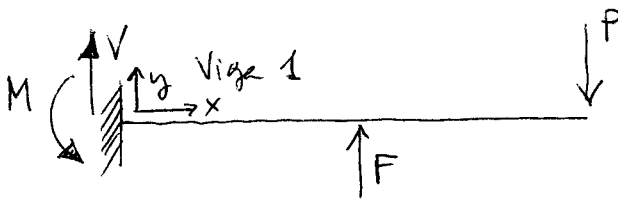


Solución:

1) Cálculo de la fuerza entre las vigas.

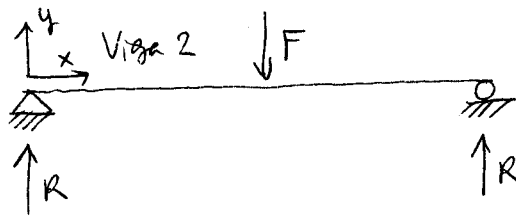
El sistema es hiperestático. Llamamos F a la fuerza que se transmite entre las dos vigas. Estas son las vigas y las cargas sobre ellas:



Cálculo de reacciones:

$$V = P - F$$

$$M = Pl - F \frac{l}{2}$$



$$R = F/2$$

Elastica en cada viga usando la ec. universal.

$$\text{Viga 1: } EI y_1(x) = EI y_0^{(1)} + EI \theta_0^{(1)} x + \frac{-M}{2} x^2 + \frac{V}{6} x^3 + \frac{F}{6} \left(x - \frac{l}{2}\right)^3$$

$$\text{empotramiento} \Rightarrow y_0^{(1)} = 0, \theta_0^{(1)} = 0.$$

$$\text{Viga 2: } EI y_2(x) = EI y_0^{(2)} + EI \theta_0^{(2)} x + \frac{R}{6} x^3 - \frac{F}{6} \left(x - \frac{l}{2}\right)^3$$

$$\text{Apoyos} \Rightarrow y_0^{(2)} = 0, y_2(l) = 0$$

(2)

$$\begin{aligned}
 y_2(l) = 0 &\Rightarrow EI\theta_0^{(2)}l + \frac{R}{6}l^3 - \frac{F}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow EI\theta_0^{(2)}l + \frac{F/2}{6}l^3 - \frac{Fl^3}{6 \cdot 8} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \theta_0^{(2)} = \frac{1}{EI} \left(\frac{Fl^2}{6 \cdot 8} - \frac{Fl^2}{2 \cdot 6} \right) \\
 &= \frac{-Fl^2}{16EI}
 \end{aligned}$$

las expresiones de las dos elásticas son:

$$\begin{aligned}
 EI y_1(x) &= -\frac{l}{2}(P-F/2)x^2 + \frac{1}{6}(P-F)x^3 + \frac{F}{6}\left\langle x - \frac{l}{2} \right\rangle^3 \\
 EI y_2(x) &= -\frac{Fl^2}{16}x + \frac{F/2}{6}x^3 - \frac{F}{6}\left\langle x - \frac{l}{2} \right\rangle^3
 \end{aligned}$$

la condición de compatibilidad geométrica del sistema es:

$$y_1(l/2) = y_2(l/2)$$

Sustituyendo:

$$-\frac{l}{2}(P-F/2)\frac{l^2}{4} + \frac{1}{6}(P-F)\frac{l^3}{8} = -\frac{Fl^2}{16}\frac{l}{2} + \frac{F}{12}\frac{l^3}{8}$$

