INDUSTRIALES
ETSII | UPM

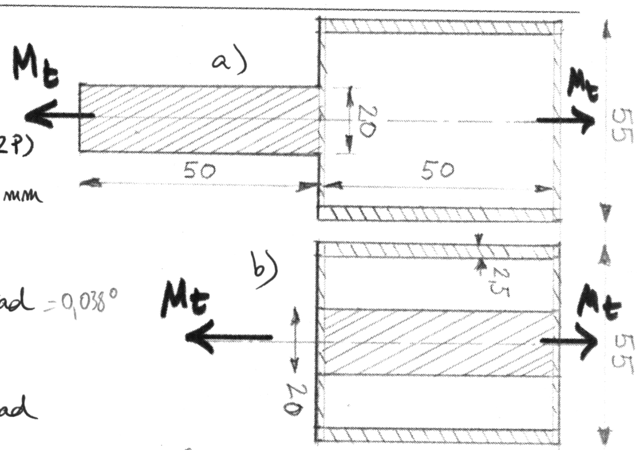
RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE JULIO

CURSO 2010-11
7/7/2011

Fecha de publicación de la preacta: 18/7/2011
Fecha y hora de la revisión del examen: 26/7/2011 a las 10:00

---

1 Los sistemas de la figura constan de dos cilindros, uno macizo y uno hueco, unidos en cada caso como se indica. Calcular el giro relativo entre los extremos en los dos casos ($M_t = 2 \cdot 10^5$ N mm, $G = 100$ GPa) (2P)



(Cotas en mm)

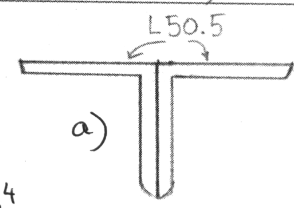
$$I_{macizo} = \frac{\pi}{32} 20^4 \text{ mm}^4 \qquad I_{hueco} = \frac{\pi}{32}(55^4 - 50^4) \text{ mm}$$

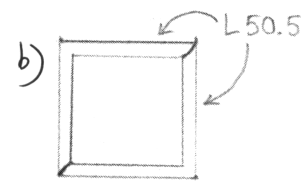
$$a) \quad \theta = \frac{M_t \cdot L}{G\, I_{macizo}} + \frac{M_t \cdot L}{G\, I_{hueco}} = 6{,}71 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0{,}038°$$

$$b) \quad \theta = \frac{M_t \cdot L}{G(I_{macizo} + I_{hueco})} = 3{,}32 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

---

2 Las dos secciones armadas de la figura están construidas con perfiles L50.5 . Calcular I_t y W_t de las dos secciones considerando que el espesor del perfil es constante. (1P)





$$a) \quad I_t = \sum \frac{1}{3} b e^3 = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} 50 \cdot 5^3\right) + \frac{1}{3} 50 \cdot 10^3 = 20833 \text{ mm}^4$$

$$W_t = I_t / e_{max} = 2083 \text{ mm}^3$$

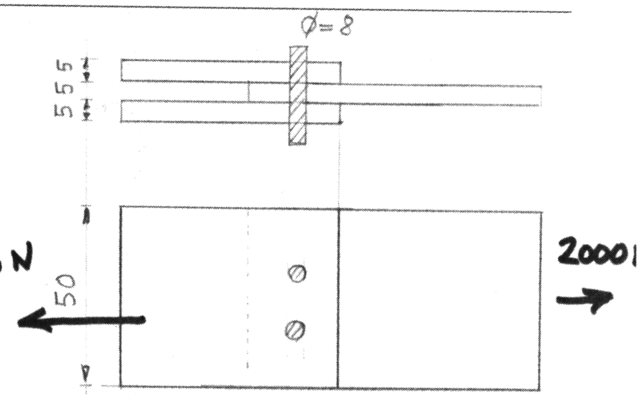
$$b) \quad I_t = \frac{4 (A^*)^2}{1/e \int ds} = \frac{4 \cdot (45^2)^2}{1/5 \; 4 \cdot 45} = 455625 \text{ mm}^4$$

$$W_t = 2 A^* e = 2 \cdot (45^2)\, 5 = 20250 \text{ mm}^3$$

---

3 En la unión atornillada de la figura calcular:

a) La tensión de cortadura en los tornillos,
b) La tensión de aplastamiento de la chapa,
c) La tensión máxima de tracción en la chapa. (3P)



(Cotas en mm)

