

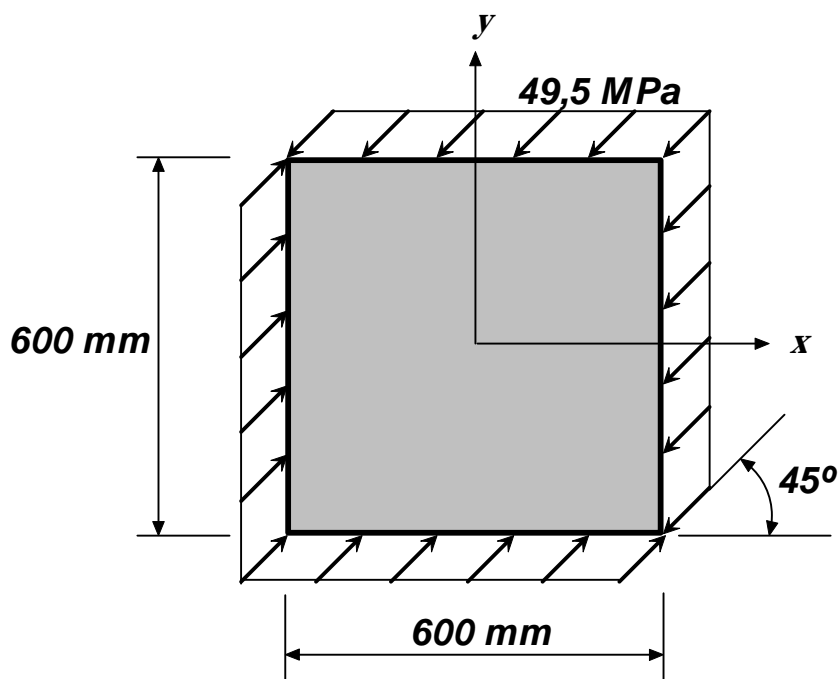
## PROBLEMAS DE RESISTENCIA DE MATERIALES I

GRUPOS M1 Y T1

CURSO 2010-11

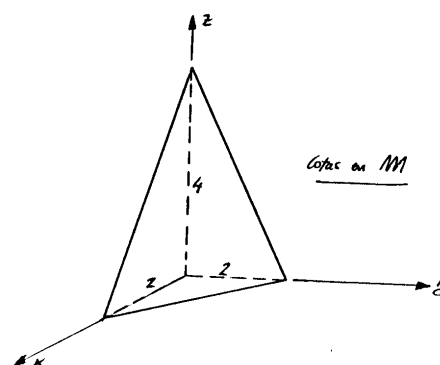
**6.1.-** La placa de la figura ( $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ) tiene 20 mm de espesor y está sometida a un estado tensional plano homogéneo bajo la sollicitación indicada (igual en las cuatro caras).

Calcule, en Julios, la energía elástica acumulada en la placa.



16-6-08

**6.2.-** En el tetraedro de la figura (cotas en metros) se sabe que sobre la cara oblicua actúa una distribución uniforme de fuerzas de superficie de valor  $\vec{f}_\Omega = -40\vec{i} - 10\vec{j} - 30\vec{k}$  (MPa) y que las otras caras se apoyan sobre superficies rígidas (planos coordenados) sin rozamiento. Sabiendo, asimismo, que el estado tensional resultante es homogéneo, determinar en Julios el potencial interno acumulado en el tetraedro.

