Fecha de publicación de la preacta: 7 de Julio

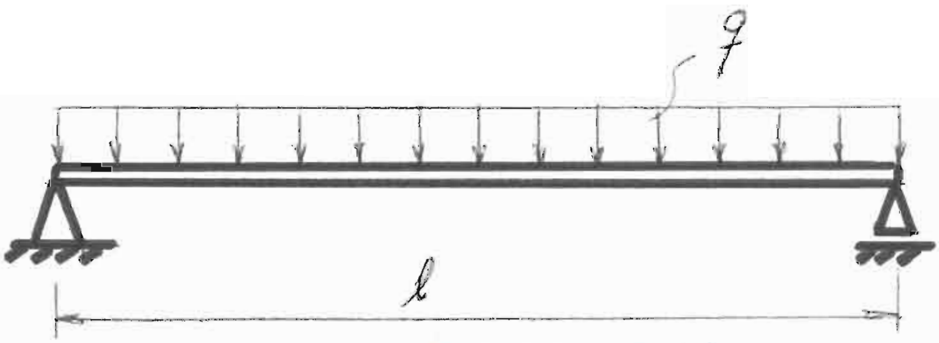
Fecha de revisión del examen: 10 de Julio

BLOQUE A

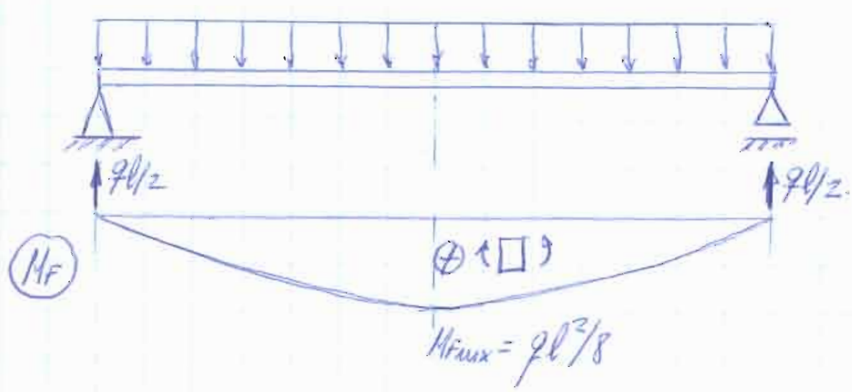
Cuestión A.1 (2,5 puntos)

Dimensionar la viga de la figura con un perfil IPN. Para la IPN seleccionada, determinar la expresión de la flecha y comprobar que su magnitud no sobrepasa el *1%* de la longitud ℓ.

DATOS: $q=10kN/m$; $\ell=10m$; $E=200GPa$; $\sigma_{adm}=200MPa$



Solución:



$$\sigma_{max} = \frac{M_{Fmax}}{W} \leq \sigma_{adm}.$$

$$W > \frac{M_{Fmax}}{\sigma_{adm}} = \frac{q\ell^2/8}{\sigma_{adm}} = 625\ cm^3$$

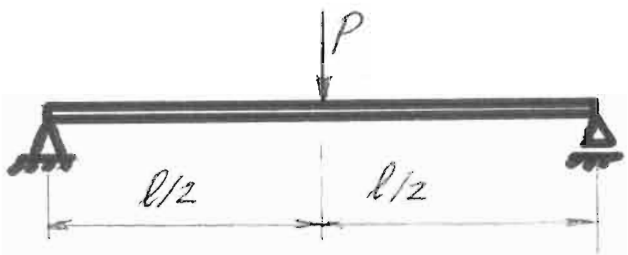
Tablas IPN → IPN-300 ($I = 9800\ cm^4$)

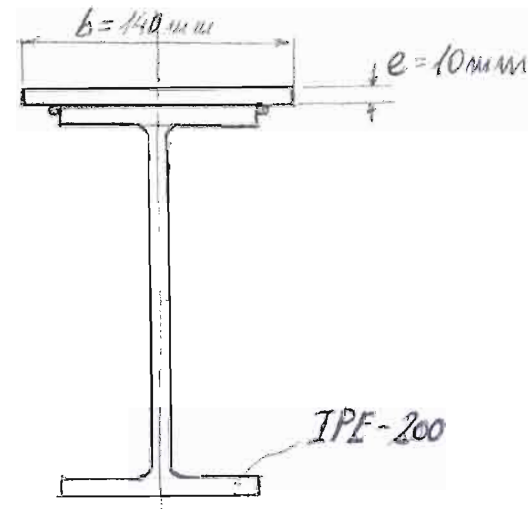
Flecha: $$f = \frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI} = \frac{5 \cdot 10kN \cdot 10^4 m^4}{384 \cdot 200GPa \cdot 9800\ cm^4} = 66,4\ mm$$

$$\frac{f}{\ell} \times 100 = \frac{66,4\ mm}{10\,000\ mm} \cdot 100 = 0,664\% < 1\%$$

