ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

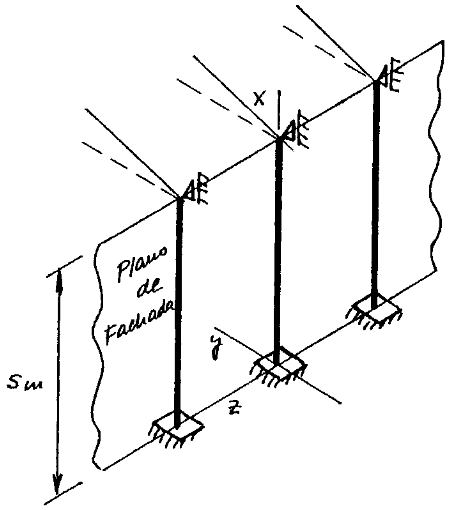
RESISTENCIA DE MATERIALES II — **CURSO 2005-06**

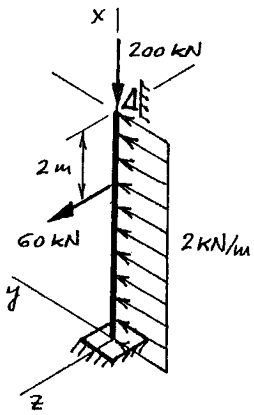
EXAMEN DE JUNIO — **23-6-2006**

PROBLEMA

Los soportes de fachada de una nave industrial tienen una altura de 5 m. Cada soporte se encuentra empotrado en su base, en tanto que su extremo superior está apoyado en la dirección del plano de la fachada (z) y libre en la dirección perpendicular (y).

Sobre el extremo superior actúa una fuerza vertical de 200 kN (hacia abajo). En la sección situada a 2 m del extremo superior actúa una fuerza horizontal de 60 kN en dirección z. Sobre toda la longitud del soporte actúa una carga repartida horizontal de 2 kN/m en dirección y.



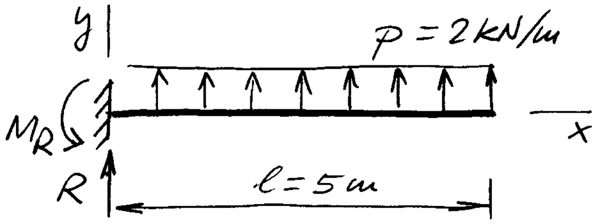


Se pide:

1) Diagrama de momentos flectores M_z.(1 punto)
2) Diagrama de momentos flectores M_y.(4 puntos)
3) Mínimo perfil HEB necesario para dimensionar los soportes, indicando su orientación respecto a los ejes. (5 puntos)

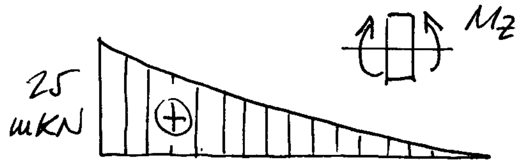
Datos: acero A-42, σ_{adm}=200 MPa.

1) Plano x,y



$R = -pl = -2 \cdot 5 = -10$ kN

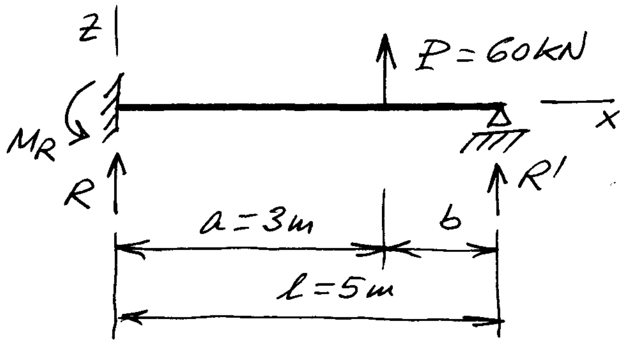
$M_R = -p\frac{l^2}{2} = -2 \cdot \frac{5^2}{2} = -25$ m kN



$M_z = \frac{p}{2}(l-x)^2$

$(M_z)_{max} = -M_R = 25$ m kN

2) Plano x,z (el eje y va hacia dentro del papel)



$$\begin{cases} R + R' = -P & (1) \\ M_R + Pa + R'l & (2) \end{cases}$$

Es un caso hiperestático de grado 1.