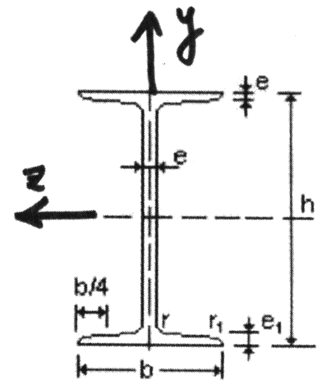
$$a) \quad \tau = \frac{2000/4}{\pi/4 \; 8^2} = 9{,}94 \text{ MPa}$$

$$b) \quad \sigma_{ap} = \frac{2000/2}{8 \cdot 5} = 25 \text{ MPa}$$

$$c) \quad \sigma_t = \frac{2000}{(50 - 2 \cdot 8) \cdot 5} = 11{,}7 \text{ MPa}$$

4 Calcular los valores máximos (en valor absoluto) de σ_x y τ_{xy} en el IPN200 de la figura cuando está sometida a los siguientes esfuerzos: (2P)

$M_z = 3 \cdot 10^6$ N·mm, $M_y = 1{,}5 \cdot 10^6$ N·mm, $T_z = 2 \cdot 10^4$ N, $T_y = 3 \cdot 10^4$ N

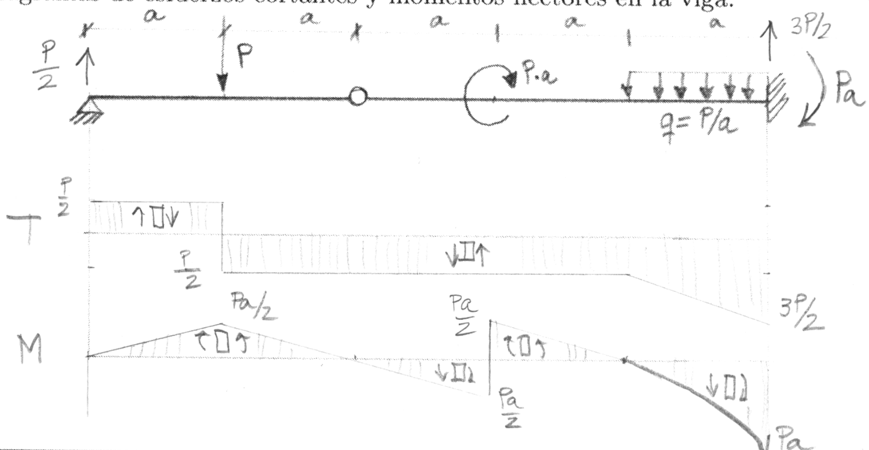


$$\sigma_x^{max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} = 71{,}71 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy}^{max} = \frac{T_y}{e} \; \frac{m_z(\text{media sección})}{I_z} = 23{,}36 \text{ MPa}$$

---

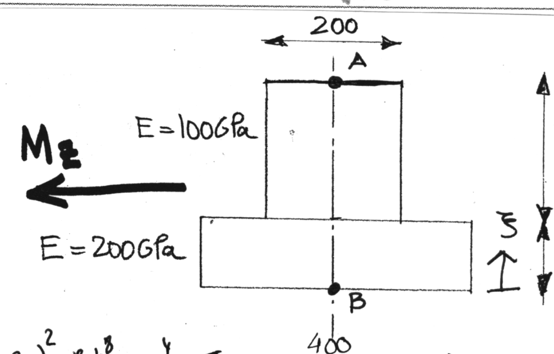
5 Dibujar los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores en la viga. (1P)



---

6 Calcular la tensión σ_x máxima en la sección compuesta de la figura (3P)

(Suponer que M_z actúa sobre el eje principal horizontal de la sección transformada)



(Cotas en mm)

$$\xi_G = \frac{800 \cdot 100 \cdot 50 + 200^2 \cdot 200}{800 \cdot 100 + 200^2} = 100 \text{ mm}$$

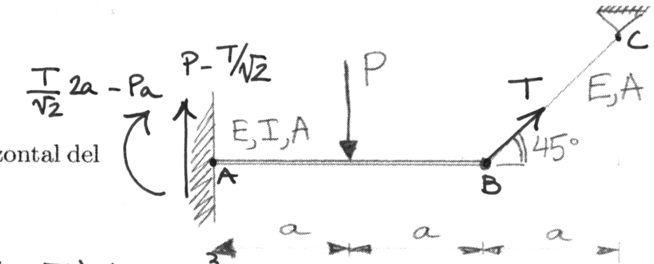
$$I_z = \frac{1}{12}\, 800 \cdot 10^3 + 800 \cdot 100\, (\xi_G - 50)^2 + \frac{1}{12}\, 200^4 + 200^2\, (\xi_G - 200)^2 = 8 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_A = \frac{M_z}{I_z}\,(300 - \xi_G) = 3{,}75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = \frac{M_B}{I_z}\,(\xi_G - 0) \cdot 2 = 3{,}75 \text{ MPa}$$

