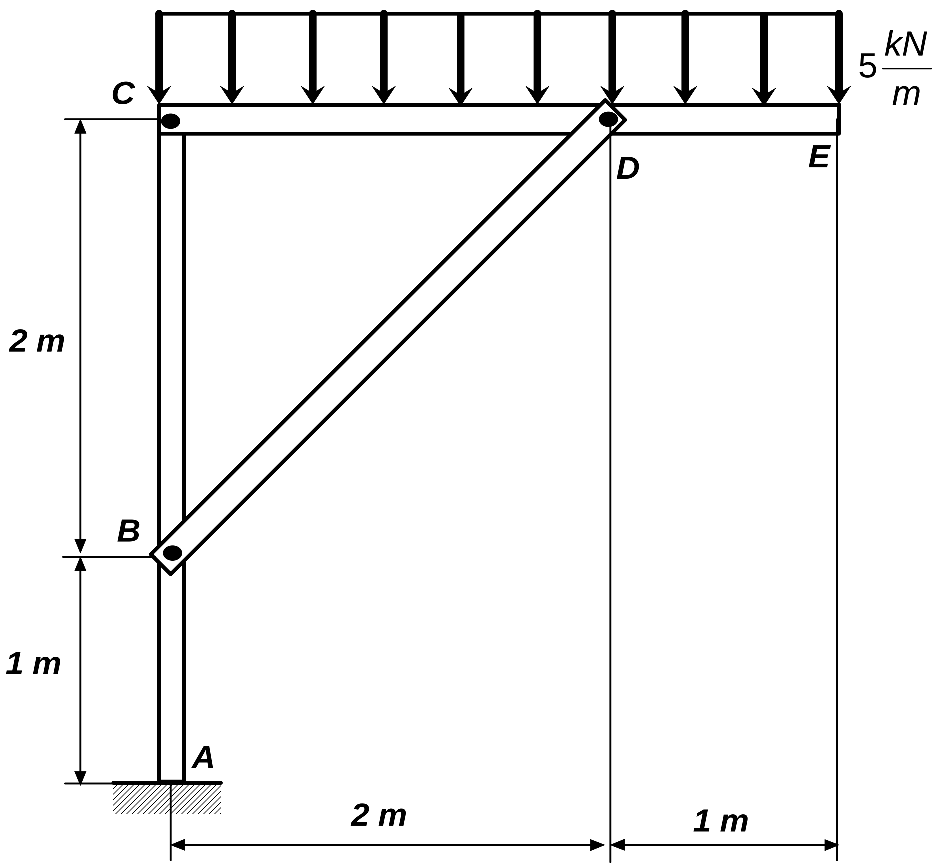
RESISTENCIA DE MATERIALES II — CURSO 2008-09

EXAMEN DE SEPTIEMBRE — 14-9-2009

# PROBLEMA

En la estructura de la figura, construida con perfiles normalizados de tensión admisible $\sigma_{adm}$ = 200 MPa, las uniones entre las barras en B, C y D son pasadores cilíndricos exentos de rozamiento, que fuera del plano de la figura impiden todos los desplazamientos y giros relativos entre las barras.




Se pide:

**1.-** (4 puntos) Diagramas acotados de esfuerzos en todas las barras de la estructura, indicando claramente el criterio de signos seguido en cada una de ellas.

**2.-** (2 puntos) Dimensionar la barra ABC con el mínimo perfil HEB posible.

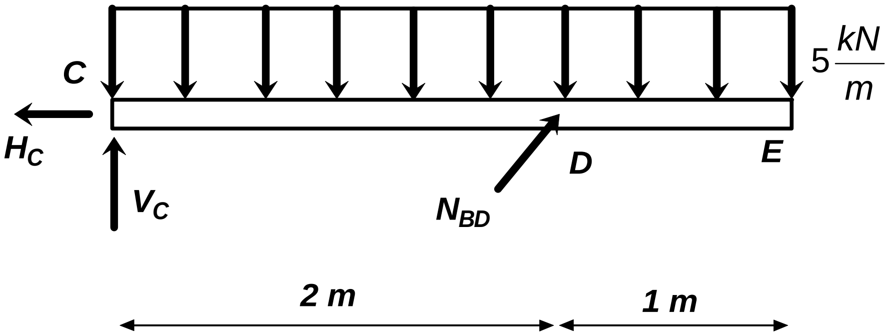
**3.-** (4 puntos) Dimensionar la barra BD con el mínimo perfil hueco rectangular posible, empleando la teoría de Euler con un factor de seguridad n = 10, indicando si el eje X del perfil debe situarse en el plano de la estructura o perpendicular a éste y comprobando, tras obtener el perfil resultante, si la fórmula de Euler es aplicable ($\sigma_e$ = 275 MPa).