De los distintos métodos de resolución, usaremos la ecuación universal de la elástica.

$$EI_y z = EI_y z(0) + EI_y z'(0)x - \frac{M_R}{2}x^2 + \frac{R}{6}x^3 + \frac{P}{6}\langle x-a\rangle^3$$

Imponiendo las condiciones de sustentación: $z(0) = z'(0) = z(l) = 0$ obtenemos:

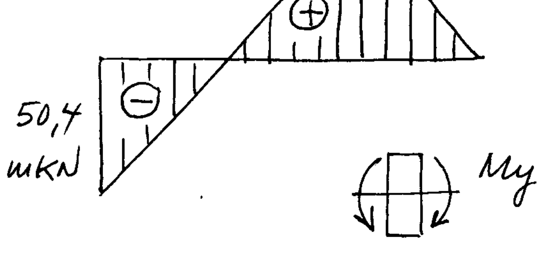
$$0 = -\frac{M_R}{2}l^2 + \frac{R}{6}l^3 + \frac{P}{6}b^3 \qquad (3)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (1), (2), (3), obtenemos

$$\begin{cases} M_R = -\frac{P}{2l^2}ab(l+b) = -\frac{60}{2\cdot5^2}3\cdot2\cdot(5+2) = -50{,}4 \text{ m kN} \\ R' = -\frac{Pa}{l}\left[1 - \frac{b}{2l^2}(l+b)\right] = -\frac{60\cdot3}{5}\left[1 - \frac{2}{2\cdot5^2}(5+2)\right] = -25{,}9 \text{ kN} \\ R = -P + \frac{Pa}{l}\left[1 - \frac{b}{2l^2}(l+b)\right] = -60 + 25{,}9 = -34{,}1 \text{ kN} \end{cases}$$

$$M_y = M_R - Rx - P\langle x-a\rangle = -50{,}4 + 34{,}1x - 60\langle x-3\rangle \text{ mkN}$$
(x en m.)

$$\begin{cases} M_y(0) = -50{,}4 \text{ mkN} \\ M_y(3) = 51{,}8 \quad " \end{cases}$$



3) El esfuerzo normal es el mismo en todas las secciones

$$N = -200 \text{ KN}$$

La sección más solicitada es le del empotramiento, ya que en ella es máximo M_z, y casi coincide con el máximo M_y. Al ser el perfil HEB doblemente simétrico, la comprobación de la sección se hará con le fórmula:

$$\omega \frac{|N|}{A} + \frac{|M_z|}{W_z} + \frac{|M_y|}{W_y} \leq \sigma_{adm}$$

$$\omega \frac{200}{A(cm^2)} + \frac{2500}{W_z(cm^3)} + \frac{5040}{W_y(cm^3)} \leq 20 \frac{KN}{cm^2} \qquad (*)$$

El coeficiente ω depende de le esbeltez máxima λ_{max}, que con las condiciones de sustentación será:

$$\begin{cases} \text{Flexión eje } z \text{ (elástica plano } x,y : \text{emp.-libre)} : l_{pz} = 2l \\ \text{Flexión eje } y \text{ (elástica plano } x,z : \text{emp.-apoy.)} : l_{py} = 0{,}7l \end{cases}$$

$$\lambda_{max} = \max\left(\frac{2l}{i_z} ; \frac{0{,}7l}{i_y}\right) = \max\left(\frac{1000}{i_z} ; \frac{350}{i_y}\right) \quad (i \text{ en cm})$$

Comenzamos a tantear con el perfil HEB-200, situando el eje z con le inercia mayor, y posteriormente comprobaremos con la otra orientación.

PERFIL	A (cm^2)	W_z (cm^3)	W_y (cm^3)	i_z (cm)	i_y (cm)	λ_z	λ_y	ω	Form. (*) KN/cm^2
z HEB 200	78,1	570	200	8,54	5,07	117,1	69,0	2,57	36,2 >
z HEB 240	106	938	327	10,3	6,08	97,1	57,6	1,92	21,7 >
z HEB 260	118	1150	395	11,2	6,58	89,3	53,2	1,72	17,9 < ←
z HEB 260	118	395	1150	6,58	11,2	152,0	31,3	4,05	17,6 < ←
z HEB 240	106	327	938	6,08	10,3	164,5	34,0	4,69	21,9 >

Así pues el perfil necesario es HEB-260, resultando indiferente su orientación.