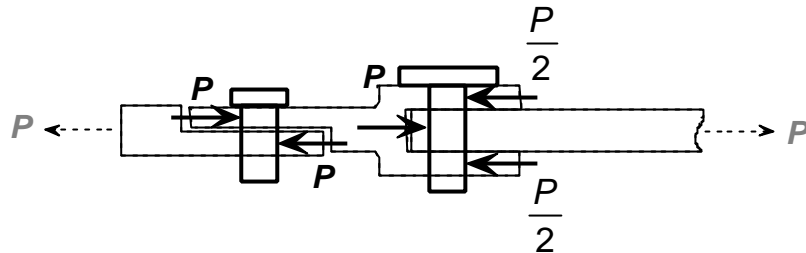


CUESTIONES

1.- El pasador izquierdo es de sección rectangular, y el de la derecha de sección circular. El esquema de fuerzas sobre los pasadores es:



Pasador izquierdo:

- Cortadura: $\frac{P}{4(mm)8(mm)} < 70 \left(\frac{N}{mm^2} \equiv MPa \right) \rightarrow P < 2240 N$
- Aplastamiento: $\frac{P}{4 \cdot 4} < 140 \rightarrow P < 2240 N$

Pasador derecho:

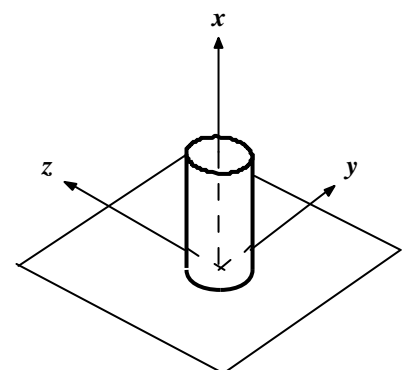
(1 punto)

- Cortadura: $\frac{P}{\frac{2}{4} \cdot 8^2} < 70 \rightarrow P < 7037 N$
- Aplastamiento:
- Horquilla: $\frac{P}{4 \cdot 8} < 140 \rightarrow P < 8960 N$
- Barra: $\frac{P}{8 \cdot 8} < 140 \rightarrow P < 8960 N$

El valor más restrictivo es 2240 N.

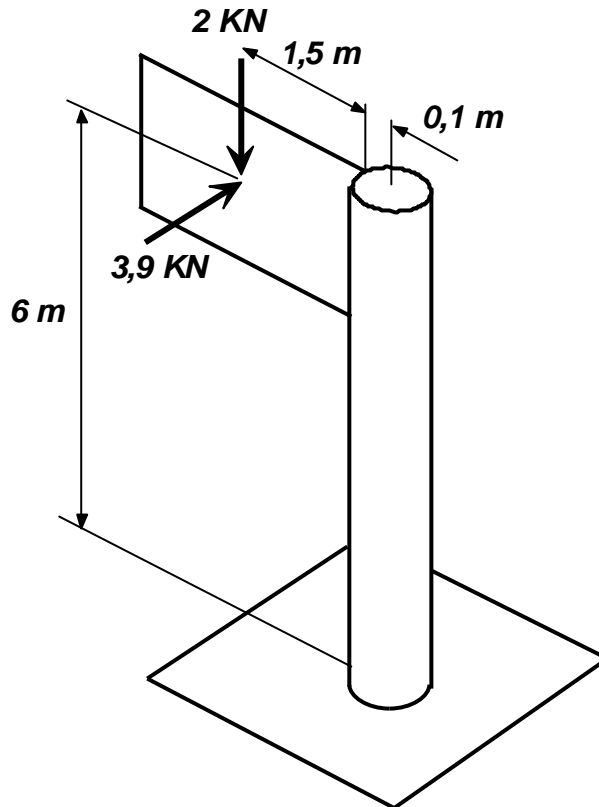
(1 punto)

2.- Se elige para el poste el sistema de referencia de la figura. Se consideran positivos los esfuerzos si su sentido es el de los ejes, y la cara vista de la sección es la de la figura.

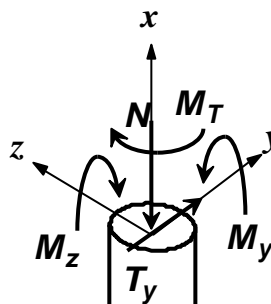


Para el cálculo de esfuerzos sobre las secciones del poste por debajo del cartel, todas las cargas distribuidas se pueden sustituir, en virtud del principio de Saint Venant, por

cargas puntuales situadas en el centro de gravedad de su distribución.



Los esfuerzos sobre el poste serán, en cualquier sección del mismo, un esfuerzo normal (N), un cortante (T_y), un momento torsor (M_T) y dos momentos flectores (M_y y M_z).