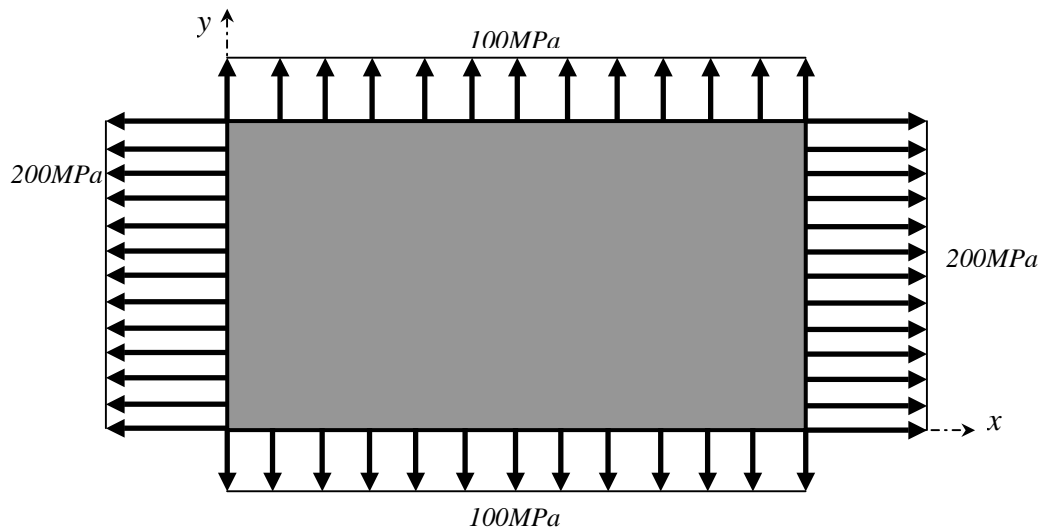


Datos:  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ MPa}$   $\mu = \frac{1}{4}$

11-2-98

**6.3.-** La placa de la figura es de un material de características:  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\mu = 0,25$ . Su espesor es  $e = 1 \text{ cm}$  y está sometida a la distribución de fuerzas de superficie indicada (no hay fuerzas aplicadas con componente según  $z$ ). Mediante técnicas de extensometría mecánica se ha obtenido la siguiente solución de desplazamientos:

$$u = 875 \cdot 10^{-6} x ; \quad v = 250 \cdot 10^{-6} y ; \quad w = -375 \cdot 10^{-6} z$$

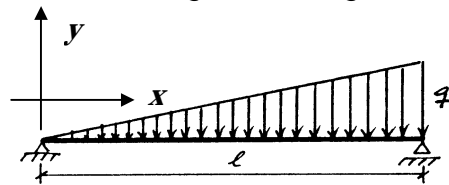


Hallar en *Julios* el potencial interno

- En función de las fuerzas aplicadas
- Como trabajo de las tensiones

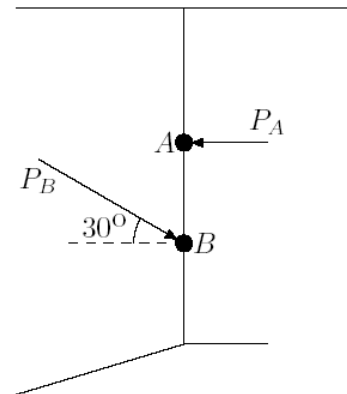
**6.4.-** El desplazamiento vertical en cada punto de la viga de la figura viene dado por:

$$v = \frac{-qL^3 x}{360EI_z} \left( 7 - 10 \frac{x^2}{L^2} + 3 \frac{x^4}{L^4} \right)$$



Se desea conocer el potencial elástico de la viga así cargada.

**6.5.-** Una estructura elástica y plana, de la cual se dibuja sólo una parte, se encuentra sometida a la acción de dos fuerzas puntuales  $P_A$  y  $P_B$  aplicadas sobre los puntos A y B, respectivamente, con la dirección y sentido indicados en la figura.



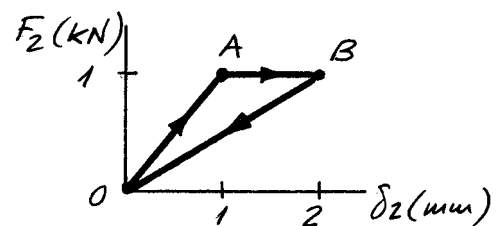
Cuando se aplica una carga puntual  $P_A = 3 \cdot 10^3$  N, el punto A se desplaza 3 mm hacia la izquierda y 1 mm hacia abajo. Cuando se aplica únicamente una fuerza  $P_B = 7 \cdot 10^3$  N, el punto B tiene un desplazamiento efectivo cuyo módulo es 4 mm.

