ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2006-07**

EXAMEN DE SEPTIEMBRE **9-2-2007**

CUESTIONES

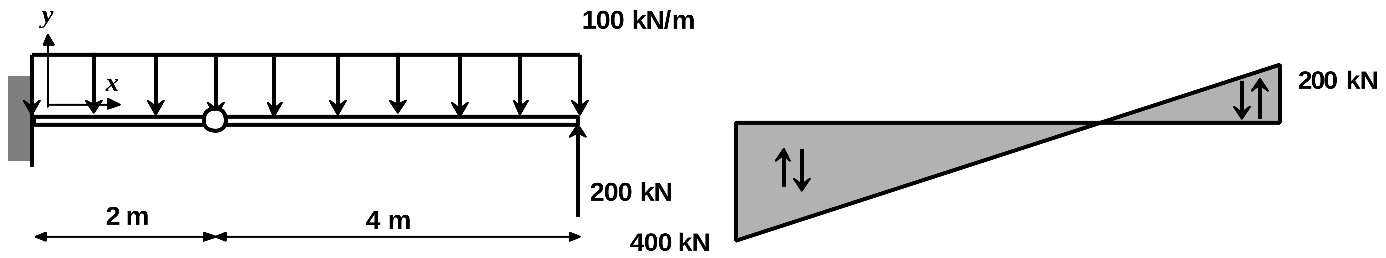
1.- Si no existiesen las soldaduras en el ala superior, existiría una fuerza de desequilibrio que tendería a hacer deslizar el ala con respecto al alma. Como máximo, esta fuerza tendría por valor $F = \dfrac{|T|_{máx} \cdot m_z \cdot L}{I_z}$, siendo m_Z el momento estático del ala, I_Z el momento de inercia de toda la sección y L la longitud de la viga.

Esta fuerza la absorberán cuatro cordones de soldadura, por lo que la tensión cortante en cada cordón será $t = \dfrac{F}{4 \cdot a \cdot L}$. Como se debe cumplir que $t < t_{adm}$, entonces se tiene que $a > \dfrac{|T|_{máx} \cdot m_z}{4 \cdot t_{adm} \cdot I_z}$.

Para obtener $|T|_{máx}$ es necesario hallar el diagrama de esfuerzos cortantes. La reacción en el apoyo derecho (única imprescindible), se obtiene imponiendo que el momento flector en la rótula (calculado por la derecha), sea nulo.

$$M_F(R^+) = 0 \quad \rightarrow \quad V_B \cdot 4(m) - 100\left(\frac{kN}{m}\right) \cdot 4(m) \cdot 2(m) = 0 \quad \rightarrow \quad V_B = 200\,kN$$

El diagrama de esfuerzos cortantes es el de la figura.



(1 punto)

Los valores, son:

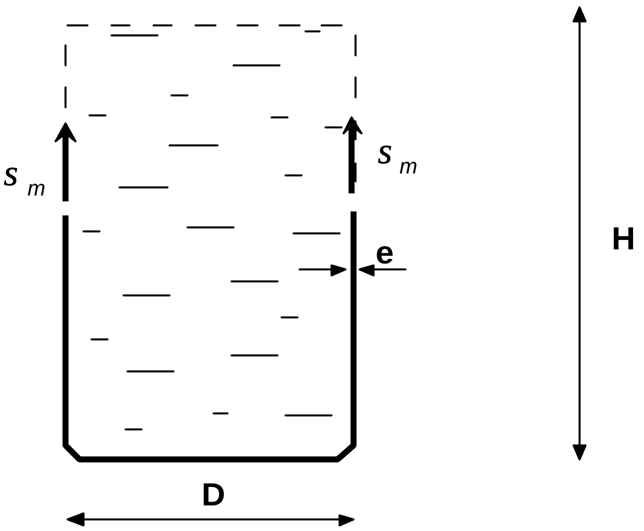
$$m_z = 30(mm) \cdot 400(mm) \cdot 215(mm) = 2{,}58 \cdot 10^6\ mm^3 \qquad \text{(1 punto)}$$

$$I_z = \frac{1}{12} 400(mm) \cdot (460)^3 (mm^3) - \frac{1}{12} 340(mm) \cdot (400)^3 (mm^3) = 1{,}43 \cdot 10^9\ mm^4$$

(1 punto)

Por tanto: $a > \dfrac{400\cdot 10^{3}(N)\cdot 2{,}58\cdot 10^{6}\left(mm^{3}\right)}{4\cdot 145\left(\dfrac{N}{mm^{2}}\right)\cdot 1{,}43\cdot 10^{9}\left(mm^{4}\right)} = 1{,}24\ mm \quad \rightarrow \quad a = 2\ mm$ (1 punto)

2.- La ecuación de Laplace $\dfrac{s_m}{r_m} + \dfrac{s_t}{r_t} = \dfrac{p}{e}$, permite calcular directamente s_t, ya que $r_m = \infty$, $r_t = \dfrac{D}{2}$ y $p = g \cdot y$. Por ello, $s_t = \dfrac{g \cdot y \cdot D}{2 \cdot e}$, que para $y = \dfrac{H}{2}$ es $s_t = \dfrac{g\,H\,D}{4e}$.