Todos ellos son constantes para $x < 5$ m, salvo M_z , que es máximo en la sección del empotramiento (lo que implica que en ella las tensiones normales son máximas).

Ignorando T , el resto de valores son (si $x < 5$ m):

$$N = -2000 \text{ N}$$

$$M_y = -2000 \text{ (N)} \cdot 1,6 \text{ (m)} = -3200 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_T = -3900 \cdot 1,6 = -6240 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Para la sección del empotramiento:

$$M_z = 3900 \cdot 6 = 23400 \text{ N}\cdot\text{m}$$

(2 puntos)

La ley de tensiones normales es $\sigma_{nx} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$.

La tensión máxima (que es de compresión), se da en el punto de la sección del empotramiento más alejado del eje neutro. Para otro tipo de sección sería preciso hallar

este punto, pero la sección circular tiene infinitos ejes de simetría, por lo que todos los ejes diametrales son principales de inercia. Por ello pueden reducirse las dos flexiones a una sola, composición vectorial de ambas.

$$|M_F| = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \rightarrow |M_F| = \sqrt{3200^2 + 23400^2} = 23618 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En tal caso, la tensión normal máxima será la suma de la producida por el esfuerzo normal y por el momento flector resultante:

$$s_{nx \text{ máx}} = \frac{N}{\Omega} - \frac{|M_F|}{I_y} \frac{f_e}{2}$$

Operando:

$$I_z = \frac{P}{64} (20^4 - 18,4^4) = 2227,5 \text{ cm}^4 \quad \Omega = \frac{P}{4} (20^2 - 18,4^2) = 48,25 \text{ cm}^2$$

Sustituyendo:

$$s_{nx \text{ máx}} \cong \frac{-2000 \text{ (N)}}{48,25 \text{ (cm}^2\text{)}} - \frac{23618 \cdot 10^2 \text{ (N} \cdot \text{cm)}}{2227,5 \text{ (cm}^4\text{)}} \cdot \frac{20 \text{ (cm)}}{2} = -10644 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \rightarrow s_{nx \text{ máx}} \cong -106 \text{ MPa}$$

Nota: Dado que el valor de M_F es casi idéntico a M_z , y que N es pequeño, se puede prescindir con un error escaso del efecto de M_y y de N . La tensión máxima será, aproximadamente:

$$s_{nx \text{ máx}} \cong -\frac{M_z}{I_z} \cdot \frac{f_e}{2}$$

Operando:

$$s_{nx \text{ máx}} \cong -\frac{23400 \cdot 10^2 \text{ (N} \cdot \text{cm)}}{2227,5 \text{ (cm}^4\text{)}} \cdot \frac{20 \text{ (cm)}}{2} = -10502 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \rightarrow s_{nx \text{ máx}} \cong -105 \text{ MPa}$$

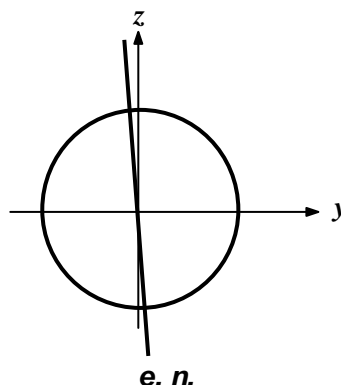
A esta misma conclusión se llega trazando el eje neutro, cuya ecuación es:

$$0 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$$

La ecuación queda:

$$0 = \frac{-2000 \text{ (N)}}{48,25 \text{ (cm}^2\text{)}} + \frac{-3200 \cdot 10^2 \text{ (N} \cdot \text{cm)}}{2227,5 \text{ (cm}^4\text{)}} z - \frac{23400 \cdot 10^2 \text{ (N} \cdot \text{cm)}}{2227,5 \text{ (cm}^4\text{)}} y \rightarrow 0 = -41,45 - 143z - 1051y$$

El eje neutro pasa prácticamente por el origen y forma un ángulo de -88° con el eje y (prácticamente coincide con el eje z).

