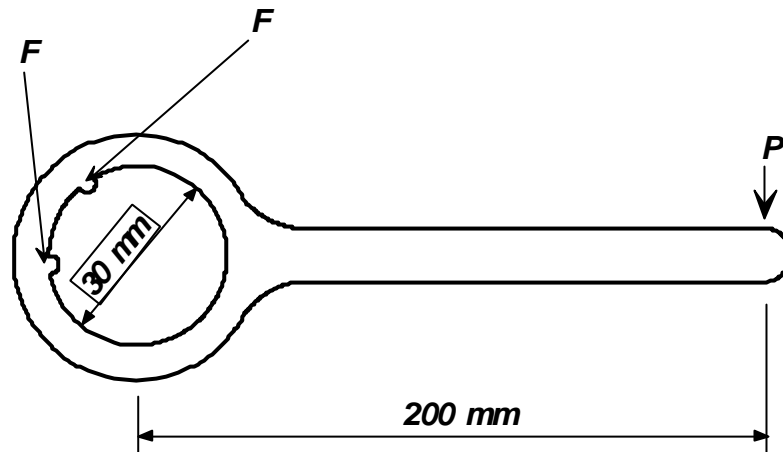


**CUESTIONES**

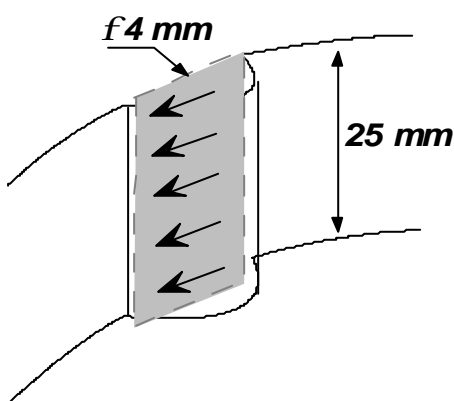
1.- Aislando la llave, y dado que ésta solo puede girar sobre la tuerca, sobre los resaltes aparecen dos cargas aproximadamente tangenciales.



Imponiendo que el sistema de fuerzas debe estar en equilibrio rotacional, y tomando como eje el centro de la tuerca:

$$2 \cdot F \cdot 15 (mm) = P \cdot 200 (mm) \rightarrow F = 6,7P \quad (1 \text{ punto})$$

Cada resalte estará aproximadamente sometido a cortadura pura, siendo la sección útil la de un semicilindro.



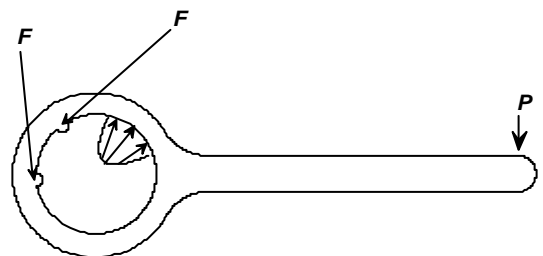
$$t = \frac{6,7P}{4 (mm) \cdot 25 (mm)} < 70 \left( \frac{N}{mm^2} \right)$$

Despejando:

$$P < \frac{70 \left( \frac{N}{mm^2} \right) \cdot 4 (mm) \cdot 25 (mm)}{6,7} = 1050 N$$

(1 punto)