$M_z = 15$ kN·m

7 Calcular el desplazamiento vertical y horizontal del extremo de la viga (3P)



$$EI\,v(B) = \left(T\sqrt{2}a - Pa\right)\frac{1}{2}(2a)^2 + \left(P-\frac{T}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{3!}(2a)^3 - P/3!\;a^3$$

$$v(B) = -\frac{T/\sqrt{2}}{EA}\sqrt{2}\,a$$

$$T = \frac{5P}{4\sqrt{2}+6\frac{I}{Aa^2}}$$

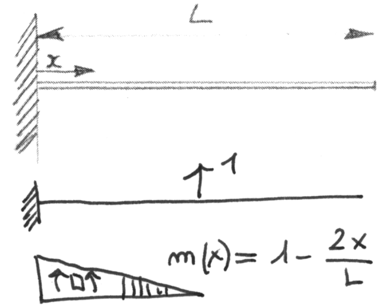
$$v(B) = -\frac{5Pa^3}{E\left(4\sqrt{2}\,a^2A+3I\right)}\ ,\qquad u(B) = -\frac{T/\sqrt{2}}{EA}2a = -\frac{5Pa^3}{E\left(4a^2A+3\sqrt{2}\,I\right)}$$

---

8 La ley de momentos flectores de la viga de la figura es

$$M(x) = q(L-x)\left(\frac{L}{10}-\frac{(L-x)^2}{6L}\right)\ .$$

Calcular el desplazamiento vertical en el centro de la viga. (1P)

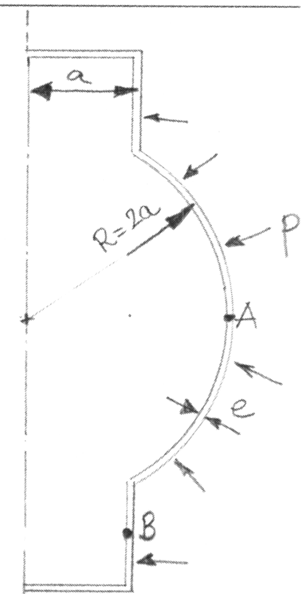


$$m(x) = 1-\frac{2x}{L}$$

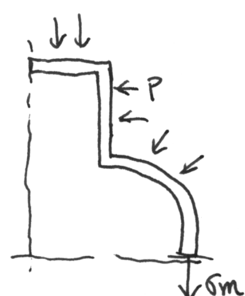
$$v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2} M(x)\,m(x)\,dx = -\frac{3}{640}\frac{qL^3}{EI}$$

---

9 El depósito cuya sección se muestra está sometido a una presión externa p. Calcular las tensiones de membrana en los puntos A y B (3P)



A)

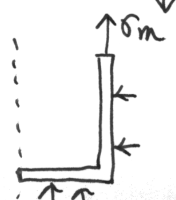


$$\pi(2a)^2p + \sigma_m 2\pi(2a)e = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_m = -\frac{pa}{e}$$

$$\frac{\sigma_m}{2a}+\frac{\sigma_t}{2a} = -\frac{p}{e} \Rightarrow \sigma_t = -\frac{pa}{e}$$

B)



$$\pi a^2 p + \sigma_m 2\pi a\, e = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_m = -\frac{pa}{2e}$$

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m}+\frac{\sigma_t}{a} = -\frac{p}{e}\ ,\quad \sigma_t = -\frac{pa}{e}$$

$$\infty$$

10 Calcular la mínima carga de pandeo de una columna de longitud 12m y sección IPN200 si los apoyos en sus extremos son apoyado-apoyado y apoyado-empotrado. ($E = 210$ GPa) (1P)

La menor carga de pandeo corresponde a la situación en la que la menor inercia a flexión del perfil se coloque en el plano de flexión apoyado-apoyado.

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 E \cdot I}{l_p^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \ N/mm^2 \cdot 117 \cdot 10^4 \ mm^4}{(12 \cdot 10^3)^2 \ mm^2}$$

$$= 16840 \ N$$