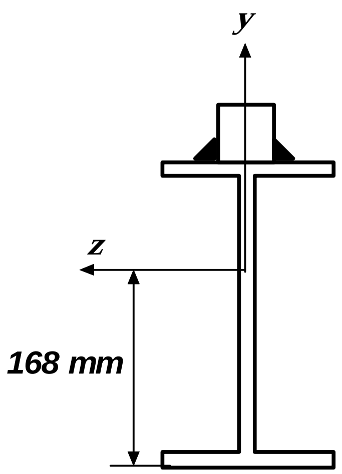
CUESTIONES

Fecha de publicación de la preacta: 2 de Octubre

Fecha de revisión: 7 de Octubre

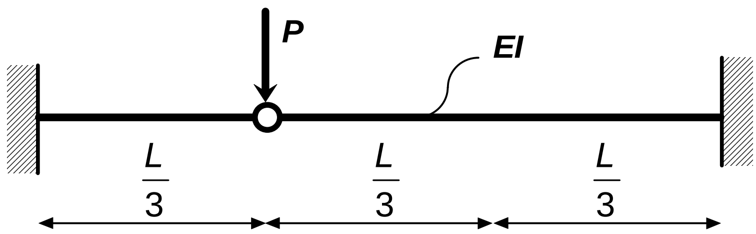
1.- (3 puntos) Las vigas carril de un puente grúa están fabricadas con un perfil IPE 220 y un perfil cuadrado macizo de 50 x 50 mm (σ_{adm} = 200 MPa), soldados entre sí con cordones interrumpidos de ancho de garganta a = 4 mm y longitud l_c = 100 mm (τ_{adm} = 100 MPa).



El centro de gravedad de la sección está situado a 168 mm de la base del perfil IPE y el esfuerzo cortante máximo en el carril se estima en la carga máxima admisible por el puente, de valor $\left|T_y\right|_{máx} = 100\ kN$.

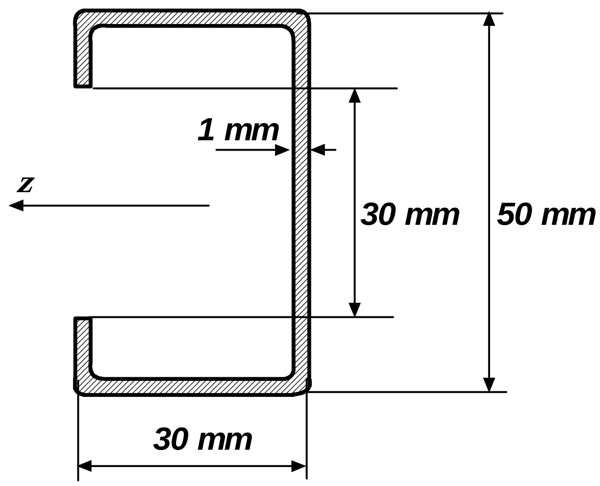
Hallar la separación máxima *s* entre los cordones de soldadura.

2.- (4 puntos) Hallar el diagrama acotado de momentos flectores en la viga de la figura, indicando claramente el criterio de signos seguido.



CUESTIONES

3.- (3 puntos) Un perfil cuya sección se indica en la figura es de acero inoxidable (σ_e = 200 MPa), y está sometido a un momento flector M_z = 100 kN·mm y a un momento torsor M_T = 3 kN·mm.



Hallar el coeficiente de seguridad del perfil según el criterio de Tresca, despreciando los radios de curvatura.

1.- La falta de continuidad de la sección en la interfaz entre el perfil IPE y el de sección cuadrada da lugar a un desequilibrio de fuerzas axiales igual a la resultante de las tensiones de cortadura que existirían en la intercara si hubiese continuidad. Para un tramo de longitud igual a la separación *s* entre cordones, la acotación superior de esta fuerza de desequilibrio tiene por expresión:

$$F_{deseq} = \frac{\left|T_y\right|_{máx} \cdot m_z \cdot s}{I_z}$$

Siendo m_z el momento estático del perfil cuadrado respecto al centro de gravedad de la sección compuesta e I_z el momento de inercia de la sección compuesta.

