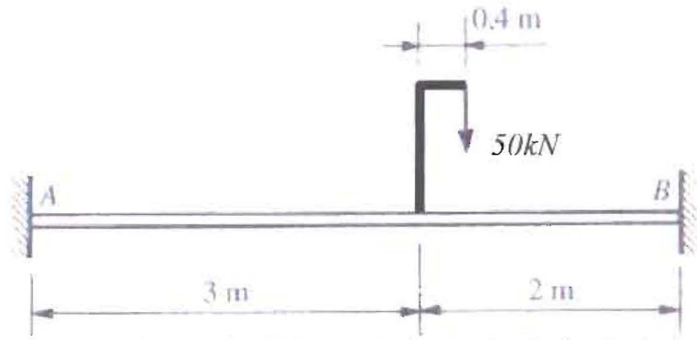
RESISTENCIA DE MATERIALES II. **CURSO 2009-10**
EXAMEN DE JULIO. **21-7-2010**

EJERCICIO 2. CUESTIONES (15 puntos)

Fecha de publicación de la preacta: 8 de septiembre de 2010
Fecha de revisión del examen: 14 de septiembre de 2010

Cuestión 1. (6 puntos)

Determinar los diagramas acotados de esfuerzos cortantes y de momentos flectores de la viga *AB* de la figura



- Equilibrio:

$$V_A + V_B = P$$

$$M_A - M_B + M + 3P - 5V_B = 0$$

es decir: $V_A + V_B = 50\ kN$

$$M_A - M_B - 5V_B = -170\ m\,kN$$

Problema hiperestático de grado 2.

- Ecuación universal:

$$EIy = \cancel{EIy_0} + \cancel{EI\theta_0 x} + \frac{M_A}{2}x^2 + \frac{V_A}{6}x^3 - \frac{P}{6}\langle x-3\rangle^3 + \frac{M}{2}\langle x-3\rangle^2$$

$$EIy(5) = 0 \rightarrow 15M_A + 25V_A - 32 = 0$$

$$EIy'(5) = 0 \rightarrow 10M_A + 25V_A - 120 = 0$$

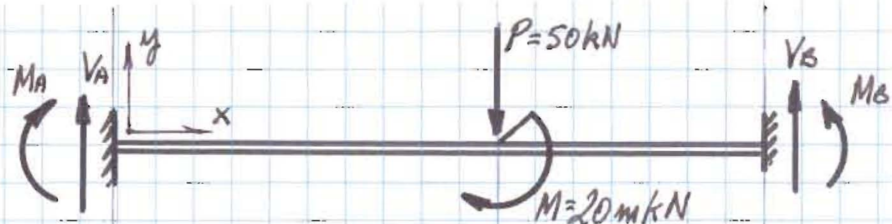
De estas dos ecuaciones y de las de equilibrio se obtiene:

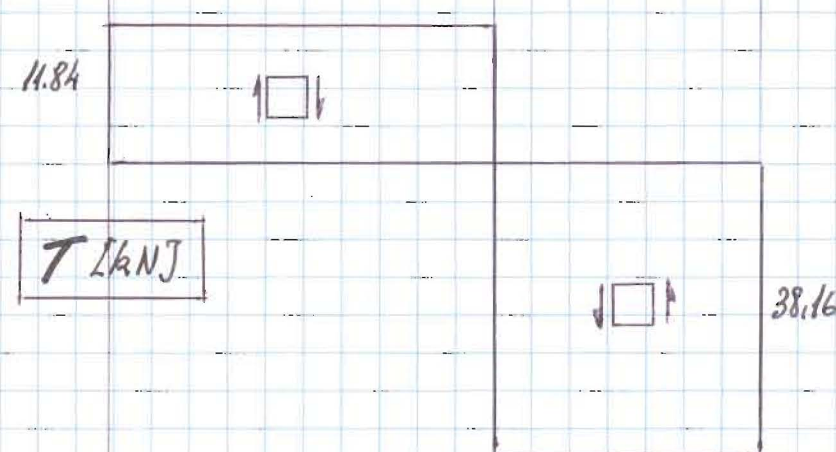
$$M_A = -17.6\ m\,kN$$

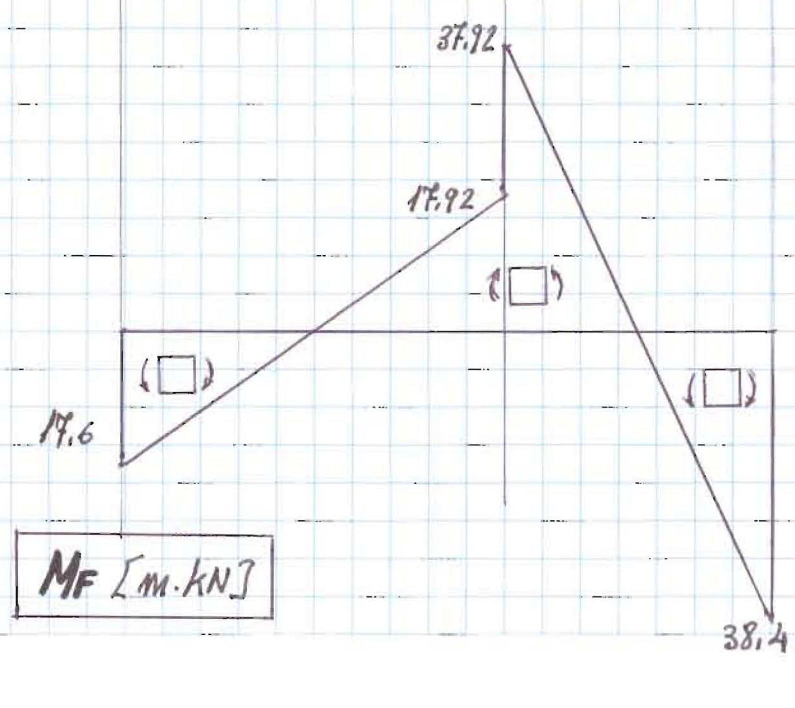
$$M_B = -38{,}4\ m\,kN$$

$$V_A = 11.84\ kN$$

$$V_B = 38{,}16\ kN$$

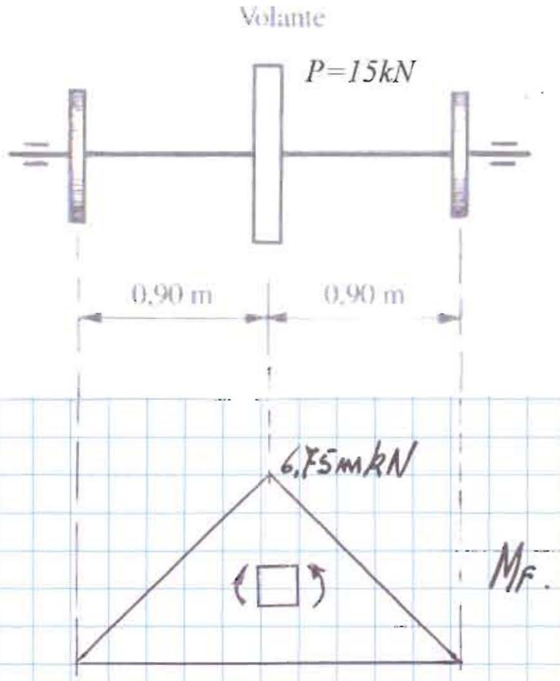






Cuestión 2. (5 puntos)

Un árbol de acero de alta resistencia , de longitud $\ell = 1{,}80m$, transmite una potencia de *588kw* girando a *n=300rpm.* El árbol lleva fijo un volante que equidista de las poleas y pesa ***P****=15kN.* Se supone que los cojinetes están situados en los centros de las poleas. Calcular el radio mínimo del árbol si la tensión admisible a tracción es $\sigma_{adm} = 300MPa$



