdot 2\ell \cdot 2F\ell\right)\cdot \frac{2}{3}2\ell = -\frac{2F\ell^3}{3EI} \\ \delta_{11} = \int_0^{3\ell} \frac{M_1^2}{EI} dx = \frac{1}{EI}\left(-\frac{1}{2}\ell^2\right)\left(-\frac{2}{3}\ell\right) + \frac{1}{4EI}\left(\frac{1}{2}4\ell^2\right)\left(\frac{2}{3}2\ell\right) = \frac{\ell^3}{EI} \end{cases}$$

$$\frac{\ell^3}{EI}X - \frac{2F\ell^3}{3EI} = 0 \qquad X = \frac{2F}{3}$$




5. Determinar la máxima altura que se puede dar a un soporte biapoyado, cuya sección es un angular L 100.10, si va a estar sometido a una carga de compresión de 150 kN.
Datos: Acero A-42, $\sigma_{adm}$=180 MPa

$$L\,100.10 \quad \begin{cases} \Omega = 19{,}2 \text{ cm}^2 \\ i_{min} = i_\eta = 1{,}95 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\omega \frac{P}{\Omega} \leq \sigma_{adm} \qquad \omega \leq \frac{180 \cdot 1920}{150\,000} = 2{,}304 \longrightarrow \lambda_{max} \leq 109{,}5$$

$$\lambda_{max} = \frac{\ell_p}{i_{min}} = \frac{\ell}{i_{min}} \qquad \ell \leq 109{,}5 \cdot 1{,}95 = 213{,}5 \text{ cm}$$