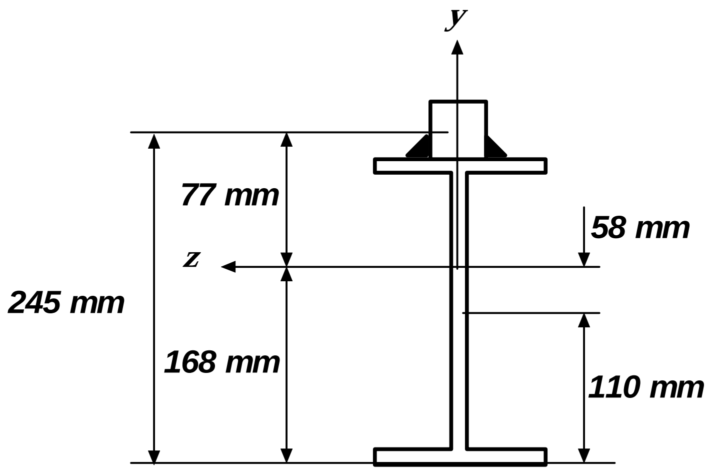
Esta fuerza de desequilibrio es absorbida como tensión cortante por los dos cordones de soldadura, de modo que:

$$\tau = \frac{F_{deseq}/2}{a \cdot l_c} < \tau_{adm}$$

Sustituyendo se obtiene la expresión que permite hallar la separación entre cordones:

$$s = \frac{2 \cdot a \cdot l_c \cdot \tau_{adm} \cdot I_z}{\left|T_y\right|_{máx} \cdot m_z} \qquad \text{(0,5 puntos)}$$

Las posiciones de los centros de gravedad de los perfiles, con respecto al centro de gravedad de la sección son:



Las secciones y los momentos de inercia de los perfiles, con respecto a ejes paralelos a z que pasen por sus centros de gravedad son:

Perfil IPE 220:

$I_{z1} = 2770\ cm^4$

$A_1 = 33,4\ cm^2$

Perfil cuadrado:

$$I_{z2} = \frac{1}{12}5^4\left(cm^2\right) = 52,1\,cm^4$$

$A_2 = 5^2\ (cm^2) = 25\ cm^2$

El momento de inercia de la sección compuesta se halla empleando el teorema de Steiner:

$$I_z = 2770\,(cm^4) + 33,4\,(cm^2)\cdot 5,8^2(cm^2) + 52,1(cm^4) + 25\,(cm^2)\cdot 7,7^2(cm^2) = 5428\,cm^4$$

(1,5 puntos)

El momento estático del perfil cuadrado vale $m_z = 25\,(cm^2)\cdot 7,7\,(cm) = 192,5\ cm^3$

(0,5 puntos)

La separación entre cordones será:

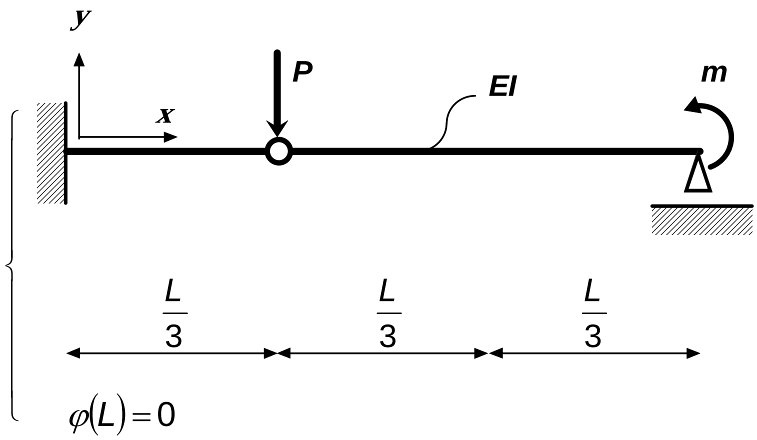
$$s = \frac{2\cdot 4\left(mm\right)\cdot 100\left(mm\right)\cdot 100\left(\frac{N}{mm^2}\right)\cdot 5,428\cdot 10^7\left(mm^4\right)}{10^5\left(N\right)\cdot 1,925\cdot 10^5\left(mm^3\right)} = 226\ mm$$

(0,5 puntos)

2.- Se desprecian las reacciones horizontales en la viga, debido a que inducen tensiones muy inferiores a las debidas al resto de reacciones.