PROBLEMA

**1.-** La estructura es externa e internamente isostática.

La barra BD está biarticulada y no presenta cargas perpendiculares a ella, por lo que únicamente traba a tracción o compresión.

Aislando la barra CDE se tiene:




Planteando equilibrio de momentos alrededor de un eje perpendicular al plano de la figura que pase por C, se tiene:

$$\sum M_{(C)} = 0 \quad \rightarrow \quad 5 \cdot 3 \cdot 1{,}5 - \frac{N_{BD}}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{N_{BD}}{\sqrt{2}} = 11{,}25\ kN \quad \rightarrow \quad N_{BD} = 15{,}9\ kN$$

Del equilibrio de verticales y horizontales, se tiene:

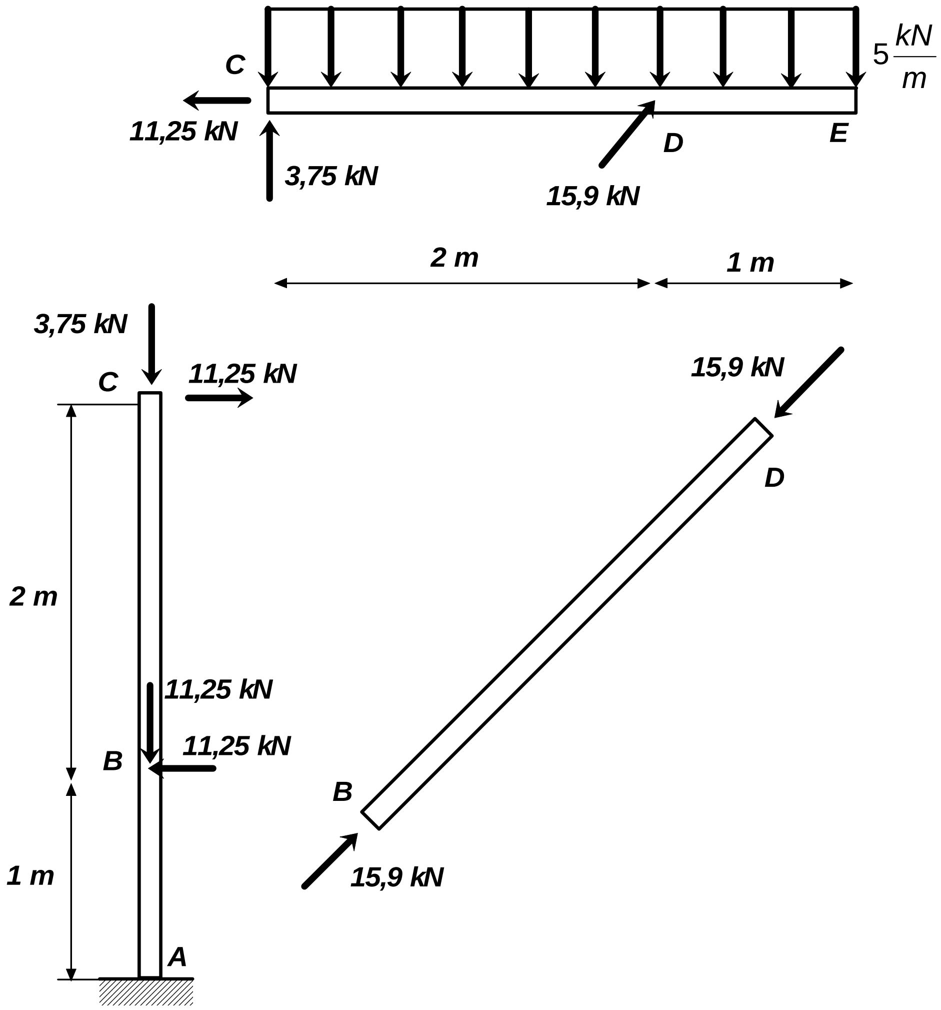
$$\sum F_v = 0 \quad \rightarrow \quad V_C - 5 \cdot 3 + 11{,}25 = 0 \quad \rightarrow \quad V_c = 3{,}75\ kN$$

$$\sum F_H = 0 \quad \rightarrow \quad H_C - 11{,}25 = 0 \quad \rightarrow \quad H_C = 11{,}25\ kN$$

(0,5 puntos)