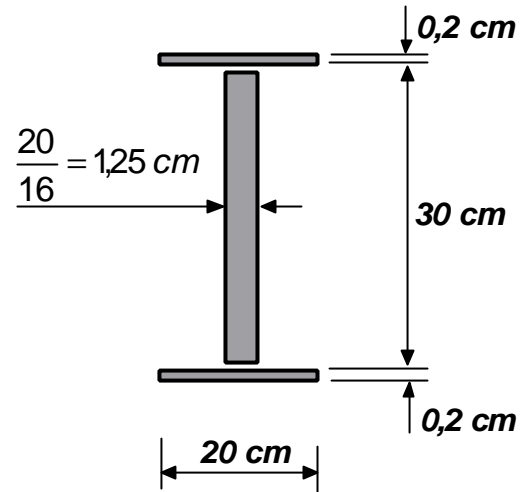
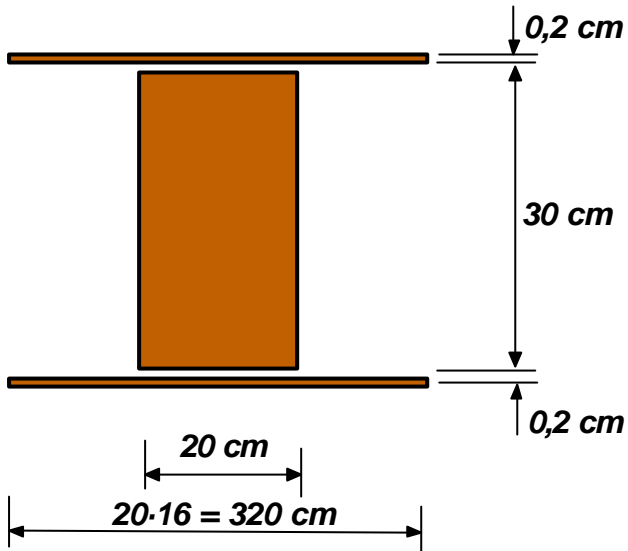
*Nota:* Bajo las cargas anteriores, la llave no está en equilibrio de fuerzas. Éste se logra cuando, gracias a la inevitable holgura, se produce el contacto entre llave y tuerca en alguna zona. La presión de contacto, normal al cilindro, tendrá una resultante que pasará prácticamente por el centro de la tuerca. La holgura, si es pequeña, desviará ligeramente las fuerzas sobre los resaltes, y por ello no serán completamente tangenciales.



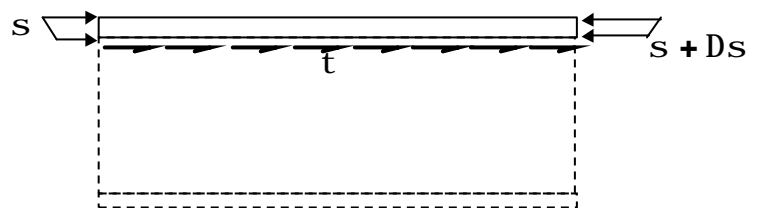
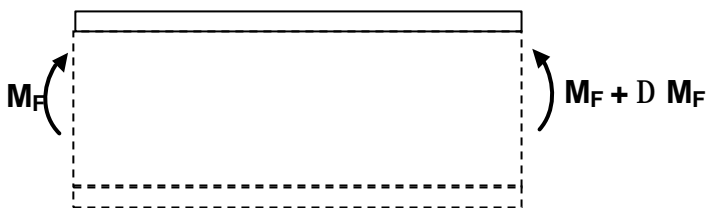
2.- La sección está compuesta de acero inoxidable y madera. Equivale a otra sección en la que se sustituye la madera por acero o viceversa, modificándose la anchura del material sustituido proporcionalmente al cociente de los módulos de Young.

Solo de madera  $\frac{E_i}{E_m} = 16$

Solo de acero  $\frac{E_m}{E_i} = \frac{1}{16}$



En la sección equivalente (de un solo material), las alas y el alma no forman una sección continua: son los tornillos los que unen ambas partes. Si la sección fuese continua, en la zona de unión ala-alma existirían tensiones de cortadura que compensarían la resultante axial no nula de las tensiones normales debidas al momento flector (que no es constante, dado que el cortante no es nulo).



Pero como la sección no es continua, existe una fuerza de desequilibrio que tiende a hacer deslizar axialmente el ala, y que debe ser absorbida por el elemento de unión. Su valor es igual a la resultante de las tensiones tangenciales de flexión inexistentes.

Si los tornillos se encuentran separados una distancia  $s$ , cada uno absorberá una fuerza que, como máximo, tiene por valor  $F = t \cdot e \cdot s$  siendo  $t = \frac{T_{\text{máx}} \cdot m_z \cdot e}{I_z}$ ,  $m_z$  el momento estático de la parte de la sección equivalente que tiende a deslizarse (un ala completa),  $I_z$  el momento de inercia de toda la sección equivalente y  $e$  el ancho de la sección equivalente en la zona de unión ala-ala. Operando,  $F = \frac{T \cdot m_z \cdot s}{I_z}$ .

