ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

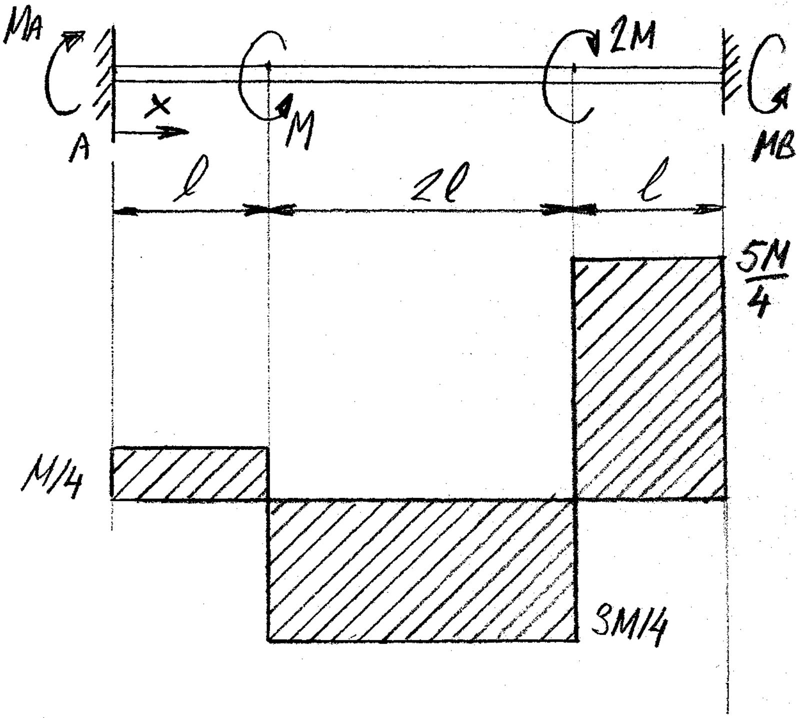
RESISTENCIA DE MATERIALES II

CURSO 2004-2005

EXAMEN DE SEPTIEMBRE 16-09-2005

CUESTIONES

1.- Una barra de acero ($\tau_{adm} = 100\ MPa$) de sección circular de radio $R=5mm$, de longitud $4l$, está empotrada en ambos extremos. Se pretende aplicar un par torsor $\boldsymbol{M}$ a una distancia l de un extremo, y un par torsor $\boldsymbol{2M}$ de sentido contrario a una distancia l del otro extremo.
Se pide: diagrama de momentos torsores y máximo valor admisible de $\boldsymbol{M}$ (en $N{\cdot}m$)



- Equilibrio: $M_A - M_B - M + 2M = 0$

- Variación de los momentos:

$0 \leq x \leq l \quad M(x) = M_A$

$l \leq x \leq 3l \quad M(x) = M_A - M$

$3l \leq x \leq 4l \quad M(x) = M_A - M + 2M = M_B$

- Condición de compatibilidad:

$$\theta_B - \theta_A = \frac{1}{GI_0}\int_0^{4l} M(x)dx =$$

$$= \frac{1}{GI_0}\left[M_A l + (M_A - M)2l + M_B l\right] = 0$$

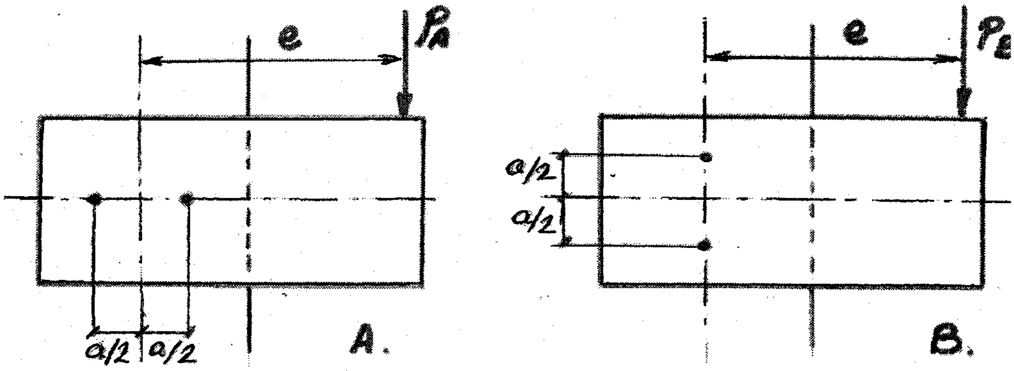
De donde: $3M_A - 2M + M_B = 0$, que, junto con la ecuación de equilibrio lleva a:

$$M_A = M/4 \qquad M_B = 5M/4$$

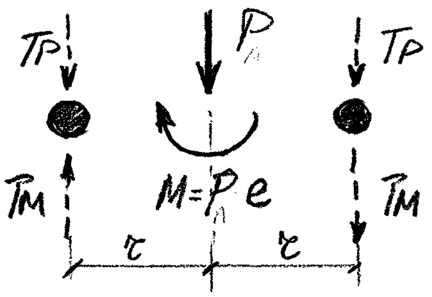
Tensión Tangencial: $\tau = \frac{M_T}{I_0}$ $\tau \leq \tau_{adm}$; $\tau_{max} = \frac{M_{Tmax}}{\pi R^4/2} R = \frac{5M/4}{\pi R^4/2} R$

