ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

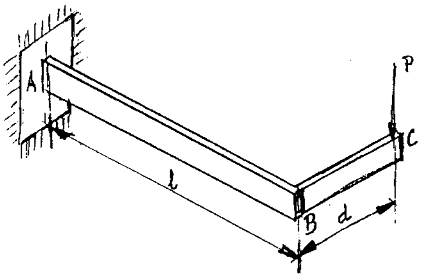
RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE FEBRERO

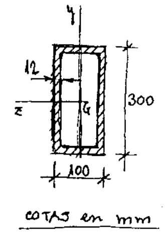
CURSO 2005-06
10-2-2006

PROBLEMA

La pieza AB indicada en la figura es un tubo de paredes delgadas, de eje rectilíneo, longitud ℓ = 3m y sección rectangular 300x100x12 mm. El extremo A está empotrado mientras que el extremo B es libre y hay soldada en él una barra horizontal BC perpendicular al eje del tubo y de longitud d = 60 cm en cuyo extremo C se aplica una carga P.

Conociendo el límite elástico del material del tubo σ_e = 60 MPa, calcular el máximo de P para que no se produzcan deformaciones plásticas según el criterio de Tresca.

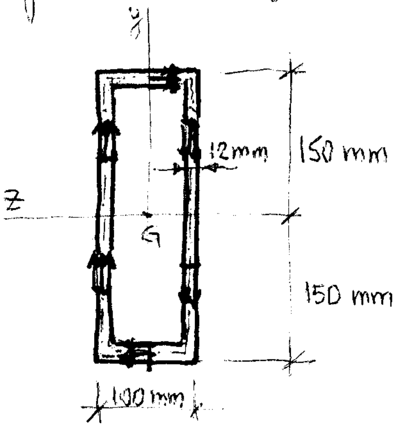




El tubo está sometido a una solicitación combinada de torsión y flexión. La sección sometida a mayores esfuerzos es la sección A de empotramiento, en la que el momento torsor es:

$$M_T = P.d = 0{,}6\ P\ N.m \qquad (P\ \text{en}\ N)$$

y el momento flector $\quad M_z = 3P\ N.m$



Debido al momento torsor, en cualquier sección recta del tubo existe una distribución de tensiones tangenciales, tangentes al contorno cuyo valor viene dado por la fórmula de BREDT

$$\Omega^* = (300-12)10^{-3} \times (100-12)10^{-3}\ m^2 = 253{,}44 \times 10^{-4}\ m^2$$

$$e = 12 \times 10^{-3}\ m$$

$$\tau = \frac{M_T}{2\Omega^* e} = \frac{0{,}6P}{2 \times 253{,}44 \times 10^{-4} \times 12 \times 10^{-3}} = 986{,}42\,P\ N/m^2$$

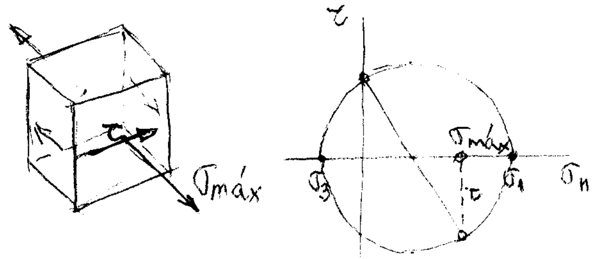
También el esfuerzo cortante produce una distribución de tensiones tangenciales que supondremos despreciables frente a las producidas por el momento torsor. (Si se calcula la $\tau_{máx}$ debida al esfuerzo cortante en las paredes superior e inferior del tubo resulta ser inferior al 1% de la que produce el momento torsor)

Las mayores tensiones se producen en las paredes superior e inferior del tubo, en donde existe una tensión normal máxima dada por la ley de Navier

Como $I_z = \frac{1}{12}(100 \times 300^3 - 76 \times 276^3) \times 10^{-12}\, m^4 = 9,184 \times 10^{-5}\, m^4$

$$\sigma_{máx} = \frac{M_z}{I_z}\frac{h}{2} = \frac{3P}{9,184 \times 10^{-5}} \times 0,150\ N/m^2 = 4900P\ N/m^2$$

Las tensiones principales en los puntos de la parte superior o inferior de la sección del empotramiento del tubo son:



$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_{máx}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{máx}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

Sustituyendo valores, se obtienen: $\sigma_1 = 5091,12\, P$ Pa ; $\sigma_3 = -191,12\, P$ Pa

Aplicando el criterio de Tresca, las deformaciones plásticas comenzarán en la sección del empotramiento para un valor de P tal que

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_e$$

$$(5091,12 + 191,12)P = 60 \times 10^6$$

es decir $\boxed{P} = \frac{60 \times 10^6}{5284,24}\ N = \boxed{11,35\ kN}$