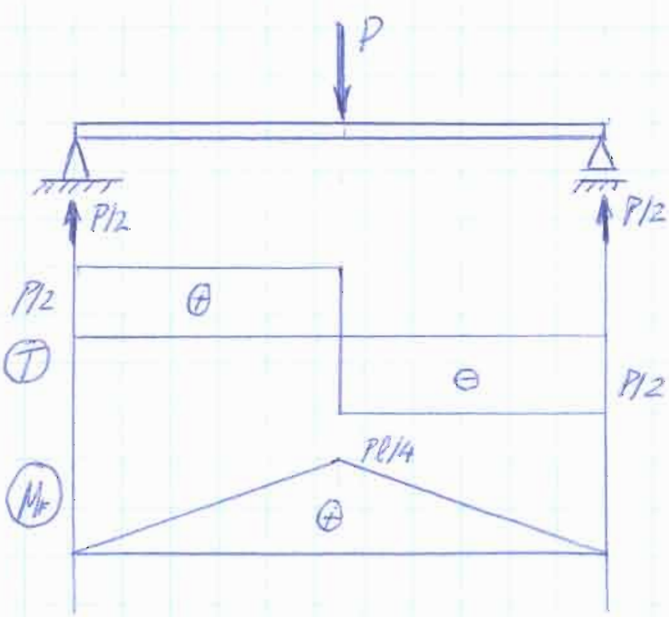
Cuestión A.2 (2,5 puntos)

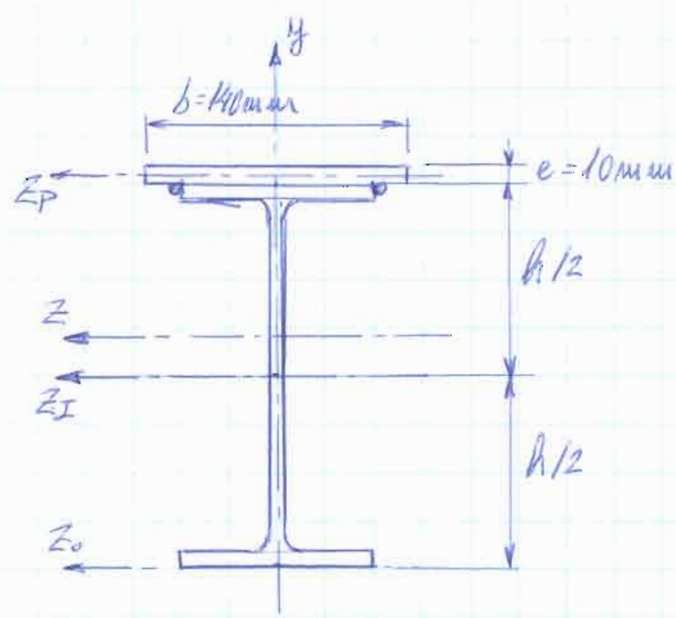
La viga armada de la figura está soldada con cordones continuos de *5mm* de espesor de garganta. Determinar el máximo valor de ***P*** (en *kN*) compatible con la resistencia de la soldadura. DATO: τ_{adm}=*100MPa* (soldadura)





SOLUCION





TABLAS IPE-200 : $h = 200\,mm$; $A_I = 28.5\,cm^2$

$I_{Z_I} = 1940\,cm^4$

Formula del espesor de garganta : $a = \dfrac{e}{s}\,\dfrac{T_{max}\cdot M_z}{2\,\tau_{adm}\cdot I_z}$, al ser cordones continuos $\dfrac{e}{s} = 1$.

Determinación de la posición del eje baricéntrico Z tomando momentos estáticos respecto a Z_0:

$$M_{Z_0} = \left(b\cdot e\;\overline{Z_pZ_0} + A_I\cdot\overline{Z_IZ_0}\right) = \left(b\cdot e + A_I\right)\overline{ZZ_0}$$

despejando : $$\overline{ZZ_0} = \frac{b\cdot e\cdot\overline{Z_pZ_0} + A_I\,\overline{Z_IZ_0}}{be + A_I} = \frac{140\cdot 10\,205 + 2850\cdot 100}{140\cdot 10 + 2850} = 134,6\,mm$$

Momento de inercia de la sección:

$$I_z = \left(\frac{1}{12} b e^3 + b e\ \overline{z_p z}^2\right) + \left(I_{z_I} + A_I\ \overline{z z_I}^2\right) = 2976{,}22 \cdot 10^4\ mm^4$$

