

1.)

- Ecuaciones de equilibrio:

$$(1) \quad V_A + V_B + V_C = P$$

$$(2) \quad M_A - V_B l - V_C 2l + P 3l = 0$$

Problema hiperestático
de grado 2.

- Ecuación universal.

$$EI y = \cancel{EI y_0} + \cancel{EI \theta_0 x} + \frac{M_A}{2} x^2 + \frac{V_A}{6} x^3 + \frac{V_B}{6} \langle x-l \rangle^3 + \frac{V_C}{6} \langle x-2l \rangle^3$$

Condiciones de contorno:

$$y(0) = y_0 = 0$$

$$\theta(0) = \theta_0 = 0$$

$$EI y(l) = \frac{M_A}{2} l^2 + \frac{V_A}{6} l^3$$

$$\rightarrow M_A = -\frac{V_A l}{3} \quad (3)$$

$$EI y(2l) = \frac{M_A}{2} 4l^2 + \frac{V_A}{6} 8l^3 + \frac{V_B}{6} l^3 = 0 \rightarrow V_B = -4V_A \quad (4)$$

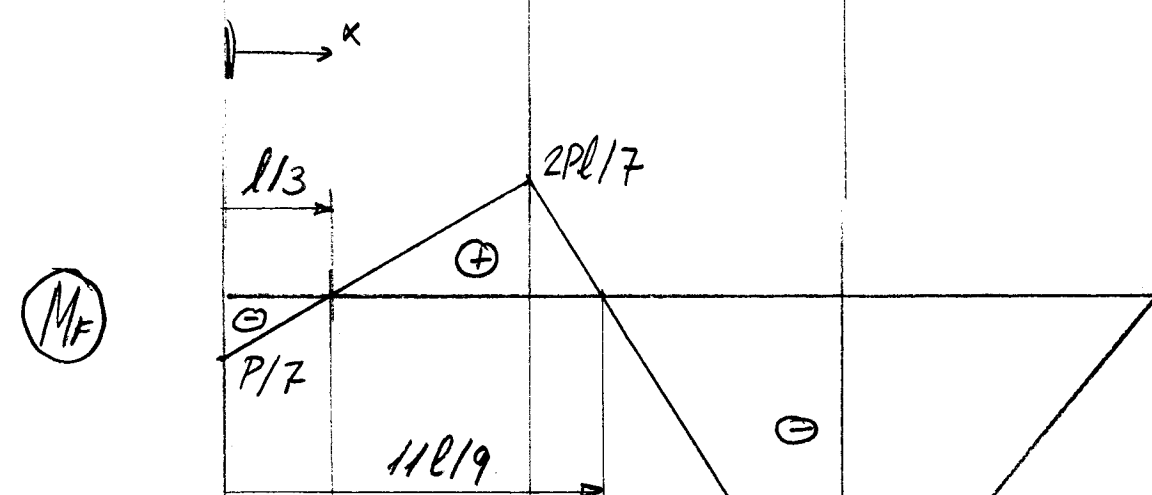
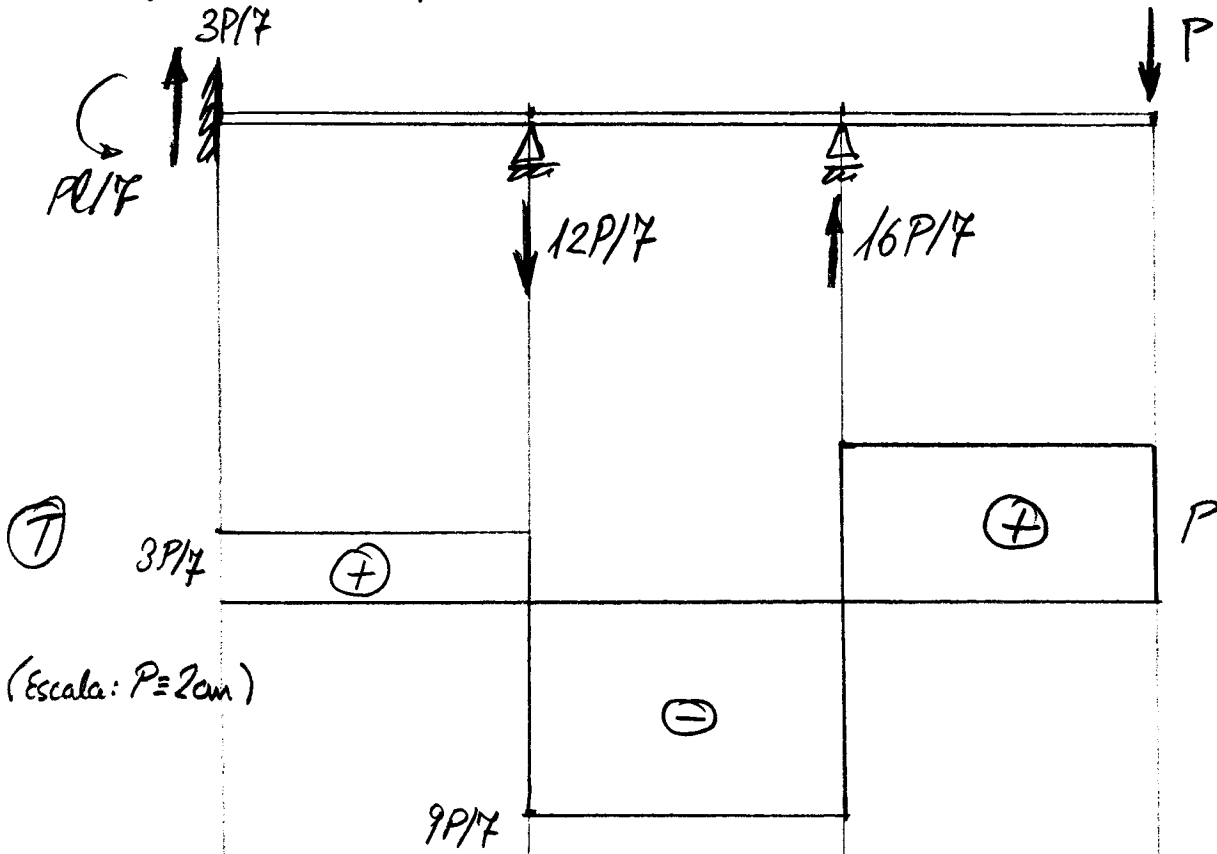
Entrando con (4) en (1) $\rightarrow V_C = P + 3V_A$ Entrando en (2): $-\frac{V_A l}{3} + 4V_A l - 2l(P + 3V_A) + 3lP = 0 \rightarrow V_A = 3P/7$ Quedando las reacciones: $V_A = 3P/7$