Luego: $M_{max} = \frac{2\pi R^3}{5}\tau_{adm} = \underline{5\pi\ N{\cdot}m = 15{,}7\ N{\cdot}m}$

2.- Una chapa rectangular debe sujetarse con dos tornillos iguales. Se consideran las soluciones **A** y **B** de la figura, en donde P_A y P_B son, respectivamente, las cargas máximas compatibles con la resistencia a cortadura de la unión. Demostrar que la solución **B** es mejor que la **A** comprobando que $P_A < P_B$



Solución A:

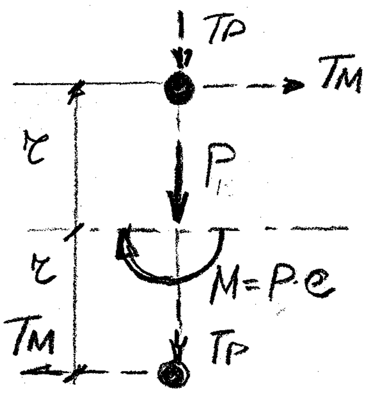


$\tau_P = P/2$

$$\tau_M = \frac{M}{\sum r^2}\, r = \frac{Pe}{2(a/2)^2}\,\frac{a}{2} = \frac{Pe}{a}$$

$$\tau_{max} = \tau_P + \tau_M = P\left(\frac{1}{2} + \frac{e}{a}\right)$$

Solución B:



$\tau_P = P/2$

$\tau_M = Pe/a$

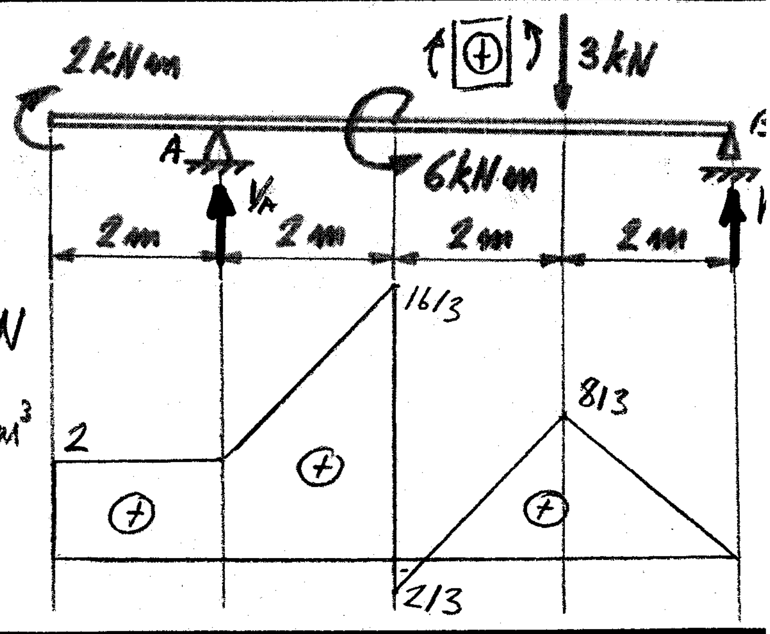
$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_P^2 + \tau_M^2} = P\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{e^2}{a^2}}$$

Diseño a cortadura: $\tau_{max} \leq \tau_{adm}\,\Omega$

En el límite: $\dfrac{\tau_{max\,A}}{\tau_{max\,B}} = \dfrac{P_A\,(1/2 + e/a)}{P_B\,\sqrt{1/4 + e^2/a^2}} = 1.$

como $(1/2 + e/a) > \sqrt{1/4 + e^2/a^2} \implies P_A < P_B$

3.- Dada la viga de la figura, trazar el diagrama de momentos flectores y hallar el mínimo perfil *IPN* necesario. Dato: $\sigma_{adm} = 150\ MPa$

