



RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE FEBRERO

CURSO 2004-05
18-2-2005

PROBLEMA

Se considera el sistema de barras articuladas indicado en la figura. La barra AC es una viga doble T de ala ancha (HEA) y la BD es una columna de acero de sección rectangular 30 x 50 mm. Suponiendo que la barra BD está articulada en sus extremos en el plano xz y empotrada en sus extremos respecto del plano xy, se pide:

1.- Determinar el plano de posible pandeo de la columna BD.

2.- Calcular la máxima carga p uniformemente repartida que se puede aplicar a la viga AC para que la columna BD no pandee, aplicando:

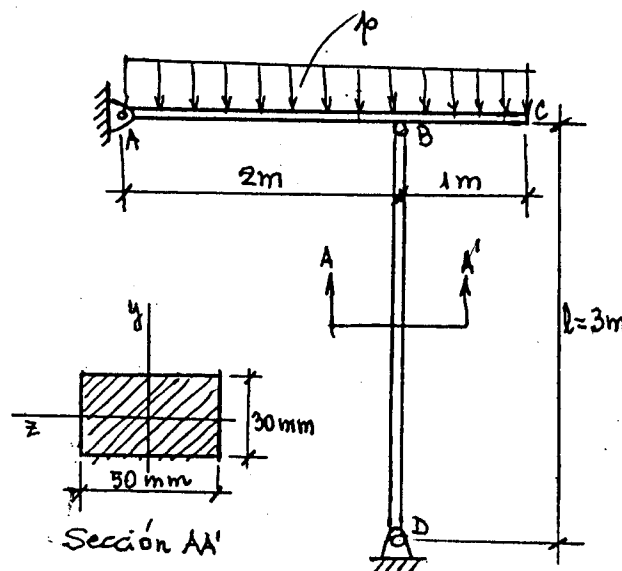
a) la fórmula de Euler en el caso que sea aplicable.

b) el método de los coeficientes w

explicando las posibles discrepancias.

3.- Determinar el perfil de la doble T ala ancha (HEA) de la viga AC cuya tensión admisible es $\sigma_{adm} = 150$ MPa.

Datos del acero de la columna BD: Acero A 42; $E = 200$ GPa; $\sigma_e = 260$ MPa



1. Para determinar el plano de pandeo calculemos las esbelteces correspondientes a los planos xy y xz, cuyas longitudes de pandeo son $0,5l$ y l , respectivamente

$$i_z = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} 50 \times 30^3}{50 \times 30}} \text{ mm} = 0,866 \text{ cm}; \quad i_y = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} 30 \times 50^3}{50 \times 30}} \text{ mm} = 1,443 \text{ cm}$$

$$\lambda^{xy} = \frac{0,5l}{i_z} = 173,21; \quad \lambda^{xz} = \frac{l}{i_y} = 207,90$$

Como $\lambda^{xz} > \lambda^{xy}$, el posible plano de pandeo es el xz

2. a) Calculemos el valor de la esbeltez, a partir del cual es aplicable la fórmula de Euler:

$$\lambda_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_e}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{260}} = 87,13$$

Como $\lambda^{xe} > \lambda_{\text{lim}}$ sí es aplicable la fórmula de Euler.

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_p^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^9 \times \frac{1}{12} \times 30 \times 50^3 \times 10^{-12}}{3^2} = 68,53 \text{ kN}$$

Tomando momentos en la viga AC respecto del extremo A obtenemos

$$\text{el valor de } p_{\text{máx}} \quad \boxed{p_{\text{máx}}} = \frac{P_{\text{cr}} \times 2}{3 \times 1,5} = \frac{68,53 \times 2}{4,5} = \boxed{30,45 \text{ kN/m}}$$

b) Si aplicamos el método de los coeficientes w , el valor de este coeficiente para la esbeltez $\lambda^{xe} = 207,90$, según tablas, es

$$w = 7,25 + 0,9 \times 0,06 = 7,304$$

Con este valor de w , obtenemos el valor de la carga de pandeo admisible

$w N_{\text{p adm}} = \sigma_{\text{adm}} \cdot \Omega$. Tomando como valor de la tensión admisible $\sigma_{\text{adm}} = 150 \text{ MPa}$,

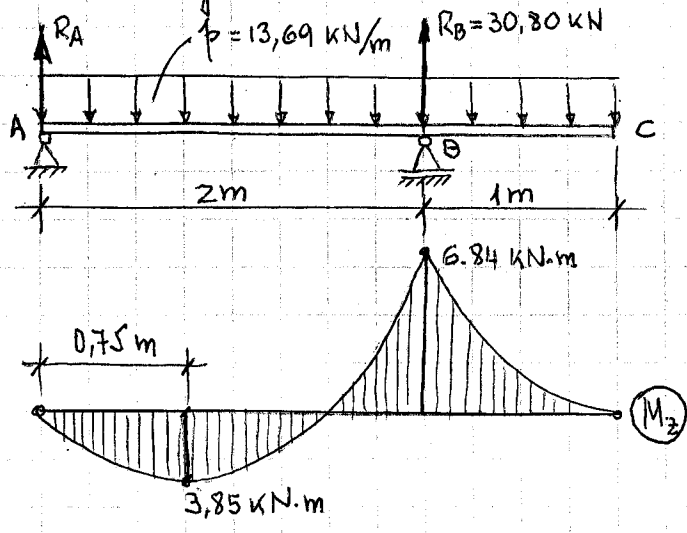
$$\text{se tiene: } N_{\text{p adm}} = \frac{150 \times 10^6 \times 15 \times 10^{-4}}{7,304} = 30,80 \text{ kN}$$

La discrepancia en los resultados de P_{cr} y $N_{\text{p adm}}$ es debida a que en el método de los coeficientes w se considera un coeficiente de seguridad al pandeo $n = \frac{P_{\text{cr}}}{N_{\text{p adm}}} = \frac{68,53}{30,80} = 2,225$ y en la fórmula de Euler el coef. de seguridad es 1.

La carga uniforme $p_{\text{máx}}$ que en este caso se puede aplicar a la viga AC será:

$$\boxed{p_{\text{máx}}} = \frac{N_{\text{p adm}} \times 2}{3 \times 1,5} = \frac{30,80 \times 2}{4,5} = \boxed{13,69 \text{ kN/m}}$$

3. En la viga AC, la articulación B actúa como apoyo articulado móvil



La reacción R_B es igual y opuesta a la carga de compresión $N_{p adm}$ calculada en el apartado anterior.

La reacción R_A es:

$$R_A = 13.69 \times 3 - 30.80 = 10.27 \text{ kN}$$

Las leyes de momentos flectores son:

$$M_z = 10.27x - 13.69 \frac{x^2}{2} \quad 0 \leq x \leq 2 \text{ m}$$

$$M_z = \frac{13.69}{2} (3-x)^2 = 6.84 (3-x)^2 \quad 2 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$$

Del diagrama de momentos flectores indicado en la figura, se deduce.

$$M_{z \max} = 6.84 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad W_z \geq \frac{M_{z \max}}{\sigma_{adm}} = \frac{6.84 \times 10^3 \times 10^2}{150 \times 10^6 \times 10^{-4}} = 45.6 \text{ cm}^3$$

Como el módulo resistente W_z del menor perfil IHEA que se fabrica es $W_z = 72.8 \text{ cm}^3$ que corresponde a IHEA-100, tomaremos este.

IHEA-100