- 1.- ¿En qué dirección y sentido es el desplazamiento del punto B en este último caso de carga? ¿Porqué?
  - 2.- Encontrar los cuatro coeficientes de influencia del sistema, indicando sus dimensiones.
  - 3.- ¿Cuándo vale (y en qué sentido) el desplazamiento horizontal del punto A cuando se aplica una fuerza sobre él de valor  $P_A = 2 \cdot 10^3$  N y otra de valor  $P_B = -3 \cdot 10^3$  sobre el punto B?
- 23-6-06

**6.6.-** La matriz de coeficientes de influencia para dos puntos de carga 1, 2 de

un sólido elástico es  $[\delta] = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{mm}{kN}$ .

Se ha realizado un ciclo de carga del que se conoce la evolución de la fuerza  $F_2$  respecto a su desplazamiento eficaz  $\delta_2$ , indicándose en el diagrama (O-A-B-O).

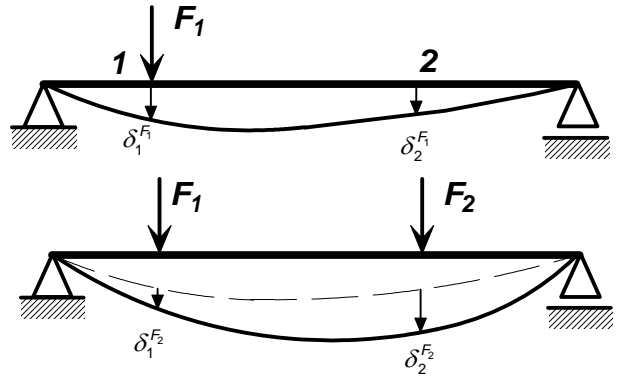


Se desea conocer gráficamente la evolución experimentada por la fuerza  $F_1$  respecto a su desplazamiento eficaz  $\delta_1$ , así como el significado físico de las áreas encerradas por dichos diagramas.

23-6-99

**6.7.-** La barra de la figura (inicialmente descargada) sufre el siguiente proceso de carga:

- Aplicación progresiva de carga en el punto 1, hasta alcanzar el valor  $F_1$ .
- Manteniendo aplicada  $F_1$ , aplicación progresiva de carga en el punto 2 hasta alcanzar el valor  $F_2$ .
- Retirada progresiva y simultánea de ambas cargas hasta volver al estado inicial.

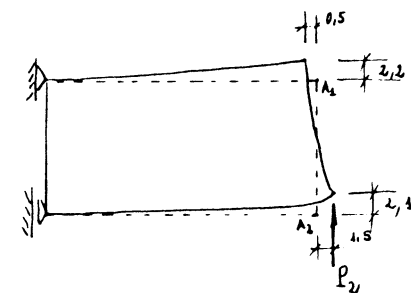
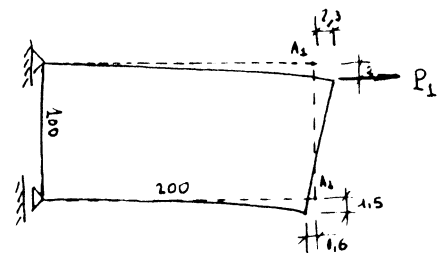


(A)- Dibujar, en dos diagramas  $F-\delta$  separados, la evolución de cada carga frente a su desplazamiento eficaz asociado.

(B)- Demostrar el teorema de Maxwell-Betti partiendo de que el proceso es reversible (la suma de los trabajos realizados durante el proceso por cada carga es nula:  $W_{F_1} + W_{F_2} = 0$ ).

8-2-02

**6.8.-** Mediante dos experiencias de laboratorio se han calculado los desplazamientos mostrados en la figura (cotas en cm), de una placa elástica de espesor 1 mm. En la primera experiencia se aplicó una carga  $P_1$  en el punto A de 10 kN. En la segunda experiencia se aplicó una carga  $P_2$  de valor desconocido en el punto  $A_2$ .