$$V_B = -12P/7$$

$$V_C = 16P/7$$

$$M_A = -Pl/7$$

2ª) Diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores



Leyes de momentos:

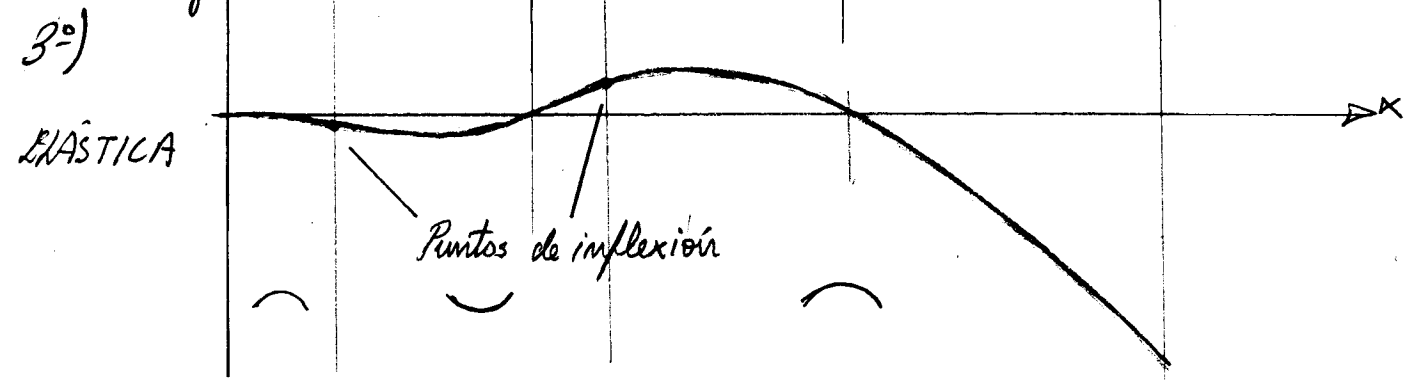
$$0 < x < l \rightarrow M(x) = -\frac{Pl}{7} + \frac{3Px}{7}$$

$$M=0 \text{ para } x=l/3$$

$$l < x < 2l$$

$$M(x) = -\frac{Pl}{7} + \frac{3Px}{7} - \frac{12P}{7}(x-l)$$

$$M=0 \text{ para } x=11l/9$$



4º) $P = 5 \text{ kN}$; $\sigma_{adm} = 280 \text{ MPa}$; $E = 210 \text{ GPa}$; $l = 3 \text{ m}$

4.1) $M_{max} = Pl = 15 \text{ m} \cdot \text{kN}$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq \sigma_{adm} \rightarrow W \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = 53,6 \text{ cm}^3$$

Menor perfil IPN que verifica la condición :

IPN-120 ($W = 54,7 \text{ cm}^3$; $I = 328 \text{ cm}^4$)

4.2) La flecha se da en el extremo libre ($x = 3l = 9 \text{ m}$).

Entrando en la ecuación universal con $x = 3l$ queda :

$$y(3l) = -0,619 \frac{Pl^3}{EI} =$$

$$= -0,619 \frac{5 \text{ kN} \cdot 27 \text{ m}^3}{210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 328 \text{ m}^4} = 121,23 \text{ mm}.$$