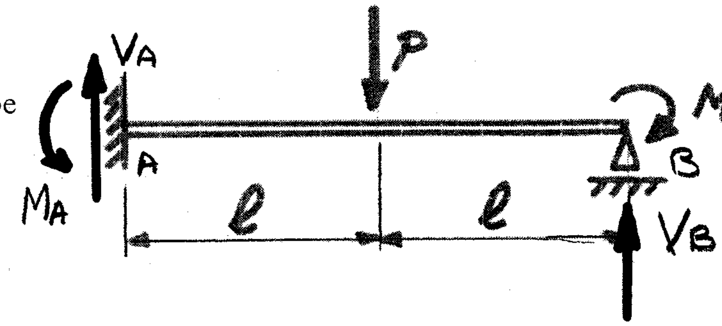


Equilibrio: $V_A = 5/3$ kN ; $V_B = 4/3$ kN

Diseño: $W > \dfrac{M_{f\,max}}{\sigma_{adm}} = \dfrac{\frac{16}{3}\ kN\cdot m}{150 MPa} = 35.55\ cm^3$

TABLAS: IPN-120 ($W = 54.7\ cm^3$)

4.- En la viga de la figura hallar la relación que debe darse entre $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{M}$ y l para que el desplazamiento vertical de la sección en que se aplica $\boldsymbol{P}$ sea nulo



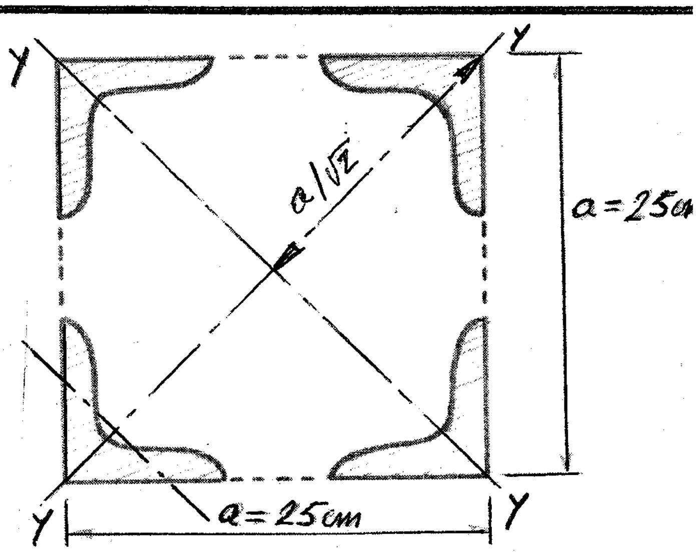
Equilibrio: $V_A + V_B = P$
$M_A = M + Pl - V_B\, 2l$

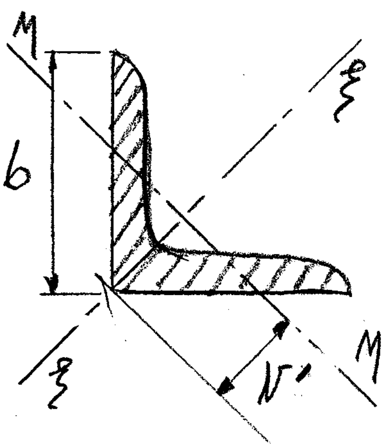
Ecuación universal: $EIy = EIy_0 + EI\theta_0 x - \frac{M_A}{2}x^2 + \frac{V_A}{6}x^3 - \frac{P}{6}[x-l]^3$

Condiciones de contorno: $y_0 = 0$, $\theta_0 = 0$, $y(2l) = 0$, que, junto con $y(l) = 0$ y las de equilibrio llevan a: $V_A = P/4$, $V_B = 3P/4$,

$M_A = Pl/12$ y $\underline{M = 7Pl/12}$

5.- Se ha construido un pilar con 4 angulares iguales *L:90·12* empresillados y en la disposición indicada en la figura. Sabiendo que el pilar tiene una altura de *10m* y considerándolo biapoyado, se pide calcular la máxima carga admisible a compresión.
Datos: *Acero A-42*, σ_{adm} *=180 MPa*





Angular L:90×12

$b = 9\text{cm}$ $\quad v' = 3{,}76\text{cm}$

$\Omega_L = 20{,}3\text{cm}^2$

$I_\xi = 234\text{cm}^4$, $I_\eta = 61{,}7\text{cm}^4$

$$I_y = 2I_\xi + 2\left(I_\eta + \Omega\,(a/\sqrt{2} - 3{,}76)^2\right) = 8.455{,}7\ \text{cm}^4$$

$$\lambda = \frac{l_P}{i_y} = \frac{l}{\sqrt{I_y/\Omega}} = \frac{1000\ \text{cm}}{\sqrt{8455{,}7/4\cdot 20{,}3}} = 98$$

$$\omega(A\text{-}42;\ \lambda = 98) = 1{,}95$$

$$P_{adm_P} = \frac{\sigma_{adm}\cdot\Omega}{\omega} = \frac{180\,\text{N/mm}^2\cdot 4\cdot 2030\,\text{mm}^2}{1{,}95} = \underline{749{,}5\ \text{KN}}$$