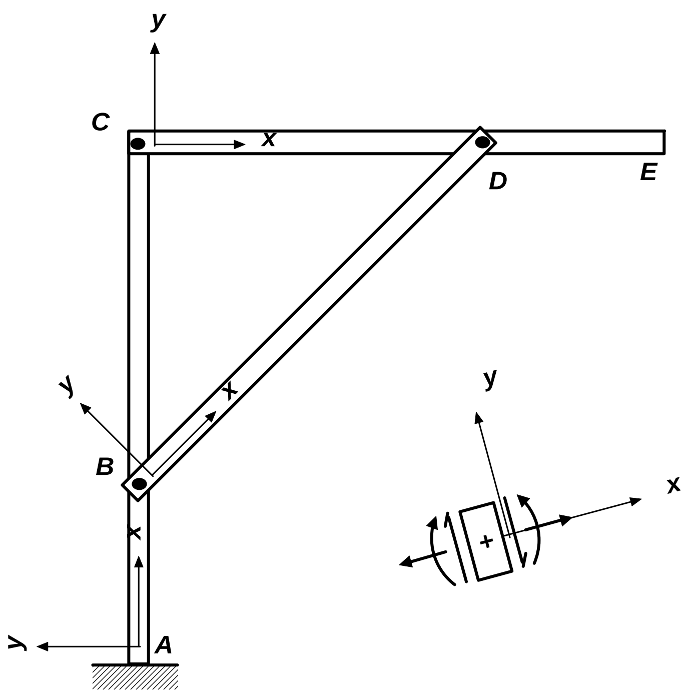
Las acciones sobre cada una de las barras aisladas son las de la figura:

## PROBLEMA




(0,5 puntos)

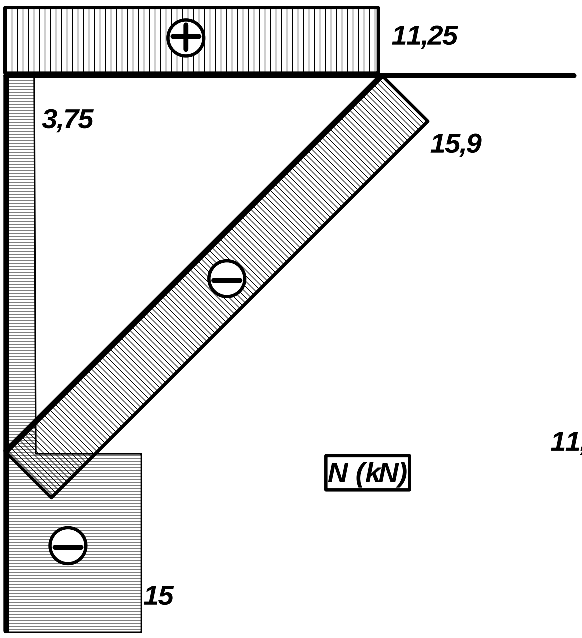
El criterio de signos y las referencias locales empleados para los diagramas son:

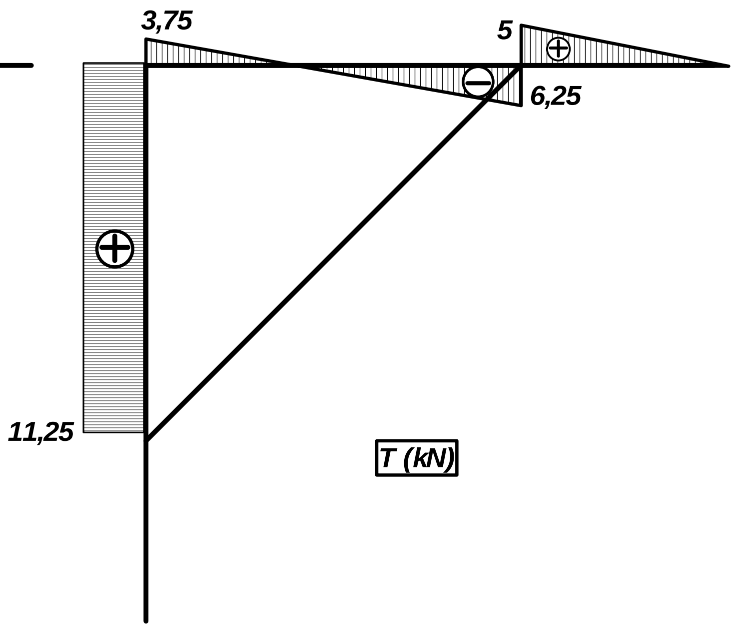


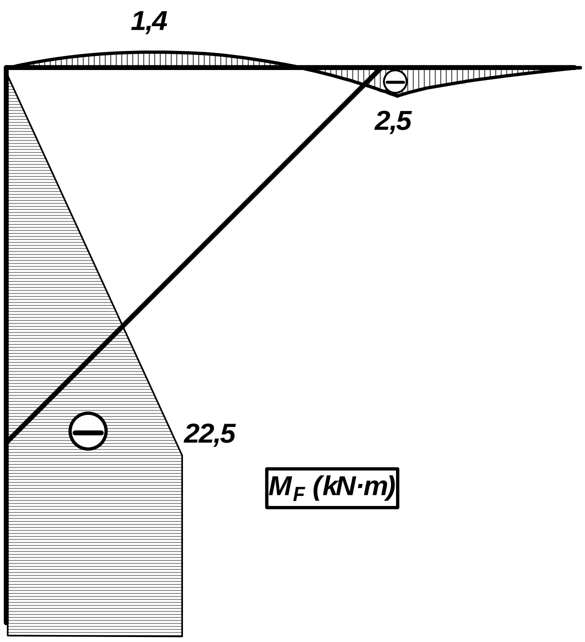
**RESISTENCIA DE MATERIALES II** **CURSO 2008-09**
**EXAMEN DE SEPTIEMBRE** **14-9-2009**

## PROBLEMA

Los diagramas resultantes son:




(3 puntos)

**2.-** La barra ABC está sometida a flexión compuesta. Desde el lado de la seguridad, debe satisfacer la condición:

$$\frac{|M_F|_{máx}}{W_x} + \frac{|N|_{máx}}{A} < \sigma_{adm} \qquad \text{(0,5 puntos)}$$

Donde se ha dispuesto el perfil del modo más favorable para el trabajo a flexión.

## PROBLEMA

Para comenzar el tanteo, se impone que el perfil resista, como mínimo, a flexión simple:

$$\frac{|M_F|_{máx}}{W_x} < \sigma_{adm}$$

Sustituyendo valores:

$$W_x > \frac{22{,}5 \cdot 10^6 (N \cdot mm)}{200 \left(\frac{N}{mm^2}\right)} = 11{,}25 \cdot 10^4 \ mm^3 \equiv 112{,}5 \ cm^3 \qquad \text{(0,5 puntos)}$$

El mínimo perfil posible es el HEB 120: $W_x = 144 \text{ cm}^3$ $A = 34 \text{ cm}^2$

Comprobación a flexión compuesta:

$$\frac{22{,}5 \cdot 10^6 (N \cdot mm)}{144 \cdot 10^3 (mm^3)} + \frac{15 \cdot 10^3 (N)}{34 \cdot 10^2 (mm^2)} = 161 \, MPa < 200 \ \text{(vale)} \qquad \text{(1 punto)}$$

**3.-** El perfil tiene menor radio de giro alrededor del eje Y, por lo que a igualdad de condiciones de sustentación en ambos ejes, la esbeltez máxima será $\lambda_y$. La sustentación más rígida debe colocarse de tal modo que se compense esta tendencia natural al pandeo, minimizando esta esbeltez máxima. Por ello se coloca el eje X del perfil perpendicular al plano de la figura, de modo que el plano ZX se comporta como biempotrado y el ZY como biarticulado. (0,5 puntos)

Las esbelteces quedan:

$$\lambda_x = \frac{L}{i_x}$$

$$\lambda_y = \frac{0{,}5L}{i_y}$$

Según la teoría de Euler, el pandeo se produce alrededor del eje de esbeltez máxima, por lo que es preciso determinar de cuál de los dos se trata.

Se producirá el pandeo alrededor de X si $\lambda_x > \lambda_y$, es decir si $\frac{i_y}{i_x} > 0{,}5$. (1 punto)

Se comprueba con las tablas que se cumple esta relación para los perfiles huecos rectangulares, por lo que el eje X es el eje de pandeo.

Empleando la fórmula de Euler para el eje X, se tiene:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_X}{L^2_{p\,x}}$$

**PROBLEMA**

Siendo:

$$L_{p\,x} = L$$

$$P_{cr} = \frac{P_{aplicada}}{n}$$

Por tanto, despejando:

$$I_X = \frac{n \cdot P_{apl} \cdot L^2}{\pi^2 \cdot E}$$

Sustituyendo:

$$I_x = \frac{10 \cdot 15{,}9 \cdot 10^3 \, (N) \cdot \left(\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^3\right)^2 \left(mm^2\right)}{\pi^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \left(\frac{N}{mm^2}\right)} = 61{,}4 \cdot 10^4 \; mm^4 \equiv 61{,}4 \; cm^4 \qquad \text{(1 punto)}$$

El mínimo perfil que cumple la condición de ser $I_x$ mayor al anterior valor es el 80.40.4 con $i_x = 2{,}73$ cm. (0,5 puntos)

La esbeltez del perfil en el eje X es $\lambda_x = \frac{\sqrt{2} \cdot 200 \, (cm)}{2{,}73 \, (cm)} = 103{,}3$.

La esbeltez mínima a partir de la cual sería aplicable la fórmula de Euler es:

$$\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}} \quad \rightarrow \quad \lambda_E = \pi \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86{,}8$$

Por tanto, la expresión de Euler ha sido correctamente aplicada. (1 punto)