RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2009-10**
EXAMEN DE JULIO **21-7-2010**

Fecha de publicación de la preacta: 8 de Septiembre
Fecha de revisión: 14 de Septiembre

EJERCICIO 1. CUESTIONES (15 puntos)

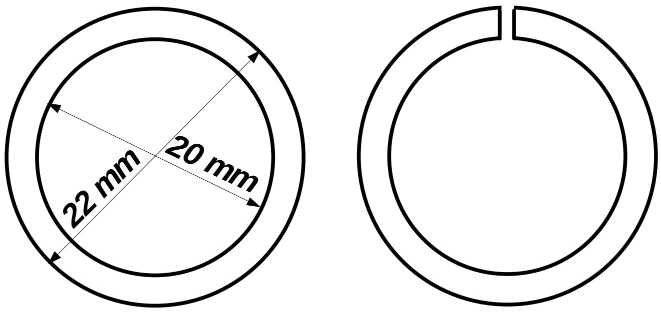
Puntuación de cada cuestión: **1,5 puntos**

1.- Halle, en grados, el giro relativo entre los extremos de un perfil IPE 120 sometido a torsión pura (Momento torsor M = 300 N·m; longitud L = 1 m; G = 80 GPa).

$$\theta(L)-\theta(0)=\frac{M}{GI_0}L \quad \rightarrow \quad \theta(L)-\theta(0)=\frac{3\cdot10^5(N\cdot mm)}{0{,}8\cdot10^5\left(\frac{N}{mm^2}\right)\cdot1{,}77\cdot10^4(mm^4)}\cdot10^3(mm)=0{,}212\ rad$$

$$\theta(L)-\theta(0)=0{,}212\ rad\cdot\frac{180^{\circ}}{\pi\ rad}=12{,}1^{\circ}$$

2.- Calcule la pérdida de rigidez torsional (relativa y en tanto por ciento), que sufre el perfil de la figura de la izquierda (I_0 = 7290 mm^4) cuando se transforma en perfil abierto, como se indica en la figura de la derecha (ancho del corte despreciable).



$K_{T1}=G\cdot I_0$ *(perfil circular)*

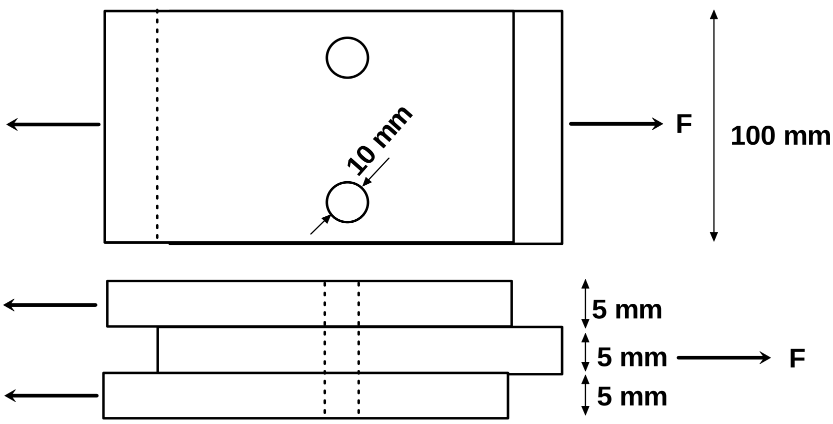
$K_{T2}=G\cdot I_t$ *(perfil delgado abierto)*

$$\Delta K_T(\%)=\frac{I_t-I_0}{I_0}\cdot100$$

$$I_t=\frac{se^3}{3} \quad \rightarrow \quad I_t=\frac{\pi\cdot21(mm)\cdot1^3(mm^3)}{3}=22\,mm^4$$

$$\Delta K_T(\%)=\frac{22-7290}{7290}\cdot100=-99{,}7\%$$

3.- Halle la carga máxima F, en kN, que puede soportar la chapa de la unión atornillada de la figura (σ_{adm}= 200 MPa)



Chapa más solicitada: central.

Tracción en la chapa:

$$\sigma = \frac{F}{100 - 2{\cdot}10\left(mm^2\right)} < 200\,MPa$$

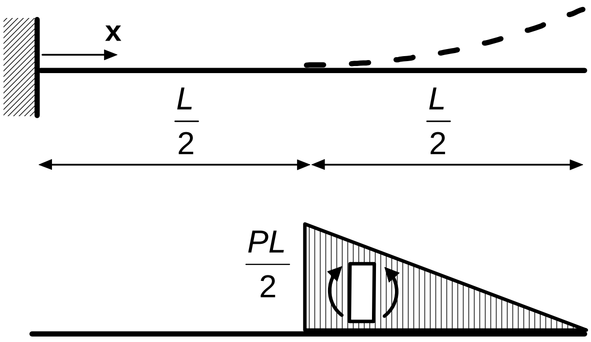
F < 80 kN

Compresión en las paredes de los taladros:

$$\sigma = \frac{F/2}{5{\cdot}10\left(mm^2\right)} < 200\,MPa$$

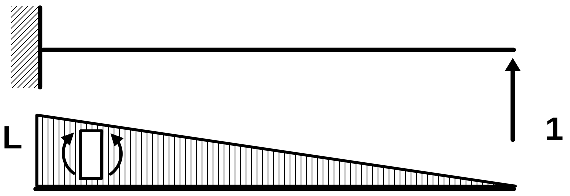
Carga admisible: La menor de ambas (20 kN) *F < 20 kN*

