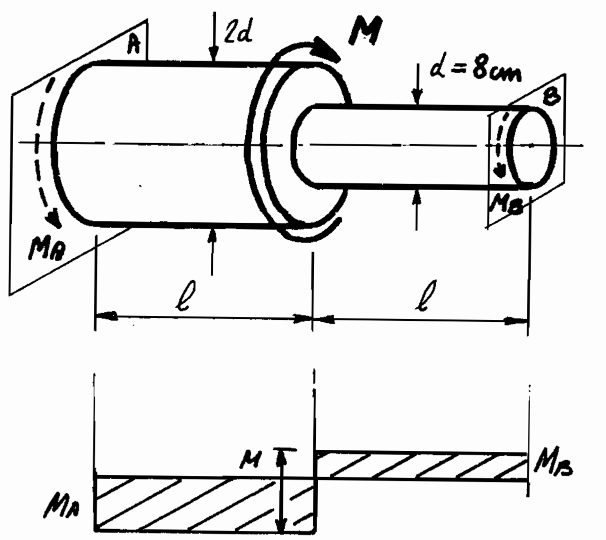
RESISTENCIA DE MATERIALES II. CURSO 2006-07

EXAMEN DE JUNIO. CUESTIONES. BLOQUE I. 15.06.07

SOLUCIÓN

1ª) Para el árbol biempotrado de la figura 1, se pide hallar el máximo valor del par M si el material constituyente del árbol tiene $\tau_{adm} = 120\ MPa$ *(3,5 puntos)*



Equilibrio: $M_A + M_B = M$

al estar biempotrado: $\theta_B - \theta_A = \frac{-M_A l}{G I_a} + \frac{M_B l}{G I_b} = 0$

Siendo: $I_A = \frac{\pi (2d/2)^4}{2} = \frac{\pi d^4}{2}$

$I_B = \frac{\pi (d/2)^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$

De donde: $M_A = \frac{16}{17} M$, $M_B = \frac{M}{17}$

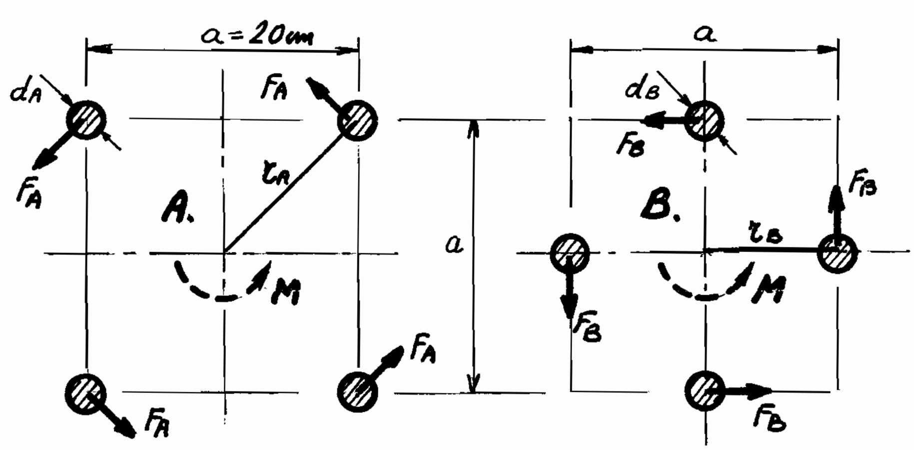
$\tau = \frac{M_T}{I_0} r$, luego las tensiones máximas en cada tramo son:

$\tau_{maxA} = \frac{M_A}{I_A}\frac{2d}{2} = \frac{32 M}{17\pi d^3}$; $\tau_{maxB} = \frac{M_B}{I_B}\frac{d}{2} = \frac{16 M}{17\pi d^3}$

Por tanto: $\tau_{max} = \frac{32 M}{17\pi d^3} \le \tau_{adm}$. Y, $M_{max} = \frac{17\pi d^3}{32}\tau_{adm} = \frac{17\pi\, 80^3\, mm^3}{32}\, 120\frac{N}{mm^2} = 102{,}5\ kNm$