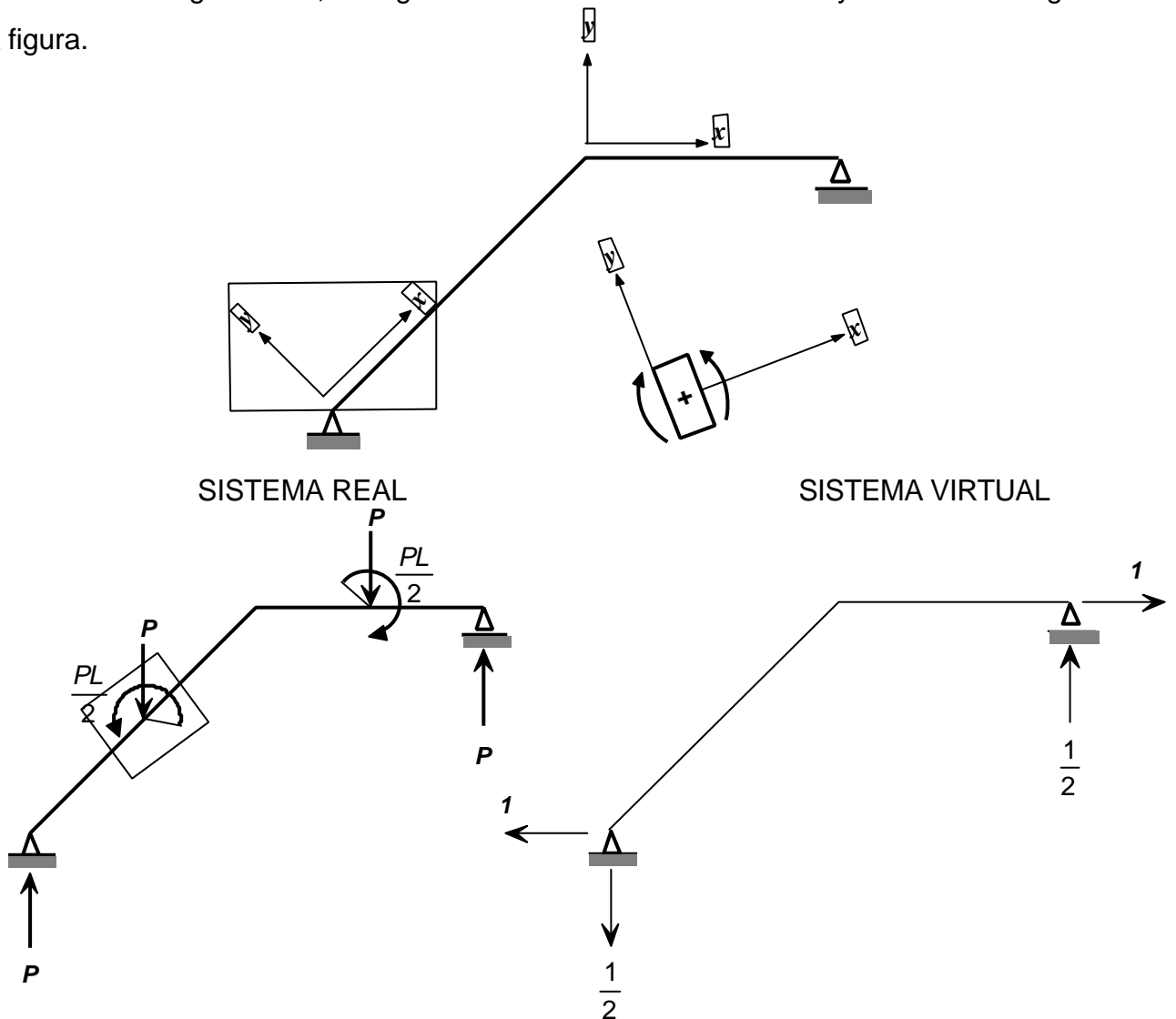


La tensión cortante máxima se debe al momento torsor, y su valor es:

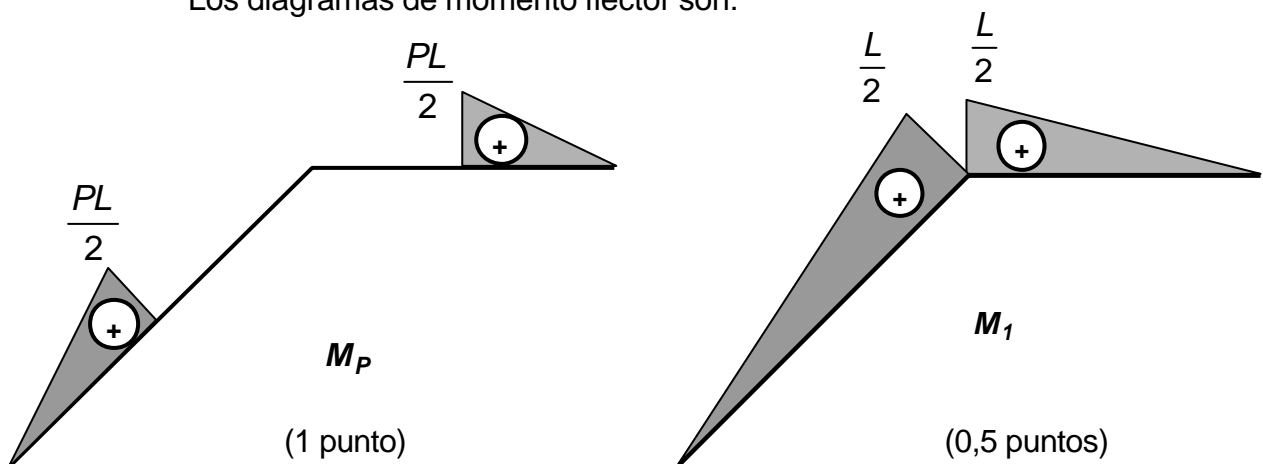
$$t_{\text{máx}} = \frac{M_T}{I_0} \cdot \frac{f_e}{2} \rightarrow t_{\text{máx}} = \frac{6240 \cdot 10^2 (\text{N} \cdot \text{cm})}{2 \cdot 2227,5 (\text{cm}^4)} \cdot \frac{20 (\text{cm})}{2} = 1400 \left(\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \right) \equiv 14 \text{ MPa}$$