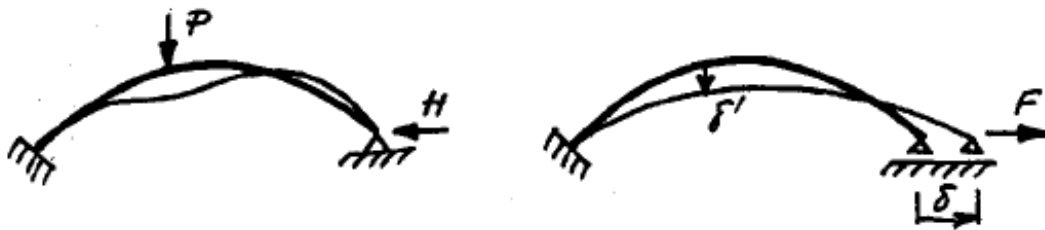


Se pide:

- Determinar  $P_2$  aplicando el teorema de reciprocidad de Maxwell-Betti.
- Determinar la matriz de coeficientes de influencia asociada al sistema de fuerzas constituido por  $P_1$  y  $P_2$ .
- Hallar el potencial interno de la placa cuando sobre ella actúan simultáneamente las cargas  $P_1$  y  $P_2$ .

21-1-97

**6.9.-** Para determinar experimentalmente las reacciones en una estructura hiperestática, se puede utilizar el método de Beggs, tal como se indica en el caso siguiente. Se trata de un arco, empotrado en su extremo izquierdo y con un apoyo fijo en el derecho, sometido a la fuerza  $P$ . Para determinar la reacción horizontal  $H$  en el apoyo, retiramos la fuerza aplicada y liberamos el apoyo en dirección horizontal. Seguidamente imponemos en el apoyo un desplazamiento  $\delta$  mediante la aplicación de una fuerza  $F$ , y en el punto donde estaba aplicada la fuerza  $P$  medimos un desplazamiento  $\delta'$  en su dirección. A partir de los valores de  $P$ ,  $\delta$  y  $\delta'$ , se pide obtener el valor de  $H$ .

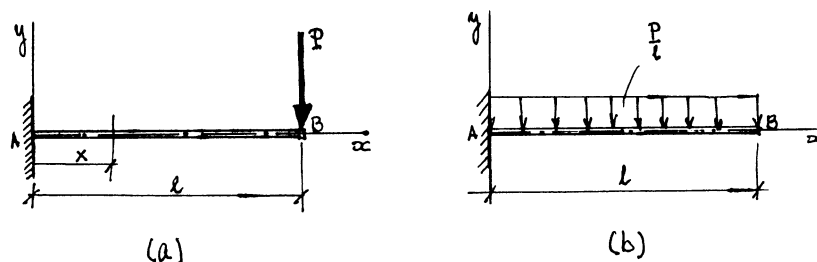


18-6-04

**6.10.-** Cuando sobre el extremo libre de una viga en voladizo actúa una carga concentrada  $P$ , el desplazamiento vertical de cada sección, respecto del sistema de referencia indicado en la figura a, viene dado por la expresión:

$$y = \frac{P}{EI_z} \left( \frac{-Lx^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right)$$

Siendo  $E$  el módulo de elasticidad del material e  $I_z$  el momento de inercia de la sección recta de la viga respecto del eje  $z$ , ambos constantes.



Calcular, aplicando el teorema de Maxwell-Betti, el desplazamiento vertical del extremo libre cuando la carga  $P$  actúa uniformemente repartida, tal como se indica en la figura b.

20-1-98

**6.11.-** Demostrar el Teorema de Maxwell-Betti en el caso de sólidos sometidos a estados planos de tensión, partiendo del Principio de los Trabajos Virtuales.

Sugerencia: Aplicar el Principio a cada sistema de cargas, usando como desplazamientos virtuales los producidos por el otro sistema.

6-2-01