

RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE JULIO

EJERCICIO 3. PROBLEMA (20 puntos)

Fecha de publicación de la preacta: 8 de septiembre de 2010

Fecha de revisión del examen: 14 de septiembre de 2010

La viga de acero armada de la figura tiene una longitud de 2 m y soporta en su extremo, rígidamente unido a ella, un bloque vertical de hormigón de 4 m de altura y sección cuadrada de 1 m de lado, cuyo baricentro apoya en el extremo de la viga. Las únicas cargas actuantes sobre el conjunto son el peso del bloque de hormigón ($\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$) y el viento horizontal que actúa en dirección perpendicular a la viga ejerciendo una presión $p = 1 \text{ kN/m}^2$ sobre la cara del bloque, según se indica en la figura 1 (se desprecia el peso de la viga armada y el viento sobre ella). Las características geométricas de la sección de la viga son las siguientes:

$$A = 120 \text{ cm}^2$$

$$y_{G,\text{sup}} = 101,25 \text{ mm}$$

(distancia del c.d.g. a la fibra superior)

$$I_z = 11978 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2256 \text{ cm}^4$$

Considerando que el extremo A de la viga está empotrado en la pared se pide:

- 1) Esfuerzos actuantes en la sección A (despreciar las dimensiones de la sección armada e indicar los 6 esfuerzos, incluso si son nulos, respecto de los ejes representados).
- 2) Tensiones normales máxima y mínima en la sección A de la viga indicando el punto en el que se producen (en MPa redondeando a un decimal).
- 3) Tensiones tangenciales máximas en la platabanda superior de la viga, indicando el punto en el que se producen (en MPa redondeando a un decimal).

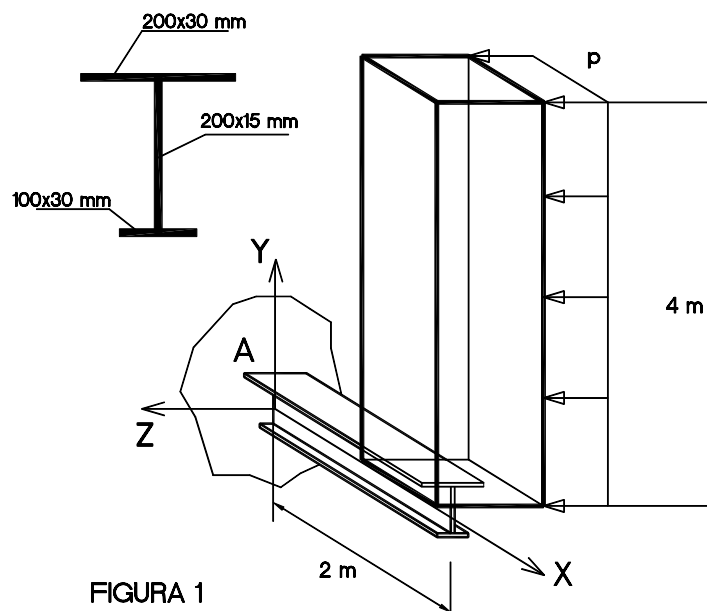


FIGURA 1

Para reforzar la viga y tras retirar el bloque de hormigón se construye una cabeza de compresión de hormigón con sección de 100x100 mm unida al ala inferior mediante pernos conectores, de 8 mm de diámetro, en toda su longitud (según figura 2). Posteriormente se vuelve a instalar el bloque en ausencia de viento. En esta situación se pide:

- 4) Despreciando el peso del refuerzo de hormigón, tensiones normales máxima y mínima del hormigón y el acero en la sección A de la viga compuesta indicando el punto en el que se producen (en MPa redondeando a un decimal).
- 5) Máxima separación longitudinal de las parejas de pernos para que no plastifiquen (redondear a un nº entero de cm múltiplo de 5)

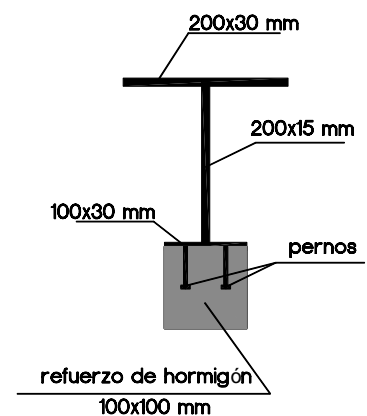


FIGURA 2

Datos de los materiales:

Acero (viga y pernos): $E_a = 200 \text{ GPa}$, $\sigma_{a,\text{adm}} = 350 \text{ MPa}$
Hormigón: $E_c = 20 \text{ GPa}$

SOLUCIÓN AL PROBLEMA 1

1) Esfuerzos en la sección A: de acuerdo con los ejes representados

$$\begin{aligned}
 N &= 0 & T_y &= 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 25 = \mathbf{100 \text{ kN}} & T_z &= 4 \cdot 1 \cdot 1 = \mathbf{4 \text{ kN}} \\
 M_T &= 4 \cdot 4 \cdot 0,5 = \mathbf{8 \text{ mkN}} & M_y &= -4 \cdot 2 = \mathbf{-8 \text{ mkN}} & M_z &= -100 \cdot 2 = \mathbf{-200 \text{ mkN}}
 \end{aligned}$$

