INDUSTRIALES
ETSII | UPM

RESISTENCIA DE MATERIALES II.
EXAMEN DE JUNIO.

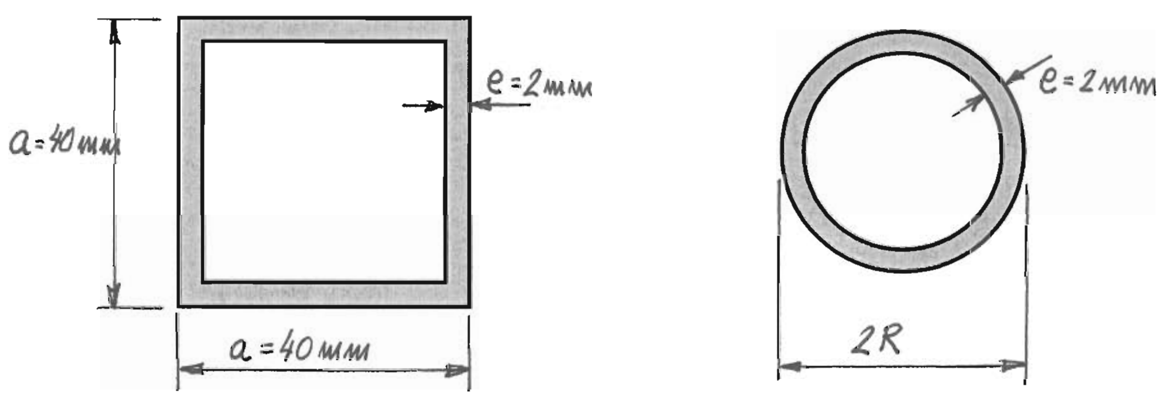
CURSO 2008-09
8-6-2009

Fecha de publicación de la preacta: 23 de Junio
Fecha de revisión del examen: 26 de Junio

BLOQUE A

Cuestión A.1 (3,5 puntos)

En la Figura se representan las secciones rectas de dos tubos del mismo material, de τ_{adm}=200*MPa* . Hallar el momento torsor máximo que puede soportar el tubo de sección cuadrada y determinar, en un número entero de *mm* , el radio *R* del tubo de sección anular más pequeño capaz de soportar ese mismo momento torsor (el espesor *e=2mm* se mantiene constante)



Tensión tangencial máxima: $\tau_{máx} = \dfrac{M_{Tmáx}}{W_T} = \tau_{adm}$

- Tubo de sección cuadrada: $W_T = 2A^* e_{mín}$, con $e_{mín} = e$, $A^* = (a-e)^2$

luego: $M_{Tmáx} = 2A^* e_{mín}\, \tau_{adm} = 2(a-e)^2 e \cdot \tau_{adm} = 1.155,2\ N\cdot m$

- Tubo de sección anular: $W_T = \dfrac{I_0}{R} = \dfrac{\pi}{2R}\left(R^4 - (R-e)^4\right)$

luego: $M_{Tmáx} = \dfrac{\pi}{2R}\left(R^4 - (R-e)^4\right)\cdot \tau_{adm} \geqslant 1155,2\ N\cdot m$

Despejando: $\dfrac{R^4 - (R-2)^4}{R} \geqslant \dfrac{2 \cdot 1155,2 \cdot 1000\ N\cdot mm}{\pi \cdot 200\ MPa} = 3.677,116\ mm^3$

Tanteo:

$R(mm)$	30	20	21	22	23
$\dfrac{R^4-(R-2)^4}{2}\ (mm^3)$	6511,47	2751,2	3055,24	3375	3711,3