(1 punto)

Cortando por $y = \dfrac{H}{2}$, se tiene el esquema de la figura.

La ecuación de equilibrio vertical queda:

$$s_m \cdot e \cdot p \cdot D - g \cdot \frac{p}{4} D^2 \cdot H = 0$$

Despejando:

$$s_m = \frac{g\,H\,D}{4e}$$ (1 punto)

Las tensiones principales resultantes son: $s_1 = s_2 = \dfrac{g\,H\,D}{4e}$ $\quad s_3 = 0$ *

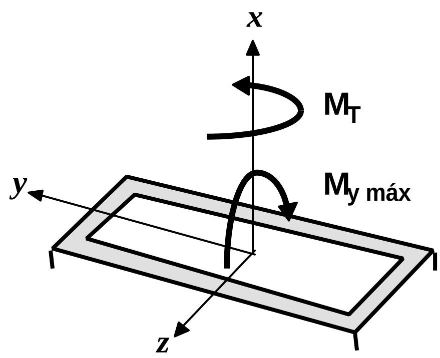
La tensión equivalente de Von Mises es:

$$s_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_3)^2 + (s_2 - s_3)^2}$$

Como $s_1 = s_2$ y $s_3 = 0$, entonces $s_{eq} = s_1$, por lo que $s_{eq} = \dfrac{g\,H\,D}{4e}$. (1 punto)

**En realidad s_3 vale $-p = -\dfrac{g\,H}{2}$ en el interior y 0 en el exterior. Pero como s_1 y $s_2 = \dfrac{g\,H\,D}{4e} = p\dfrac{D}{2e}$ son mucho mayores que p al ser $\dfrac{D}{e}$ muy grande, entonces s_3 se desprecia por simplicidad.*

3.- El pilar se encuentra sometido a flexión y torsión. El momento torsor es constante, mientras que el flector crece al descender, por lo que la sección más desfavorable es la base.



Los valores son:

$$M_T = 1\left(\frac{kN}{m^2}\right)\cdot 2(m)\cdot 1(m)\cdot 3(m) = 6\ kN\cdot m$$

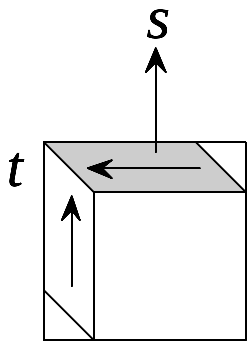
$$M_{y\ máx} = 1\left(\frac{kN}{m^2}\right)\cdot 2(m)\cdot 1(m)\cdot 6(m) = 12\ kN\cdot m$$

Según el criterio de Tresca, la tensión equivalente es:

$$s_{eq} = s_1 - s_3$$

El coeficiente de seguridad es $n = \dfrac{s_e}{s_{eq}}$.

En flexión y torsión, el estado tensional es el de la figura.



Las tensiones principales son:

$$s_1 = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t^2} \qquad s_2 = 0 \qquad s_3 = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t^2}$$

La tensión equivalente de Tresca queda:

$$s_{eq} = 2\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t^2}$$

El coeficiente de seguridad es $n = \dfrac{s_e}{s_{eq}}$.

Las tensiones de cortadura tienen por expresión $t = \dfrac{M_T}{2\cdot e\cdot A^*}$, siendo A^* el área encerrada por la línea media del perfil y e el espesor. Como el espesor es el mismo en toda la sección, entonces τ es constante en todo punto de la sección. El máximo de s_{eq} se da entonces en los puntos donde $|s|$ es máximo, esto es, en $|z|_{máx}$, puntos en los cuales $|s| = \dfrac{|M_y|_{máx}}{W_y}$.

Los valores son:

$$A^* = 195\,(mm)\cdot 145\,(mm) = 28275\ mm^2$$

$$t = \frac{6\cdot 10^6\,(N\cdot mm)}{2\cdot 5\,(mm)\cdot 28275\ mm^2} = 21\,MPa \qquad \text{(1 punto)}$$

$$\left| s \right|_{máx} = \frac{12 \cdot 10^6 \left(N \cdot mm \right)}{164 \cdot 10^3 \left(mm^3 \right)} = 73\ MPa \qquad \text{(1 punto)}$$

$$s_{eq} = 2\sqrt{\left(\frac{73}{2} \right)^2 + 21^2} = 82\ MPa$$

Como e < 16 mm, entonces $s_e = 275\,MPa$ y por tanto $n = \dfrac{275}{82} = 3{,}27$. (1 punto)