4.- Calcule, en función de P, E, L e I_z, la flecha de la viga siguiente, cuyo diagrama de momentos flectores se muestra en la figura, indicando si es un ascenso o un descenso.



De la deformada a estima se observa que la flecha aparece en el extremo libre.

Sistema virtual:



$v(L) = \int_0^L \frac{M_p M_1}{EI} dx$ *Tomando sentido positivo de momentos el de ambos diagramas:*

$$M_P = \frac{L}{2} \le x \qquad P(L-x) \qquad\qquad M_1 = (L-x) \;\rightarrow\; v(L) = \frac{P}{EI}\int_0^{L/2} (L-x)^2 dx = \frac{PL^3}{24EI} \text{ (asciende)}$$

5.- La viga A se fabrica con perfil IPE 400. Determine el menor perfil IPE que debe emplearse para la viga B (cuyo diagrama de momento flector se suministra) si el acero de ambas es el mismo.

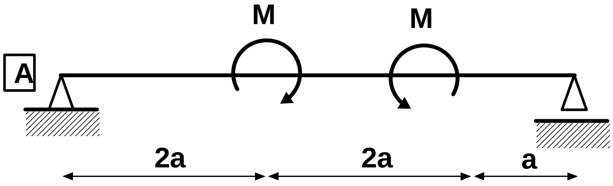
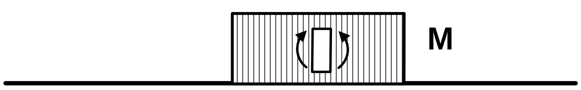
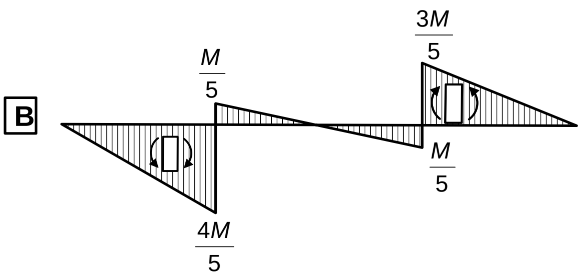


Diagrama M_A:

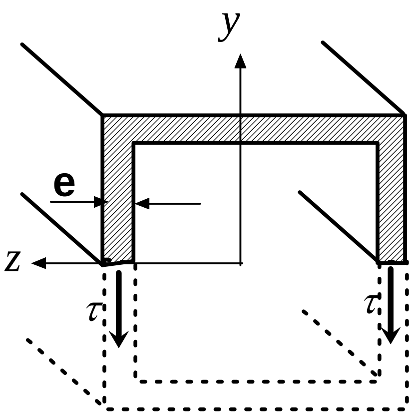




$$\sigma_{máx\,A} = \frac{M}{W_A} < \sigma_{adm} \qquad \sigma_{máx\,B} = \frac{\frac{4}{5}M}{W_B} < \sigma_{adm}$$

Luego $W_B = \frac{4}{5} W_A \rightarrow W_B = \frac{4}{5} 1160\,cm^3 \quad \rightarrow \quad IPE\ 400$

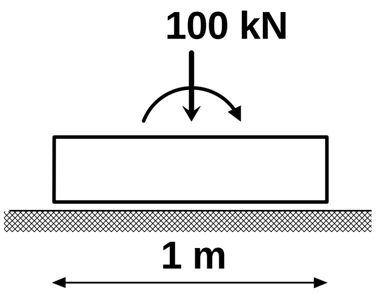
6.- Halle, en MPa, la tensión cortante máxima en un perfil #140.8 sometido a un esfuerzo cortante T = 10 kN orientado según uno de los ejes principales de inercia.



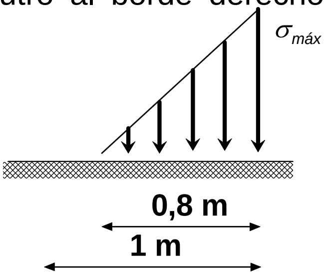
$2\tau = \dfrac{T \cdot m_z}{e \cdot I_z}$ *con* $m_z = S_x$, *momento estático de media sección.*

$$\tau = \frac{10^4 (N) \cdot 97{,}5 \cdot 10^3 (mm^3)}{2 \cdot 8 (mm) \cdot 1130 \cdot 10^4 (mm^4)} = 5{,}4\ MPa$$

7.- Determine, en kN/m^2 la tensión de compresión máxima en la base cuadrada de la zapata prismática de la figura (Dato: Distancia del eje neutro al borde derecho de la zapata: 0,8 m).