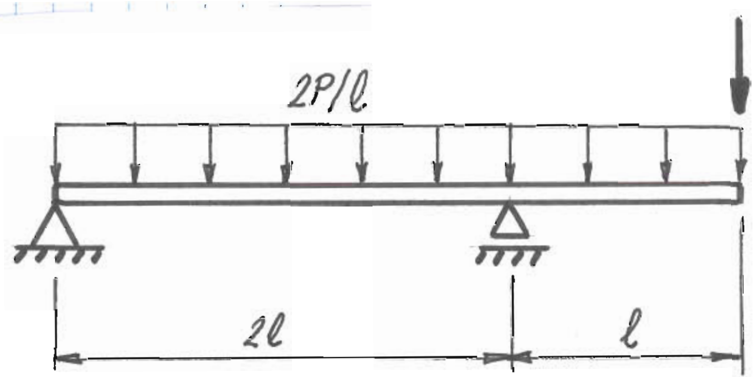
Respuesta: $R = 23\ mm$

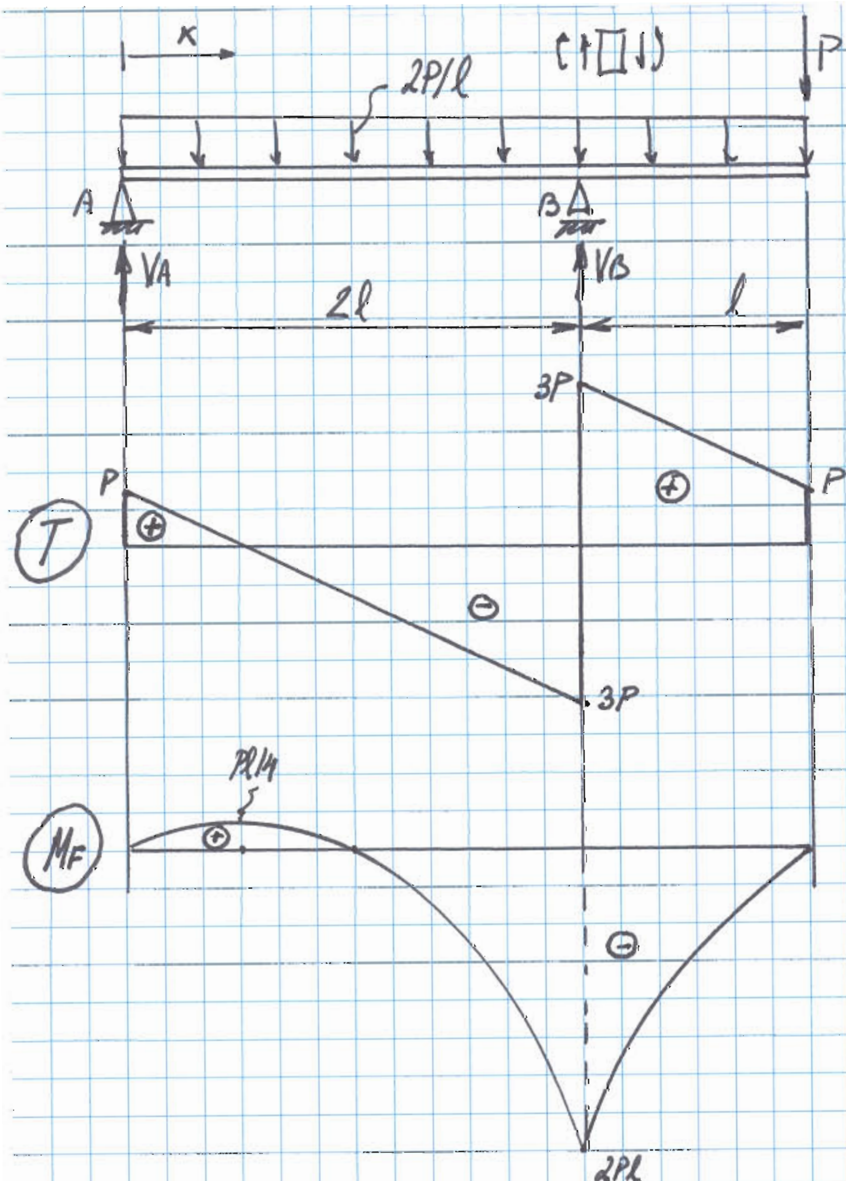
Cuestión A.2 (3,5 puntos)

La viga de la Figura es un perfil IPN-320 y está constituida por un material de σ_{adm}=300MPa . Se pide:

1º) Diagramas acotados de esfuerzos cortantes y de momentos flectores

2º) Máximo valor de ***P*** compatible con la resistencia de la viga para ℓ=1m





Equilibrio: $V_A + V_B = \frac{2P}{\ell}\cdot 3\ell + P = 7P$

$$P3\ell - V_B 2\ell + \frac{2P}{\ell}\cdot 3\ell\,\frac{3\ell}{2} = 0$$

De donde: $V_B = 6P$ y $V_A = P$

Leyes de esfuerzos:

$0 \le x \le 2\ell$

$$T(x) = V_A - \frac{2P}{\ell}x = P\left(1 - 2\frac{x}{\ell}\right)$$

$$M(x) = V_A x - \frac{2P}{\ell}\frac{x^2}{2} = P\left(x - \frac{x^2}{\ell}\right)$$

