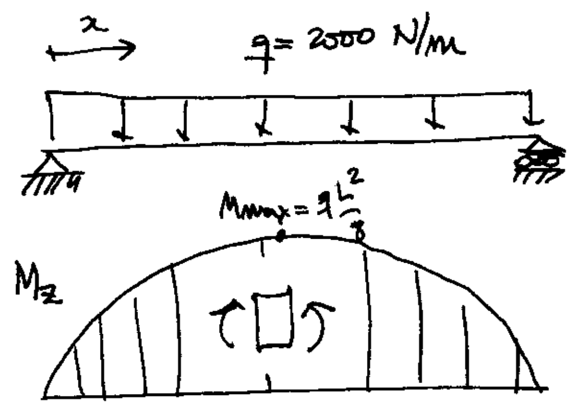
PROBLEMA 1

Cálculo del momento de inercia

$$I_z = \frac{1}{12}\,10.40^3 + 2\times\left[\frac{1}{12}\,40.10^3 + 40.10.25^2\right]$$

$$= 56.10^4\ cm^4$$

Cálculo de las reacciones



Eliminamos el apoyo intermedio y estudiamos la viga isostática resultante:

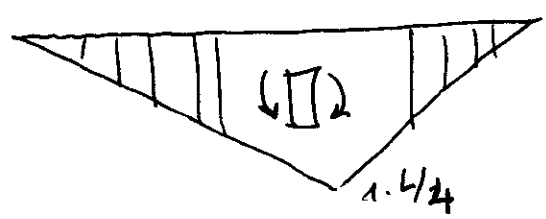
$$M(x) = \frac{qL}{2}\,x - qx\,\frac{x}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\,q\,x\,(L-x)$$

Viga con carga unidad en el apoyo eliminado.

Ley de esfuerzos flectores

$$m(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\cdot x & 0 \le x \le L/2 \\ -(L-x)\frac{1}{2} & \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$$



Momento flector total y energía potencial

$$M^{total}(x) = M(x) + \alpha\, m(x)$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2_{total}(x)}{2EI_z}\,dx$$

Aplicando el teorema de Castigliano:

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha} = 0 \iff 0 = \int_0^L \frac{M_{total}(x)\cdot m(x)}{EI_z}\,dx$$

$$\iff 0 = \int_0^L M(x)\, m(x)\, dx + \alpha \int_0^L m(x)^2\, dx$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{\int_0^L M(x)\, m(x)\, dx}{\int_0^L m(x)^2\, dx} = -\frac{A}{B}$$

Calculamos las integrales para obtener α:

$$A = 2\int_0^{L/2} M(x)\, m(x)\, dx = 2\int_0^{L/2} \frac{1}{2} q\, x\, (L-x)\left(-\frac{x}{2}\right) dx$$

$$= -\frac{q}{2}\int_0^{L/2} (Lx^2 - x^3)\, dx = -\frac{q}{2}\left[L\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^{L/2}$$

$$= -\frac{q}{2}\left(\frac{L}{3}\frac{L^3}{8} - \frac{1}{4}\frac{L^4}{16}\right) = \frac{-qL^4}{16}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)$$

$$B = 2\int_0^{L/2} \left(\frac{-x}{2}\right)^2 dx = \frac{2}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{L/2} = \frac{1}{6}\frac{L^3}{8} = \frac{L^3}{48}$$