Momento estático de la platabanda:

$$M_z = b \cdot e \cdot \overline{z_p z} = 140 \cdot 10\ (205 - 134{,}6) = 98560\ mm^3$$

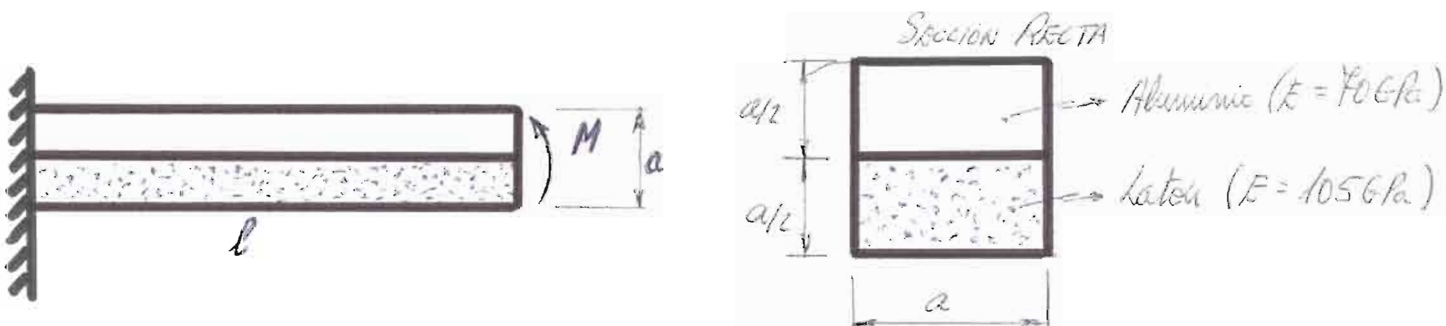
El esfuerzo normal máximo es: $\tau_{max} = P/2$

Luego, el máximo valor de P es:

$$P = \frac{4 \cdot a \cdot \tau_{adm} \cdot I_z}{M_z} = \frac{4 \cdot 5mm \cdot 100\ N/mm^2 \cdot 2976{,}22 \cdot 10^4 mm^4}{98560\ mm^3} = 603{,}94\ kN$$

Cuestión A.3 (2 puntos)

Para la viga compuesta de aluminio y latón de la figura, determinar el lugar geométrico de los puntos en los que el momento flector ***M*** no provoca tensiones



Solución

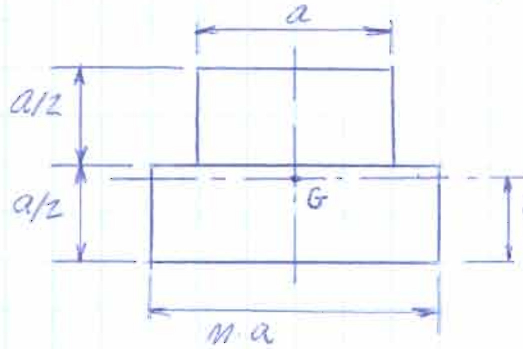
Al ser nulo el esfuerzo normal:

$$N = \iint_{Al} \sigma_{Al} \cdot dA + \iint_{lat.} \sigma_{lat.} \cdot dA = -\frac{E_{al}}{\rho}\iint_{Al} y\, dA - \frac{E_{lat}}{\rho}\iint_{lat} y\, dA = 0.$$

Siendo ρ el radio de curvatura de la deformada provocada por la flexión. Al ser la flexión constante en todas las secciones, ρ es constante.

Quedando: $\iint_{Al.} y\, dA + n \iint_{lat.} y\, dA = 0$, con $n = \frac{E_{lat.}}{E_{Al.}} = \frac{105}{70} = 1{,}5$

La sección de aluminio equivalente a la compuesta es:



Tomando momentos estáticos respecto al borde inferior:

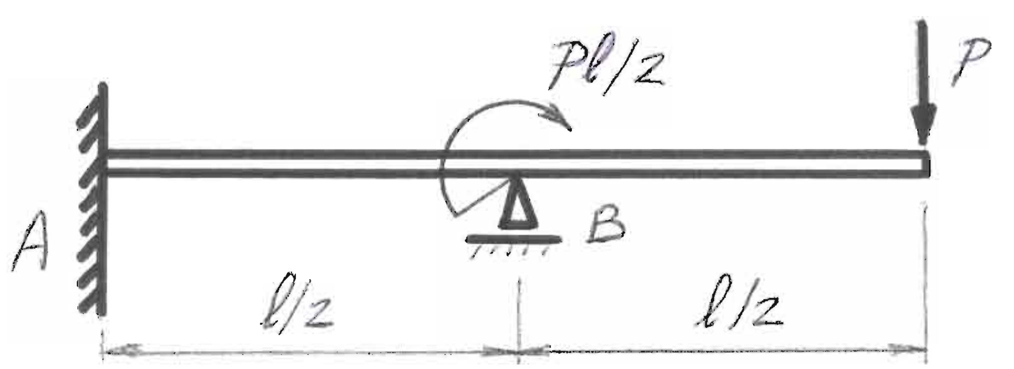
$$a\,\frac{a}{2}\left(\frac{a}{4}+\frac{a}{2}\right)+ n\,a\cdot\frac{a}{2}\;\frac{a}{4} = \left(a\cdot\frac{a}{2}+ n\,a\cdot\frac{a}{2}\right)d$$

de donde se despeja: $d=\dfrac{a}{4}\,\dfrac{3+n}{1+n} = 0{,}45a$.

El eje neutro (puntos a tensión normal nula) se encuentra en la zona del latón a $0{,}45a$ del borde inferior. El lugar geométrico pedido es el plano paralelo al borde inferior situado a $0{,}45a$ del mismo.

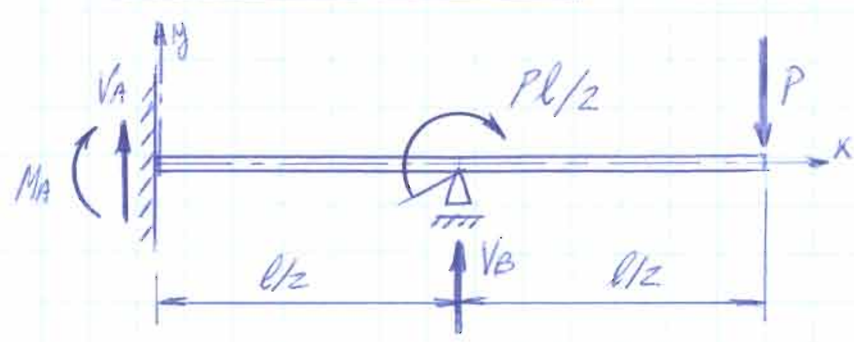
Cuestión A.4 (2 puntos)

Para la viga de la figura, hallar las reacciones en *A* y *B* en función de ***P*** y ℓ



SOLUCIÓN:

Ecuaciones de equilibrio:



$$V_A + V_B = P$$

$$M_A + P\ell/2 - V_B\cdot \ell/2 + P\cdot 2\cdot \ell/2 = 0$$

El sistema es hiperestático de grado 1. Aplicando la ecuación universal:

$$EI\,y = \cancel{EI\,y_0} + \cancel{EI\,\theta_0 x} + \frac{M_A}{2}x^2 + \frac{V_A}{6}x^3 + \frac{Pl/2}{2}\left\langle x-\frac{l}{2}\right\rangle^2 + \frac{V_B}{6}\left\langle x-\frac{l}{2}\right\rangle^3$$

Condiciones de contorno: $\theta_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y(l/2) = 0$

De la tercera: $EI\,y(l/2) = \dfrac{M_A}{2}\dfrac{l^2}{4} + \dfrac{V_A}{6}\dfrac{l^3}{8} = 0$

quedando: $M_A = -V_A l/6$

que, junto con las dos ecuaciones de equilibrio, permite obtener:

$$V_A = -3P$$

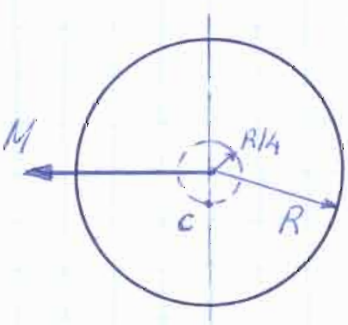
$$V_B = 4P$$

$$M_A = Pl/2$$

Cuestión A.5 (1 punto)

La base de una columna de sección circular de radio *R=0,5m* soporta un momento flector ***M***=*50.000m·N*. Determinar el mínimo esfuerzo normal de compresión que debe superponerse para que no aparezca tensión de tracción en ningún punto de la base.

Solución:



La sección deberá estar sometida a flexión compuesta (M, N) con el centro de presiones C en el borde del núcleo central, es decir, a $R/4$ del centro.

Luego: $\dfrac{R}{4} = \dfrac{M}{N}$

$$N = \frac{4M}{R} = \frac{4 \cdot 50\,000\,\mathrm{m\,N}}{0{,}5\,\mathrm{m}} = 400\,\mathrm{kN}$$