La sección del tornillo que está entre ala y alma está sometida a cortadura pura, y la tensión  $t = \frac{F}{\frac{p \cdot f^2}{4}}$  no debe superar la admisible. Por tanto, la separación entre tornillos

debe ser  $s < \frac{t_{adm} \cdot p \cdot f^2}{4 \cdot T_{m\acute{a}x}} \frac{I_z}{m_z}$ . (0,5 puntos)

Los valores, si la sección es solo de madera, son:

$$I_z = \frac{1}{12} 320 (cm) \cdot (30,4)^3 (cm^3) - \frac{1}{12} 300 (cm) \cdot (30)^3 (cm^3) = 74185,7 cm^4$$

$$m_z = 320 (cm) \cdot 0,2 (cm) \cdot 15,1 (cm) = 966,4 cm^3$$

Si es solo de acero inoxidable:

$$I_z = \frac{1}{12} 20 (cm) \cdot (30,4)^3 (cm^3) - \frac{1}{12} 18,75 (cm) \cdot (30)^3 (cm^3) = 4636,6 cm^4$$

$$m_z = 20 (cm) \cdot 0,2 (cm) \cdot 15,1 (cm) = 60,4 cm^3$$

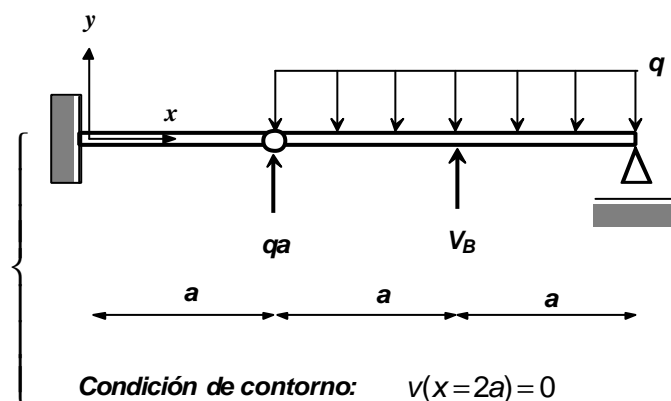
En ambos casos  $\frac{I_z}{m_z} = 76,765 cm$ . (1 punto)

De aquí que  $s < \frac{50 \left( \frac{N}{mm^2} \right) \cdot p \cdot 12^2 (mm^2)}{4 \cdot 12 \cdot 10^3 (N)} 767,7 (mm) = 361,7 mm$ , por tanto  $s_{m\acute{a}x} = 36 cm$ .

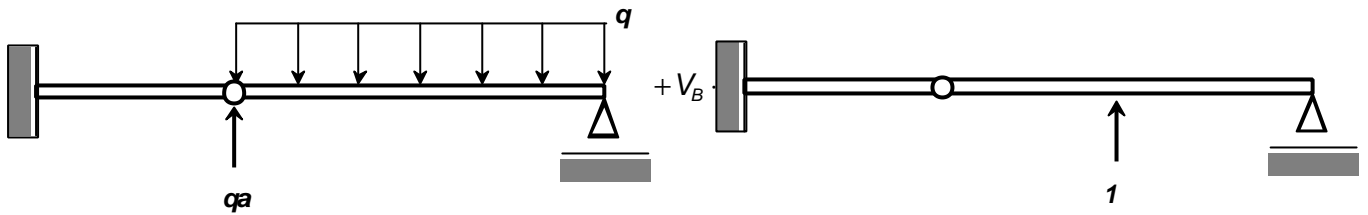
(0,5 puntos)

3.- En la viga hay cinco posibles reacciones, y para calcularlas se dispone de tres ecuaciones de equilibrio, por lo que es externamente hiperestática de segundo grado. La rótula introduce un libertad interna, lo que se traduce en una ecuación adicional. La viga presenta, pues, un grado de hiperestaticidad.

Empleando el método de las fuerzas, y escogiendo como incógnita hiperestática la reacción en el apoyo B ( $V_B$ ), la viga equivale a:

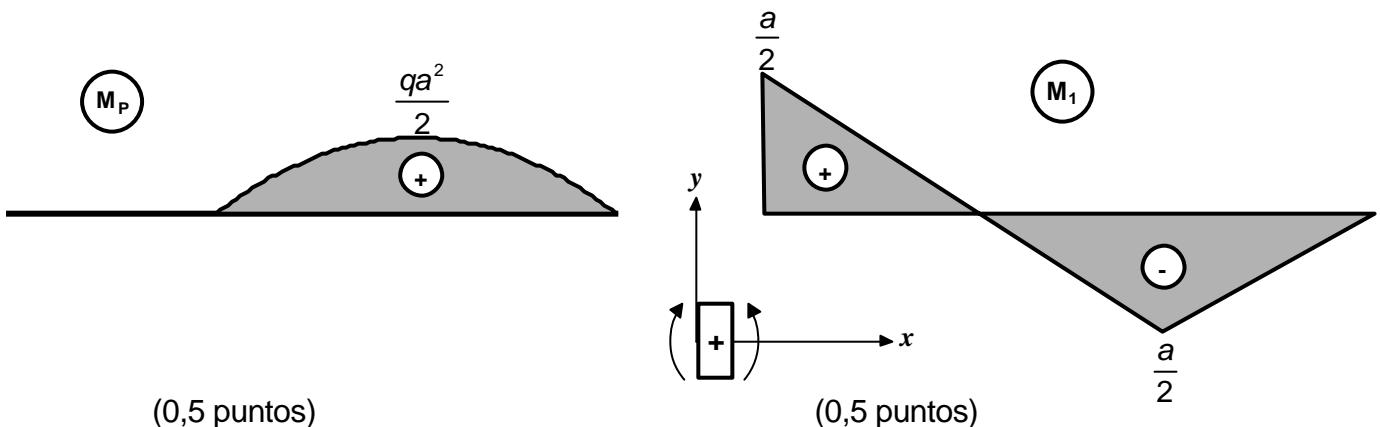


Para calcular el desplazamiento, es más sencillo dividir la viga en dos, hallando los desplazamientos por separado en ambas vigas y sumándolos.



Calculando los desplazamientos por el método de la carga unidad, el sistema virtual coincide con la segunda viga del sistema real. La expresión del desplazamiento total es, en tal caso,  $v(x = 2a) = \int_0^L \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx + V_B \cdot \int_0^L \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx$ .

Los diagramas de momento flector de ambos son (según el criterio de signos de la figura):



(0,5 puntos)

(0,5 puntos)

Aprovechando la simetría de los diagramas:

$$v(x = 2a) = 2 \cdot \int_a^{2a} \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx + 3 \cdot V_B \cdot \int_0^a \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx$$

$EI$  (constante), sale fuera de las integrales, que se pueden calcular por el método de multiplicación de gráficos o por integración directa:

$$v(x = 2a) = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{qa^2}{2} a \frac{5}{8} \left(-\frac{a}{2}\right) + 3 \cdot V_B \cdot \frac{1}{2} a \frac{2}{2} a \frac{2}{3} \frac{a}{2} = 0 \quad (0,5 \text{ puntos})$$

$$\text{Operando: } 0 = -\frac{5qa}{24} + \frac{V_B}{4}, \text{ de donde } V_B = -\frac{5}{6} qa. \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Para el cálculo de desplazamientos se pueden emplear también los otros métodos conocidos, pero todos son de aplicación complicada debido a la presencia de la rótula, salvo el método de la viga conjugada.

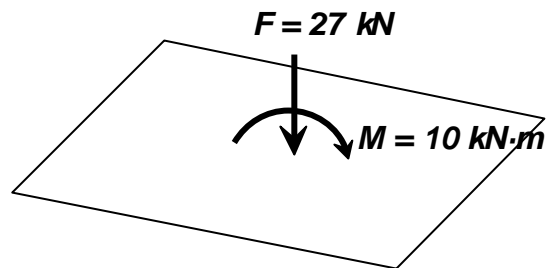
El segundo teorema de Mohr no puede aplicarse entre 0 y  $2a$ , dado que en  $a$  existe una discontinuidad de curvatura (y es una condición necesaria para la demostración del teorema que la curvatura sea continua). Para su uso, debería emplearse entre 0 y  $a$ , y posteriormente entre  $a$  y  $3a$ ,

imponiendo que el desplazamiento vertical en a sea igual en ambos tramos y que los desplazamientos verticales en 2a y 3a sean nulos para hallar el giro en  $a^+$  y la reacción buscada.

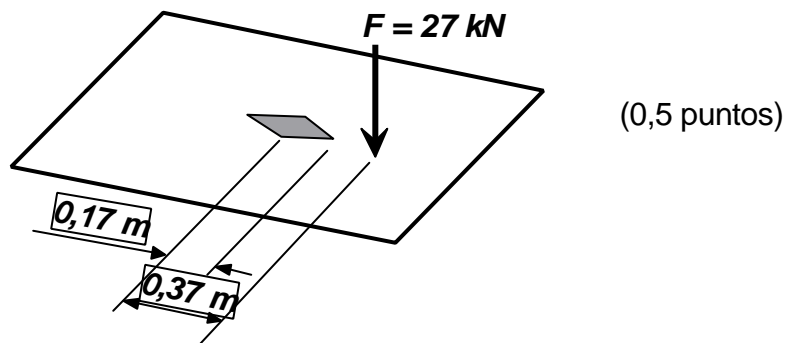
El mismo problema se presenta para el empleo de la ecuación universal de la deformada, que debe aplicarse igualmente en dos tramos, imponiendo las mismas condiciones que en el caso anterior.