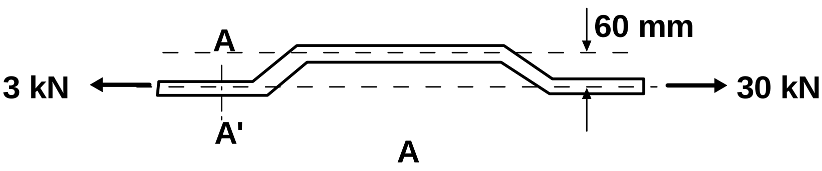
Distribución de tensiones:

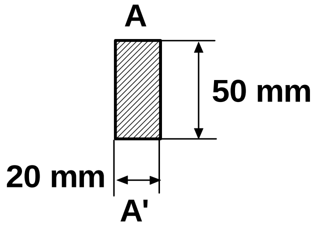


Por equilibrio de fuerzas verticales:

$$100\,(kN) = \frac{1}{2}\,\sigma_{máx} \cdot 0{,}8 (m) \cdot 1 (m) \rightarrow \sigma_{máx} = 250\,\frac{kN}{m^2}$$

8.- Halle, en MPa, la tensión normal máxima en la biela de la figura.





$$\sigma_{máx} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

$$M = 30 (kN) \cdot 60 (mm) = 1{,}8 \cdot 10^6\ N \cdot mm$$

$$W = \frac{1}{6}\, 20 (mm) \cdot 50^2 (mm^2) = 8{,}3 \cdot 10^3\ mm^3$$

$$\sigma_{máx} = \frac{3 \cdot 10^4 (N)}{10^3 (mm^2)} + \frac{1{,}8 \cdot 10^6 (N \cdot mm)}{8{,}3 \cdot 10^3 (mm^3)}$$

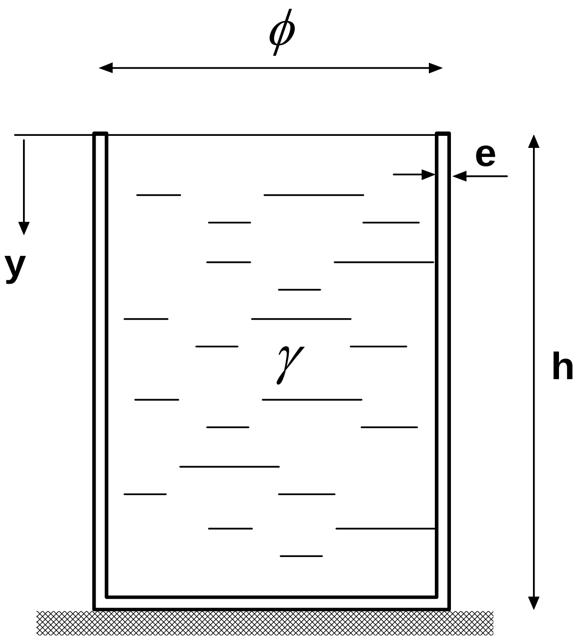
$$\sigma_{máx} = 246\ MPa$$

9.- Halle el momento de inercia mínimo que debe tener una varilla circular de aluminio (E = 70 GPa, L = 600 mm), empotrada en su base y articulada en su extremo, para soportar una carga de compresión de 500 N, con un factor de seguridad de 5 frente a la fórmula de Euler.

$$P_{aplicada} = \frac{P_{cr}}{n} \rightarrow P_{cr} = 5 \cdot 500(N) = 2500\ N \qquad L_p = 0{,}7L \rightarrow L_p = 420\ mm$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_p^{\ 2}} \rightarrow I = \frac{L_p^{\ 2} \cdot P_{cr}}{\pi^2 E} \qquad I = \frac{420^2 (mm^2) \cdot 2500(N)}{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \left(\frac{N}{mm^2}\right)} = 639\ mm^4$$

10.- Halle las tensiones de membrana en las paredes verticales del recipiente cilíndrico de la figura.



Ecuación de Laplace:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{e}$$

$$\rho_m = \infty \quad \rho_t = \frac{\phi}{2} \rightarrow \sigma_t = \frac{p\phi}{2e} = \frac{\gamma y \phi}{2e}$$

Equilibrio de fuerzas verticales:

$$\sigma_m \cdot \pi \cdot \phi \cdot e - Peso\ líquido + \mathrm{Re}acción\ suelo = 0$$

Como la reacción es igual al peso del líquido, entonces $\sigma_m = 0$