2ª) Una unión atornillada debe absorber un momento $M = 50kN{\cdot}m$ transmitido por una carga excéntrica. La unión se realiza con cuatro tornillos iguales disponiéndolos en alguna de las dos configuraciones, *A* y *B*, indicadas en la figura 2. Hallar, en un número entero de *mm*, el diámetro mínimo de los tornillos para cada configuración. *(3 puntos)*

Dato: $\tau_{adm} = 150\ MPa$



$r_A = a/\sqrt{2}$ $\qquad$ $r_B = a/2$

$F = k r = \frac{M}{4r} \le \tau_{adm}\frac{\pi d^2}{4}$

luego: $d \ge \sqrt{\frac{M}{\pi r \tau_{adm}}}$

Configuración A:

$d_A > \sqrt{\frac{M}{\pi \tau_{adm}}\frac{\sqrt{2}}{a}} = 27{,}35\ mm$

Configuración B:

$d_B > \sqrt{\frac{M}{\pi \tau_{adm}}\frac{2}{a}} = 32{,}57\ mm$

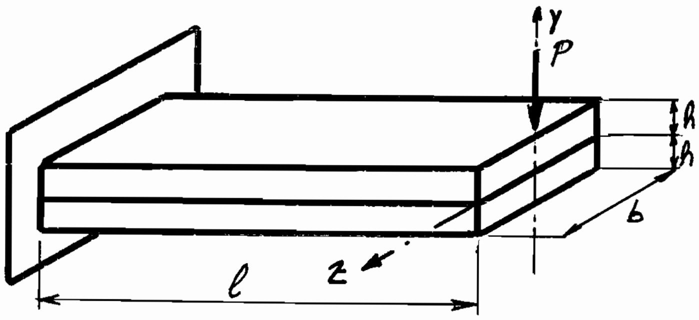
Luego: $d_A = 28\ mm$, $d_B = 33\ mm$

3ª) La viga compuesta de la figura 3 está constituida por dos tablones de madera de espesor $h = 5cm$, unidos mediante un adhesivo. Sabiendo que las resistencias de ambos elementos son:

Madera (pino Douglas): $\sigma_{adm,\,t} = 100\ MPa$, $\sigma_{adm,\,c} = 50\ MPa$

Adhesivo (cola de contacto): $\tau_{adm} = 8\ MPa$

se pide determinar la longitud ℓ mínima para que no se produzca el fallo por la unión adhesiva. *(3,5 puntos)*



- Fallo por la unión adhesiva (a cortadura):

$$\tau = \frac{T \cdot M_z}{I_z \cdot b}$$

$$T = P \ (\text{constante})$$

$$M_{z\,máx} = M_z(y=0) = bh^2/2$$

$$I_z = b(2h)^3/12 = 2bh^3/3$$

luego, $$\tau_{máx} = \frac{P \cdot bh^2/2}{2b^2h^3/3} = \frac{3P}{4bh} \leq \tau_{adm}$$

Se produce el fallo por la unión adhesiva para: $P_{máx} = \frac{4}{3} bh\,\tau_{adm}$

- Fallo por la madera (a flexión): se produce en la sección del empotramiento ($M_{F\,máx}$) y en el borde inferior ($\sigma_{c,\,máx}$)

$$\sigma = \frac{M_F}{I_z} y \ , \text{ luego } \ \sigma_{máx} = \frac{P \cdot \ell}{I_z} h = \frac{P\ell}{2bh^3/3} h = \frac{3P\ell}{2bh^2} \leq \sigma_{adm}$$

Se produce el fallo por la madera para: $P_{máx} = \frac{2}{3} \frac{bh^2}{\ell} \sigma_{adm,\,c}$

- Igualando las dos cargas de fallo:

$$\frac{4}{3} bh\,\tau_{adm} = \frac{2}{3} \frac{bh^2}{\ell} \sigma_{adm,\,c}$$

de donde: $$\ell = \frac{\sigma_{adm,\,c}}{\tau_{adm}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{50\ MPa}{8\ MPa} \ \frac{50\ mm}{2} = 156{,}25\ mm$$