$$F/2 - P + \frac{1}{6}(P-F) = -\frac{1}{4}F + \frac{1}{12}F$$

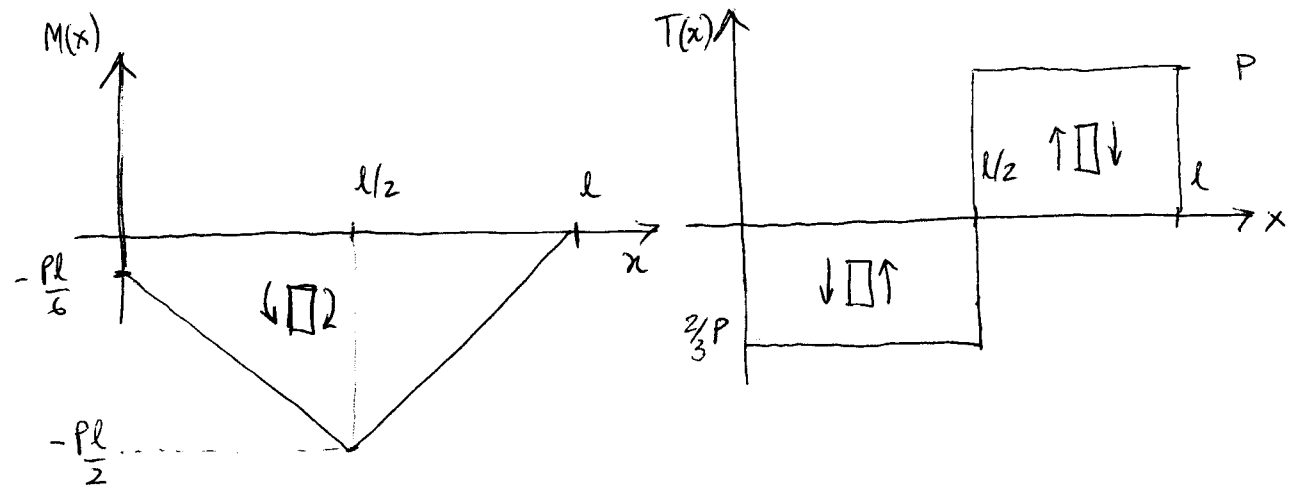
$$6F - 12P + 2P - 2F = -3F + F$$

$$6F = 10P \Rightarrow$$

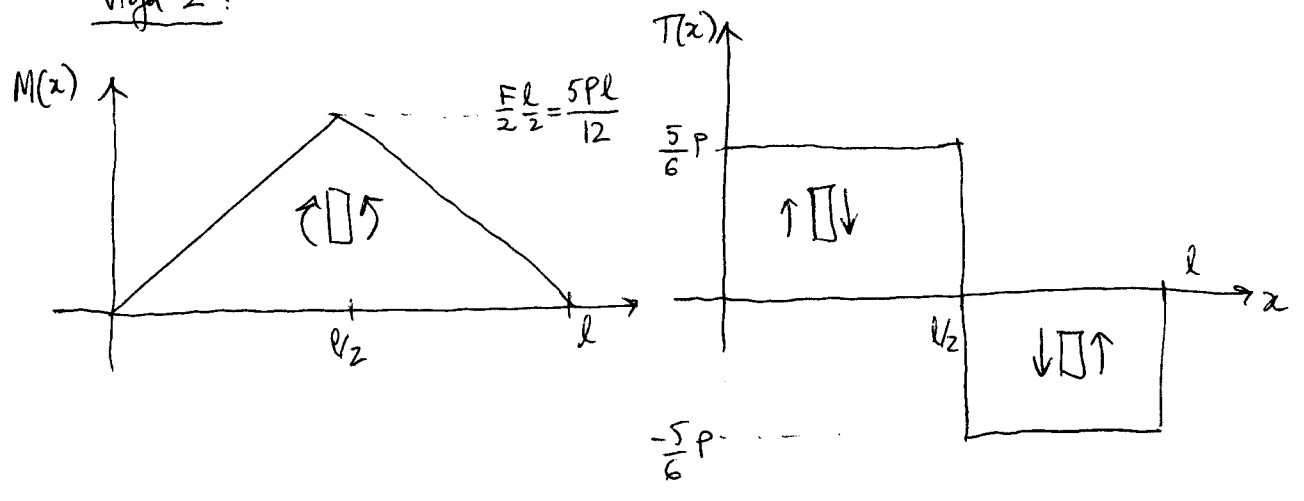
$$F = \frac{5}{3}P$$

2) Diagramas de cortantes y flectas

Viga 1 : $V = P - F = P - \frac{5P}{3} = -\frac{2}{3}P$
 $M = P \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = P \cdot l - \frac{5P}{3} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pl}{6}$



Viga 2 :



3) Dimensionamiento

i) Por tensión admisible

$$\sigma_{adm} \geq \frac{M_{max}}{W_z}, \quad M_{max} = \max\left(\frac{Pl}{2}, \frac{5Pl}{12}\right) = \frac{Pl}{2} = 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$W_z \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}}{180 \text{ N/mm}^2} = 55555 \text{ mm}^3$$

⇒ El perfil ha de ser mayor o igual que un IPE 140

ii) Por desplazamiento máximo

la flecha máxima se da en la viga 1, debajo de P (x=l)

$$y_1(l) = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} (5P - P) l^3 + \frac{1}{6} (P - \frac{5}{3}P) l^3 + \frac{5}{18} P \left(\frac{l}{2}\right)^3 \right]$$

$$= \frac{Pl^3}{EI} \left(\frac{-1}{12} - \frac{2}{18} + \frac{5}{18 \cdot 8} \right) = -\frac{Pl^3}{EI} \cdot 0,1597$$

$$30 \text{ mm} \geq 0,1597 \frac{Pl^3}{EI} \Rightarrow I \geq \frac{5000 \cdot \text{N} \cdot 4000^3 \text{ mm}^3 \cdot 0,1597}{200 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 30 \text{ mm}} = 851 \text{ cm}^4$$

El perfil ha de ser mayor o igual que un IPE 160

El mejor perfil que verifica estas dos restricciones es el IPE 160