4 puntos

2) Características geométricas de la sección armada:

$$A = 200 \cdot 30 + 200 \cdot 15 + 100 \cdot 30 = 12000 \text{ mm}^2 = 120 \text{ cm}^2$$

$$y_{cdg, sup} = \frac{200 \cdot 30 \cdot 15 + 200 \cdot 15 \cdot 130 + 100 \cdot 30 \cdot 245}{12000} = 101,25 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 I_z &= \frac{1}{12} 200 \cdot 30^3 + \frac{1}{12} 200^3 \cdot 15 + \frac{1}{12} 100 \cdot 30^3 + 200 \cdot 30 \cdot (101,25 - 15)^2 + 200 \cdot 15 \cdot (130 - 101,25)^2 + \\
 &+ 100 \cdot 30 \cdot (245 - 101,25)^2 = 119.781.250 \text{ mm}^4 = 11978 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

$$I_y = \frac{1}{12} 200^3 \cdot 30 + \frac{1}{12} 200 \cdot 15^3 + \frac{1}{12} 100^3 \cdot 30 = 22.556.250 \text{ mm}^4 = 2256 \text{ cm}^4$$

La tensión normal máxima (tracción positiva) se da en el punto:

$(y, z) = (101,25; -100) \text{ mm}$:

$$\sigma_{\max} = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot 101,25}{I_z} + \frac{-8 \cdot 10^6 \cdot (-100)}{I_y} = 204,5 \text{ MPa}$$

2 puntos

La tensión normal mínima (compresión negativa) se da en el punto:

$(y, z) = (-158,75; 50) \text{ mm}$:

$$\sigma_{\min} = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot (-158,75)}{I_z} + \frac{-8 \cdot 10^6 \cdot 50}{I_y} = -282,8 \text{ MPa}$$

2 puntos

3) Tensiones tangenciales debidas a T_y : la tensión máxima aparecerá en el punto medio de la platabanda superior (despreciando el espesor del alma):

$$\tau_{\max} = \frac{T_y \cdot m_z}{e \cdot I_z} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 86,25}{30 \cdot I_z} = 7,2 \text{ MPa}$$

1 punto

Tensiones tangenciales debidas a T_z : la tensión máxima aparecerá en el punto medio de la platabanda superior:

$$\tau_{\max} = \frac{T_z \cdot m_y}{e \cdot I_y} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 50}{30 \cdot I_y} = 0,9 \text{ MPa}$$

1 punto

Tensiones tangenciales debidas a M_T : la tensión máxima aparecerá en el borde del perfil:

$$\tau_{\max} = \frac{3M_T}{\int_S e^3 ds} e_{\max} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^6}{200 \cdot 30^3 + 200 \cdot 15^3 + 100 \cdot 30^3} \cdot 30 = 82,1 \text{ MPa}$$

1 punto

Por tanto, la tensión máxima tendrá lugar en el centro de la platabanda superior en su borde y será la suma de estos valores:

$$\tau_{\max} = 82,1 + 7,2 + 0,9 = 90,1 \text{ MPa}$$

1 punto

5) Características geométricas de la sección compuesta:

$$n = \frac{E_c}{E_s} = \frac{20}{200} = 0,10, \text{ coeficiente de transformación del hormigón a acero.}$$

$$A' = 12000 + n \cdot 100^2 = 13000 \text{ mm}^2$$

$$y'_{cdg, sup} = \frac{1200 \cdot 101,25 + n \cdot 100^2 \cdot (260 + 50)}{13000} = 117,31 \text{ mm}$$

$$I_z' = 119.781.250 + 12000 \cdot (117,31 - 101,25)^2 + \frac{n}{12} \cdot 100^4 + n \cdot 100^2 \cdot (117,31 - 310)^2 = 160.839.103 \text{ mm}^4$$

2 puntos

Tensiones en el acero:

$$\sigma_{\max} = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot 117,31}{I_z'} = 145,9 \text{ MPa}$$

En la fibra superior de la viga armada

$$\sigma_{\min} = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot (117,31 - 260)}{I_z'} = -177,4 \text{ MPa}$$

En la fibra inferior de la viga

2 puntos

Tensiones en el hormigón:

$$\sigma_{\max} = n \frac{200 \cdot 10^6 \cdot (117,31 - 260)}{I_z'} = -17,7 \text{ MPa}$$

En la fibra inferior de la viga

$$\sigma_{\min} = n \frac{200 \cdot 10^6 \cdot (117,31 - 360)}{I_z'} = -30,2 \text{ MPa}$$

En la fibra inferior del hormigón

2 puntos

6) Fuerza rasante en la unión hormigón-acero:

$$f = \frac{T_y m_z^*}{I_z} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 12000 \cdot (117,31 - 101,25)}{I_z'} = 119,8 \text{ N/mm} \text{ (aislando la viga armada)}$$

$$f = \frac{T_y m_z^*}{I_z} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot n \cdot 100^2 \cdot (310 - 117,31)}{I_z'} = 119,8 \text{ N/mm} \text{ (aislando el hormigón)}$$

1 punto

Fuerza resistida por los pernos:

$$f = 2 \frac{\pi d^2}{4} \frac{\tau_{adm}}{s} \Rightarrow s = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 350}{2 \cdot 119,8} = 293,7 \text{ mm} \approx 29 \text{ cm}, \text{ por tanto la máxima separación}$$

será **25 cm**.

1 punto