$T(2\ell) = -3P$ $\quad T(\ell/2) = 0$

$M(2\ell) = 2P\ell$

$$\frac{dM}{dx} = P\left(1 - \frac{2x}{\ell}\right) = 0 \rightarrow x = \frac{\ell}{2}$$

$$M(\ell/2) = P\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell^2/4}{\ell}\right) = \frac{P\ell}{4}$$

$M(\ell) = 0$

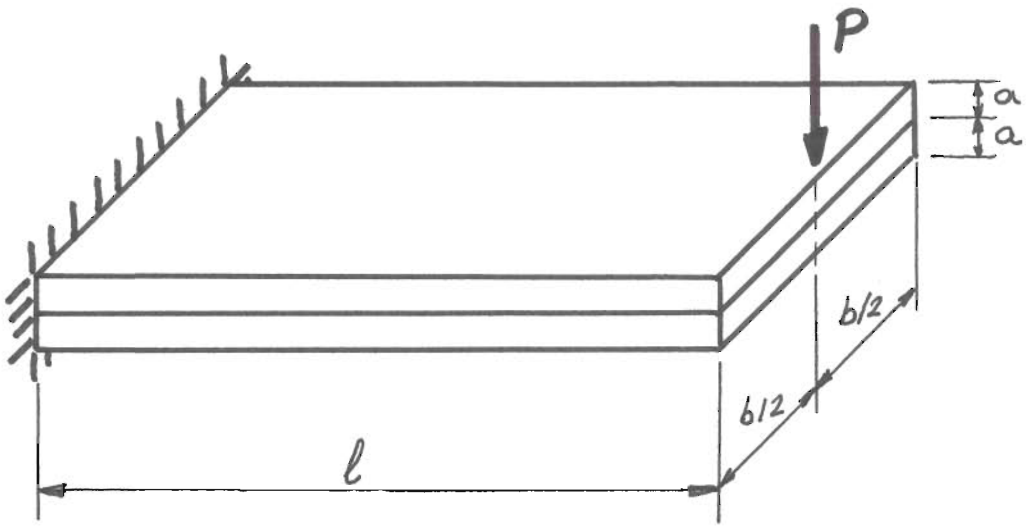
$\sigma_{max} = \frac{M_{Fmax}}{W_z} \le \sigma_{adm}$; $M_{Fmax} = 2P\ell$ $\quad W_z$ (IPN-320) = 782 cm^3

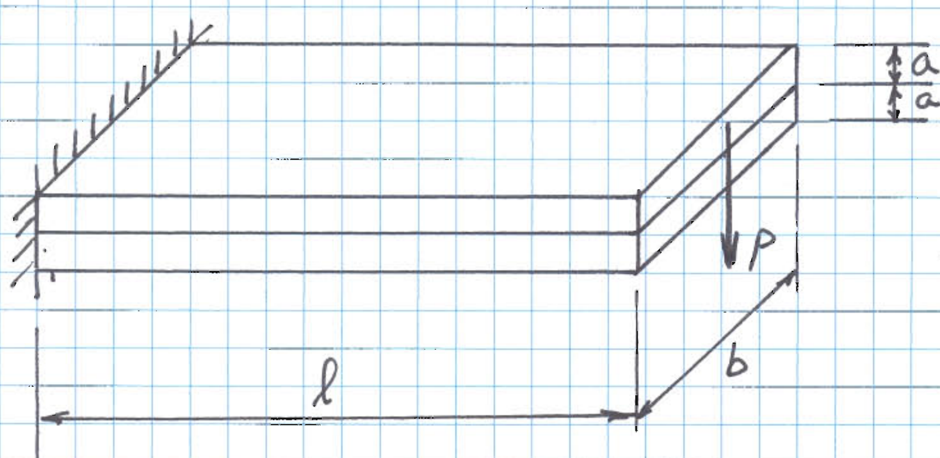
En el límite: $\frac{2P_{max}\ell}{W_z} = \sigma_{adm}$

luego: $P_{max} = \frac{\sigma_{adm}\cdot W_z}{2\ell} = \frac{300MPa \cdot 782cm^3}{2\cdot 1m} = 117.3\ kN.$

Cuestión A.3 (1,5 puntos)