4.- La base del cubo está apoyada sobre el terreno, y no puede transmitir al mismo tensiones de tracción.

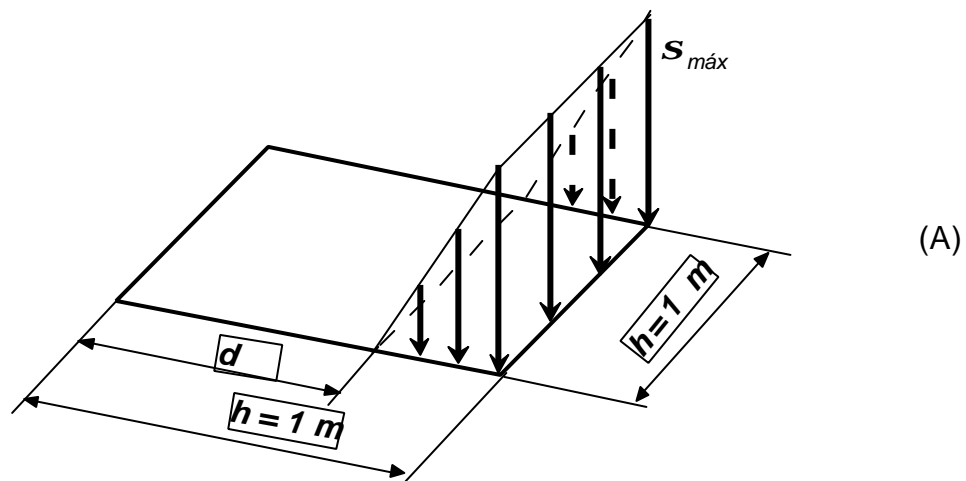
Las acciones sobre el centro de gravedad de la base son:



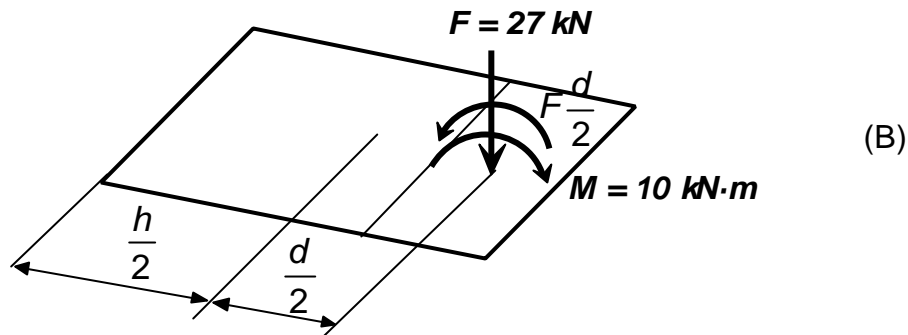
Que equivalen a solo el esfuerzo normal, aplicado con una excentricidad  $e = \frac{M}{F} = 0,37 \text{ m}$  respecto al centro de gravedad. Como el extremo del núcleo central de la sección está situado a  $\frac{1}{6} = 0,17 \text{ m}$ , entonces la carga se encuentra aplicada fuera del núcleo central y, por tanto, en una parte de la base no existirán tensiones.



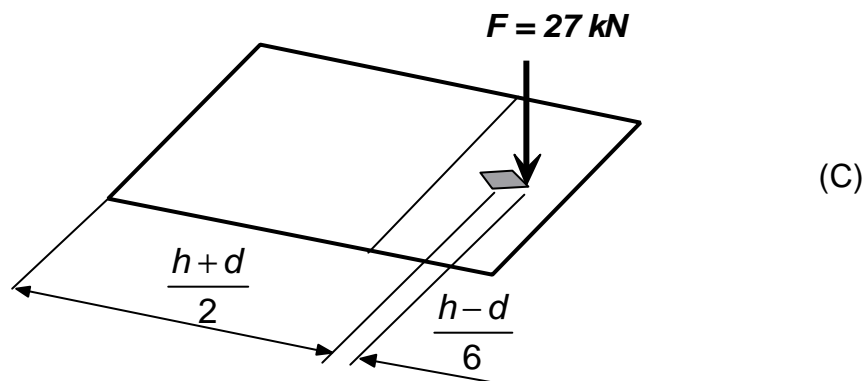
El estado tensional en la base (se desconocen  $d$  y  $\sigma_{\text{máx}}$ ), es:



Los esfuerzos ( $F = 27 \text{ kN}$  y  $M = 10 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ) deben trasladarse al centro de gravedad de la zona comprimida. Éste se desplaza  $\frac{d}{2}$  respecto al centro de gravedad de toda la base. Aparece, por tanto, un momento adicional de valor  $F \frac{d}{2}$  en sentido contrario a  $M$ .