El árbol está sometido a flexión y torsión

La máxima flexión es: $M_F = \frac{P}{\ell}\frac{\ell}{2} = 6.75\,mkN$

que da lugar a una tensión normal máxima en las fibras superior e inferior:

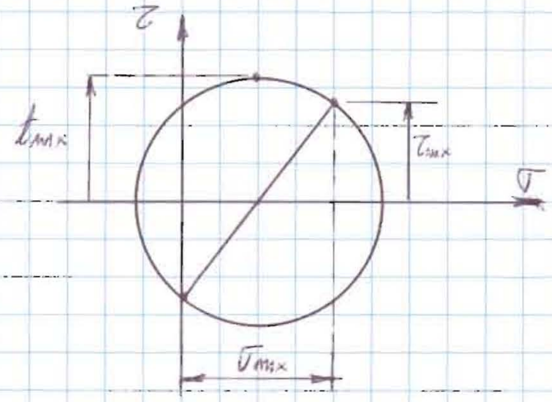
$$\sigma_{max} = \frac{M_F}{W} = \frac{M_F}{I}R = \frac{2M_F}{I_0}R$$

(I → momento de inercia diametral)

(I_0 → momento de inercia polar)

El momento torsor produce una distribución de tensión cortante cuyo valor máximo en los puntos periféricos es:

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{I_0}R \text{ , siendo } M_T = \frac{Pot}{\omega} = \frac{588\cdot 10^3 Nm/s}{2\pi \cdot 300\, s}60 = 18.7\, m\, kN$$



$$t_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2M_F}{I_0}R\right)^2 + 4\left(\frac{M_T}{I_0}R\right)^2} = \frac{2}{\pi R^3}\sqrt{M_F^2 + M_T^2}$$

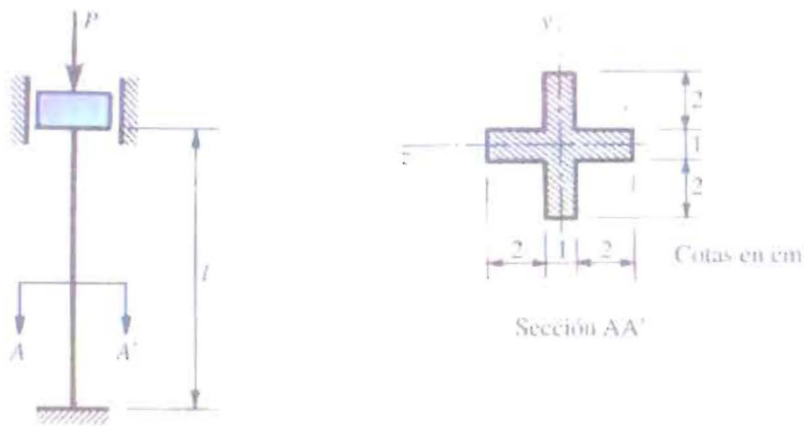
Criterio de Tresca: $\frac{2}{\pi R^3}\sqrt{M_F^2+M_T^2} \leq \frac{\sigma_{adm}}{2}$

$$R^3 \geq \frac{4}{\pi \sigma_{adm}}\sqrt{M_F^2+M_T^2} = 84377\, mm^3$$

de donde: $R = 44\, mm$

Cuestión 3. (4 puntos)

Sobre el soporte biempotrado representado en la figura actúa una fuerza de compresión **P**. Si la longitud del soporte es de *1,50m* y el módulo de Young del material es *E=200.000MPa*, hallar en *kN* el valor crítico de **P**



Características de la sección recta:

$$I_z = I_y = \frac{1}{12}\,5\cdot5^3 - 4\left(\frac{1}{12}\,2\cdot2^3 + 2\cdot2\cdot1{,}5^2\right) = 10{,}75\,cm^4$$

$$P_{crít} = \frac{\pi^2 E I}{l_p^2} = \frac{\pi^2\cdot 200.000\,MPa\cdot 10.75\,cm^4}{(0{,}5\cdot1{,}50\,m)^2} = 377.24\ kN$$