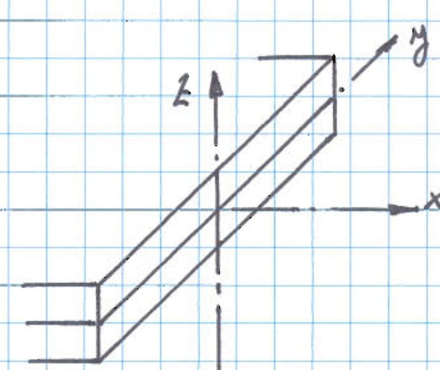
La ménsula de la Figura se pretende construir uniendo con adhesivo dos placas de dimensiones $\ell x b x a$. Hallar la resistencia a la cortadura mínima del adhesivo.
DATOS: ℓ=150cm , b=20cm , a=5cm , **P**=1kN





La ménsula está sometida a un esfuerzo cortante constante igual a P

Tensión cortante en las secciones rectas:



$$\tau = \frac{T \cdot M_z}{I_z \, b}$$

$$\tau_{max} = \tau(y=0) = \frac{T \cdot M_z(0)}{I_z \cdot b}$$

$$M_z(0) = b \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{ba^2}{2} \quad ; \quad I_z = \frac{1}{12} b (2a)^3 = \frac{2}{3} b a^3 \quad ; \quad T = P$$

luego.

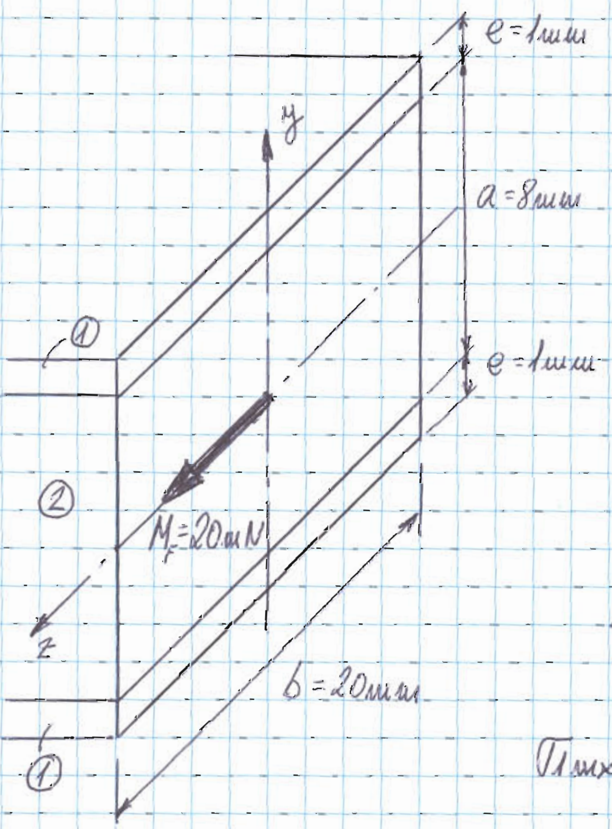
$$\tau(0) = \frac{P \cdot ba^2/2}{2/3\, ba^3 \cdot b} = \frac{3P}{4ba} = \frac{3 \cdot 1kN}{4 \cdot 20cm \cdot 5cm} = 0{,}075 \text{ MPa}.$$

Cuestión A.4 (1,5 puntos)

La sección rectangular tipo "sandwich" de una viga está formada por dos chapas de aluminio de *1mm* de espesor y un núcleo de poliéster de *8mm* . Se pide comprobar la resistencia de la sección frente a un momento flector de *20m·N*

DATOS: Aluminio: *E=70.000MPa* , σ_{adm}=*120MPa*

Poliéster: *E= 7.000MPa* , σ_{adm}= *40MPa* Ancho de la sección: $b = 20mm$



$$n = \frac{E_{Pol.}}{E_{Al.}} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{7000}{70000} = 0.1$$

$$\sigma_1 = \frac{-M_F E_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2}\, y = \frac{-M_F}{I_1 + n I_2}\, y$$

$$\sigma_2 = \frac{-M_F E_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2}\, y = \frac{-n M_F}{I_1 + n I_2}\, y$$

$$\left.\begin{array}{l} I_1 = 2\left[\frac{1}{12} b e^3 + b e \left(\frac{a}{2} + \frac{e}{2}\right)^2\right] \\ I_2 = \frac{1}{12} b a^3 \end{array}\right\} I_1 + n I_2 = 898.6\ mm$$

$$\sigma_{1\,mx} = \frac{M_F}{I_1 + n I_2}\left(\frac{a}{2} + e\right) = 118.28\,MPa < \sigma_{adm\,1}$$

$$\sigma_{2\,mx} = \frac{n M_F}{I_1 + n I_2} = 8.9\ MPa < \sigma_{adm\,2}$$