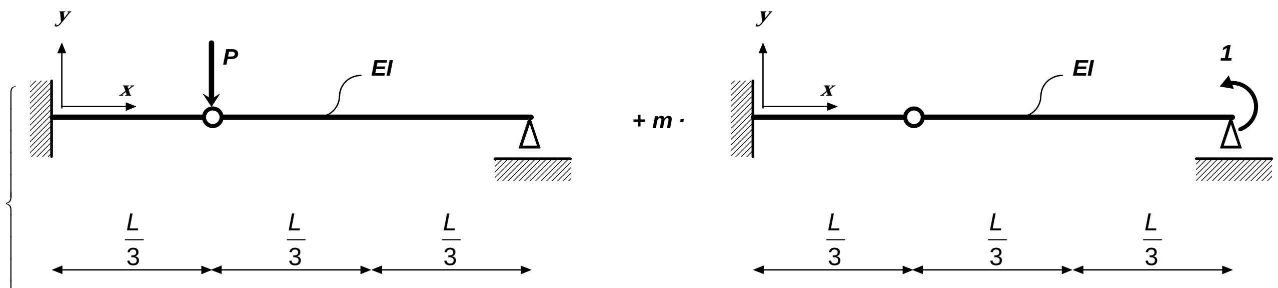
Se tienen entonces cuatro reacciones exteriores (dos reacciones verticales y dos pares de empotramiento), dos ecuaciones de equilibrio estático (suma de fuerzas verticales nula y suma de pares nulo) y una libertad interna (momento flector nulo en la rótula). Por lo tanto, la viga es externamente hiperestática de primer grado.

Escogiendo el momento de empotramiento en el extremo derecho como incógnita hiperestática, la viga equivale a:



(0,5 puntos)

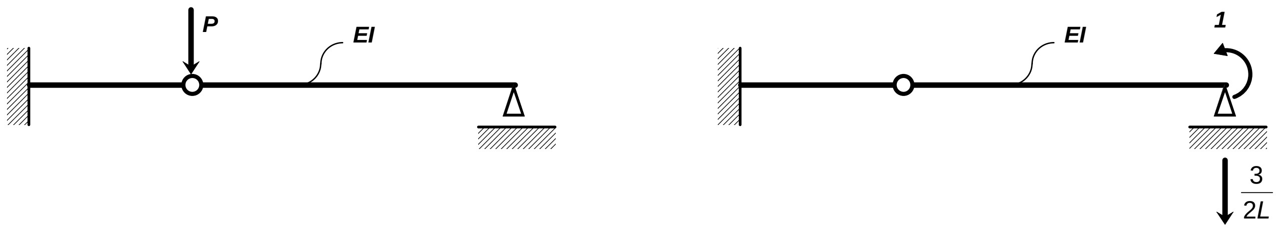
La viga se descompone en dos por simplicidad:



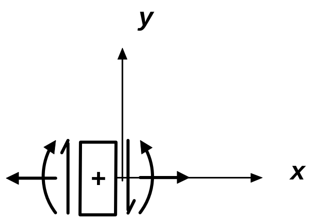
$$\varphi_P(L)=0 \qquad + \qquad m\cdot\varphi_1(L)=0$$

El método más sencillo para calcular el giro en el extremo de cada viga es el de la carga unidad, ya que la rótula introduce dificultades en el empleo del método de la ecuación universal.

Para el cálculo de los diagramas de momento flector, basta calcular las reacciones en el apoyo derecho, imponiendo que el momento flector en la rótula, calculado por la derecha, es nulo:



Los diagramas de momento flector respectivos, para el criterio de signos de la figura son:



(1 punto)

CUESTIONES

Empleando el método del par unidad para el cálculo, la condición de giro nulo en el extremo derecho se expresa como:

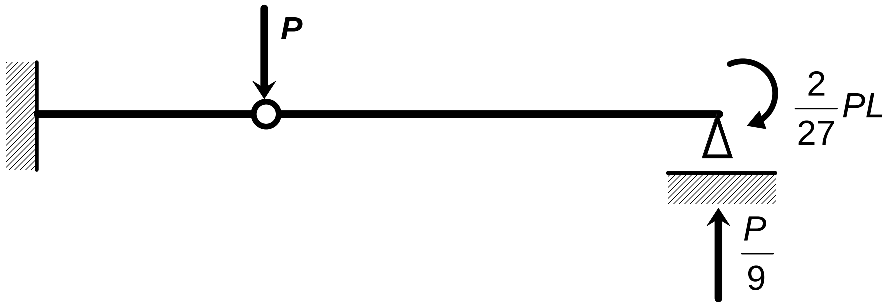
$$0 = \int_0^L \frac{M_P M_1}{EI} dx + m \cdot \int_0^L \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

Es decir:

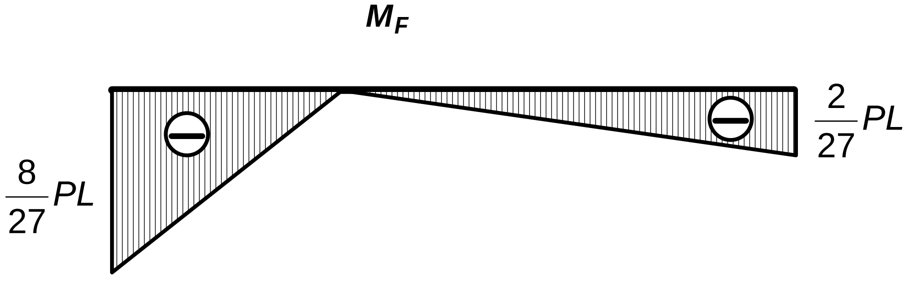
$$0 = \int_0^{L/3} -P\left(\frac{L}{3} - x\right)\left[1 - \frac{3}{2L}(L-x)\right] dx + m \cdot \int_0^L \left[1 - \frac{3}{2L}(L-x)\right]^2 dx \qquad (\text{ 1 punto})$$

De donde $m = -\frac{2}{27}PL$. (0,5 puntos)

Las reacciones en el extremo derecho de la viga real se obtienen superponiendo las de las dos vigas en las que se ha descompuesto:



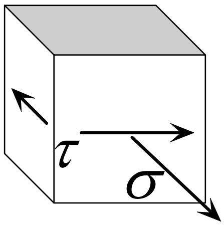
El diagrama de momento flector resultante, obtenido eliminando la parte de viga que queda del lado de ***x*** positivo, es:



(1 punto)

El diagrama se puede obtener también superponiendo los diagramas $M_p + m \cdot M_1$.

3.- El perfil se encuentra sometido a flexión y torsión por lo que el estado tensional es el de la figura.



Las tensiones principales son:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \qquad \sigma_2 = 0 \qquad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

CUESTIONES

La tensión equivalente de Tresca queda:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

El coeficiente de seguridad es $n = \dfrac{\sigma_e}{\sigma_{eq}}$. (0,5 puntos)

Por ser un perfil abierto de espesor constante, las tensiones de cortadura varían linealmente a través del espesor del perfil, siendo máximas en los bordes. Su expresión es $\tau_{máx} = \dfrac{3M_T}{s \cdot e^2}$, siendo s la longitud de la línea media del perfil y e el espesor.

Las tensiones de flexión, en módulo, son máximas en los bordes superior e inferior del perfil y tienen por expresión $|\sigma|_{máx} = \dfrac{|M_z|_{máx}}{W_z}$.

El máximo de σ_{eq} se da entonces en los bordes superior e inferior del perfil.

(0,5 puntos)

Los valores son:

$$I_z = \frac{1}{12}\left(30 \cdot 50^3 - 28 \cdot 48^3 - 1 \cdot 30^3\right) = 52202\ mm^4$$

$$|\sigma|_{máx} = \frac{100000\,(N \cdot mm)}{52202\,(mm^4)} 25\,(mm) = 48\,MPa$$ (1 punto)

$$\tau_{máx} = \frac{3 \cdot 1000\,(N \cdot mm)}{(2 \cdot 49 + 2 \cdot 29 - 30)(mm) \cdot 1^2\,(mm^2)} = 71 MPa$$

$$\sigma_{eq\,máx} = \sqrt{48^2 + 4 \cdot 71^2} = 150\ MPa$$

$$n = \frac{200}{150} = 1{,}33$$ (1 punto)