(2 puntos)

3.- El apoyo B solo permite el desplazamiento horizontal. Para el cálculo de éste se utiliza el método de la carga unidad, escogiendo los sistemas de referencia y el criterio de signos de la figura.



Los diagramas de momento flector son:



La expresión del desplazamiento es:
$$d_H(B) = \int_0^{\sqrt{2}L} \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx + \int_0^L \frac{M_P \cdot M_1}{EI} dx$$

Barra oblicua *Barra horizontal*

EI es constante, y las integrales se pueden calcular por el método de multiplicación de gráficos:

$$d_H = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \frac{PL}{2} \frac{\sqrt{2}L}{2} \cdot \frac{2L}{3} \frac{L}{4} + \frac{1}{2} \frac{PL}{2} \frac{L}{2} \cdot \frac{2L}{3} \frac{L}{4} \right) \rightarrow d_H = \frac{PL^3}{48EI} (\sqrt{2} + 1)$$

Sustituyendo valores numéricos:

$$d_H = \frac{10^3(N) \cdot 10^9(mm^3)}{48 \cdot 2 \cdot 10^5 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \cdot 318 \cdot 10^4 mm^4} (\sqrt{2} + 1) = 0,079 mm \quad (0,5 \text{ puntos})$$

4.- Para que el radio pandee, debe sufrir una tensión de compresión igual al valor de la tensión crítica de Euler (σ_{cr}).

Para que aparezcan tensiones negativas, previamente debe desaparecer la tracción del pretensado (σ_t).

La deformación longitudinal total que puede experimentar el radio es la suma de la necesaria para eliminar el pretensado $\left(-\frac{s_t}{E} \right)$ y la que ocasiona la tensión crítica $\left(-\frac{|s_c|}{E} \right)$.

El acortamiento total que puede sufrir será esta deformación multiplicada por la longitud

del radio
$$\Delta L = -\frac{s_t + |s_c|}{E} L \quad (1 \text{ punto})$$

Para el cálculo de la tensión crítica es preciso conocer el plano de pandeo:

$$I_{xy} = \frac{L}{\sqrt{\frac{I_z}{\Omega}}} \rightarrow I_{xy} = \frac{L}{\sqrt{\frac{\frac{p}{64} ab^3}{\frac{p}{4} ab}}} = \frac{4 \cdot L}{b} \rightarrow I_{xy} = \frac{4 \cdot 200(mm)}{3(mm)} = 267$$

$$I_{xz} = \frac{0,7L}{\sqrt{\frac{I_y}{\Omega}}} \rightarrow I_{xz} = \frac{0,7L}{\sqrt{\frac{\frac{p}{64} ba^3}{\frac{p}{4} ab}}} = \frac{2,8 \cdot L}{a} \rightarrow I_{xz} = \frac{2,8 \cdot 200(mm)}{1(mm)} = 560$$

La esbeltez máxima se da en el plano xz (plano de pandeo).

El valor de la tensión crítica es $|\mathbf{s}_c| = \frac{\mathbf{p}^2 E}{I_{\text{máx}}^2} \rightarrow |\mathbf{s}_c| = \frac{\mathbf{p}^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \left(\frac{N}{mm^2} \right)}{560^2} = 6,3 MPa$

El acortamiento que puede experimentar el radio es:

$$\Delta L = -\frac{100 + 6,3}{2 \cdot 10^5} \cdot 200 (mm) = 0,16 mm \quad (1 \text{ punto})$$