Estos esfuerzos pueden reducirse a solo el esfuerzo normal, aplicado en el extremo del núcleo central de la zona comprimida:



Igualando el momento flector en (B) y (C):

$$M - F \frac{d}{2} = F \frac{(h-d)}{6} \rightarrow d = 3 \frac{M}{F} - \frac{h}{2} \quad (1)$$

Imponiendo que la resultante de las tensiones (A) sea igual al esfuerzo normal:

$$\frac{1}{2} s_{\text{máx}} \cdot h \cdot (h-d) = F \rightarrow s_{\text{máx}} = \frac{2F}{h(h-d)} \quad (2) \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Sustituyendo valores, de (1) se obtiene:

$$d = 3 \cdot \frac{10(\text{kN}\cdot\text{m})}{27(\text{kN})} - \frac{1(\text{m})}{2} = 0,61 \text{ m} \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Sustituyendo el valor de  $d$  en (2):

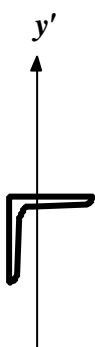
$$s_{\text{máx}} = \frac{2 \cdot (-27)(\text{kN})}{1(\text{m}) \cdot (1-0,61)(\text{m})} = -139 \text{ kPa} \rightarrow 139 \text{ kPa} < 1 \text{ MPa} \quad (0,5 \text{ puntos})$$

5.- Para que el soporte admita más carga de compresión, la sustentación más rígida debe colocarse en el plano más esbelto (minimización de la esbeltez máxima).

Las esbelteces son 
$$I_{xy} = \frac{L_{pxy}}{\sqrt{\frac{I_z}{\Omega}}} \quad I_{xz} = \frac{L_{pxz}}{\sqrt{\frac{I_y}{\Omega}}}$$

Antes de articular el extremo superior, los dos planos principales se encuentran sustentados de igual modo, por lo que  $L_{p\ xy} = L_{p\ xz}$ . Como  $d_1 < d_2$ , entonces  $I_y < I_z$ , y por tanto  $I_{xz} > I_{xy}$ . Debe articularse el plano  $xz$ . (0,5 puntos)

El soporte trabaja de forma óptima (admite la mayor carga posible), si las esbelteces son iguales en ambos planos. Dado que se conoce  $d_1 = 20\text{ cm}$ , se calcula  $I_{xz}$ .



$$I_{xz} = \frac{0,7L}{\sqrt{\frac{4 \left[ I_y + \Omega \left( \frac{d_1}{2} \right)^2 \right]}{4\Omega}}} \rightarrow I_{xz} = \frac{0,7L}{\sqrt{i_y^2 + \left( \frac{d_1}{2} \right)^2}}$$

En la tabla de perfiles se encuentra  $i_y = 1,82\text{ cm}$  para el L60x5. Por tanto:

$$I_{xz} = \frac{0,7 \cdot 100\text{ (cm)}}{\sqrt{(1,82)^2\text{ (cm)}^2 + (10)^2\text{ (cm)}^2}} = 68,9 \quad (0,5\text{ puntos})$$

Se desconoce el valor de  $E$ , por tanto no puede aplicarse la fórmula de Euler. Se sabe, sin embargo, que el perfil es de acero A-42, y por ello se emplea el método de los coeficientes  $w$ , según el cual debe verificarse que  $w \frac{N}{4\Omega} < s_{adm} \rightarrow N < \frac{s_{adm} 4\Omega}{w}$ .

Tomando  $I = 69$  por seguridad, se obtiene  $w = 1,33$  en las tablas del acero A-42. En la tabla de perfiles se encuentra  $W = 5,82\text{ cm}^2$ . Sustituyendo en la expresión anterior, se obtiene la carga admisible:

$$N_{adm} < \frac{170 \left( \frac{N}{\text{mm}^2} \right) \cdot 4 \cdot 582\text{ (mm}^2\text{)}}{1,33} = 297564\text{ N}$$