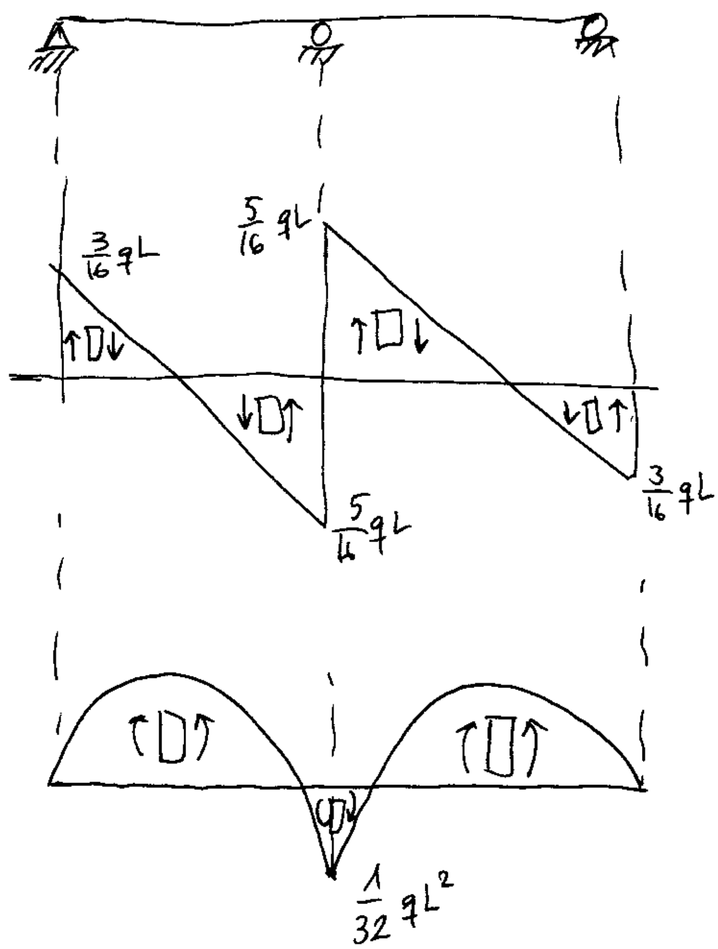
Y resolviendo el valor de la reacción hiperestática:

$$\alpha = R = -\frac{A}{B} = -\frac{\frac{qL^4}{16}\,\frac{8-3}{24}}{\frac{L^3}{48}} = \boxed{\frac{5}{8}qL}$$

2) Diagramas de esfuerzos

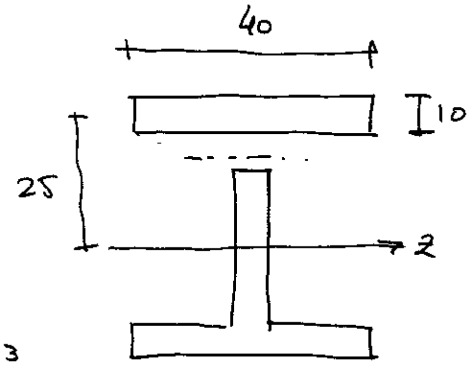
Diagrama esfuerzo cortante

Diagrama de esfuerzo flector



3) Cálculo del paso de los tornillos

$$|T_{max}| = \frac{5}{16} qL$$



la tensión de cortante en la unión entre alma y ala es:

$$\tau = \frac{T}{b}\frac{m_z}{I_z} = \frac{5/16\, qL}{10\ cm} \cdot \frac{400 \cdot 25\ cm^3}{56 \cdot 10^4\ cm^4}$$

$$= 5,58\ N/cm^2 = 5,58 \cdot 10^{-2}\ N/mm^2$$

Por lo tanto, la fuerza ~~total~~ que cada tornillo de la unión ejerce es, en función del paso p:

$$F_{tornillo} = \tau \cdot b \cdot p$$

Para que la tensión de cortadura en el tornillo sea menor que τ_{adm} ha de cumplirse:

$$\tau_{adm} \geq \frac{F_{tornillo}}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{\tau b p}{\frac{\pi}{4} d^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{p} \leq \frac{\tau_{adm} \cdot \frac{\pi}{4} d^2}{\tau \cdot b} = \frac{180 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 5^2\ mm^2}{5,58 \cdot 10^{-2} \frac{N}{mm^2} \cdot 100mm}$$

$$\boxed{= 633\ mm}$$