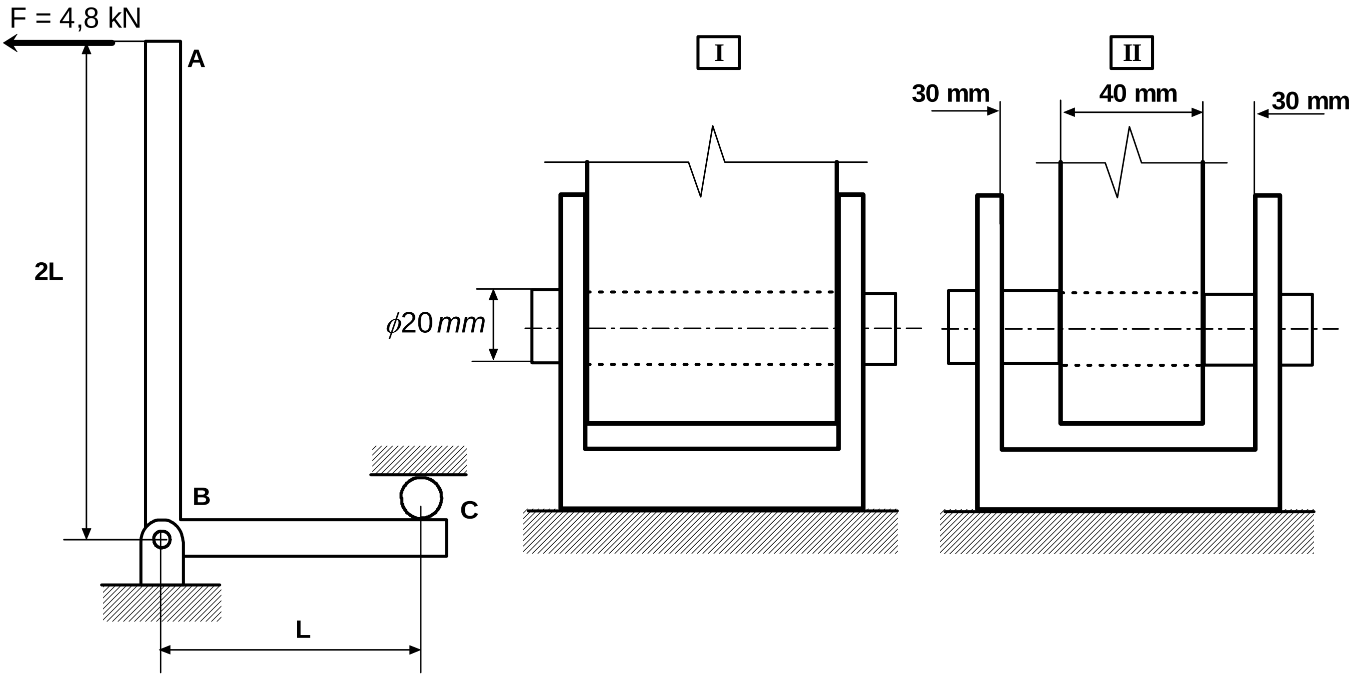
RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2010-11**
EXAMEN DE JULIO **7-7-2011**
Fecha de publicación de la preacta: 18 de Julio
Fecha de revisión: 26 de Julio a las 10 horas

PROBLEMA 1

El apoyo B de la estructura de la figura se ha proyectado según el esquema I. Sin embargo se ha ejecutado defectuosamente con las holguras de 30 mm que muestra el esquema II.



Suponiendo que no hay rozamiento en los apoyos y sabiendo que el límite elástico del pasador es σ_e = 275 MPa, se pide, utilizando el criterio de Tresca:

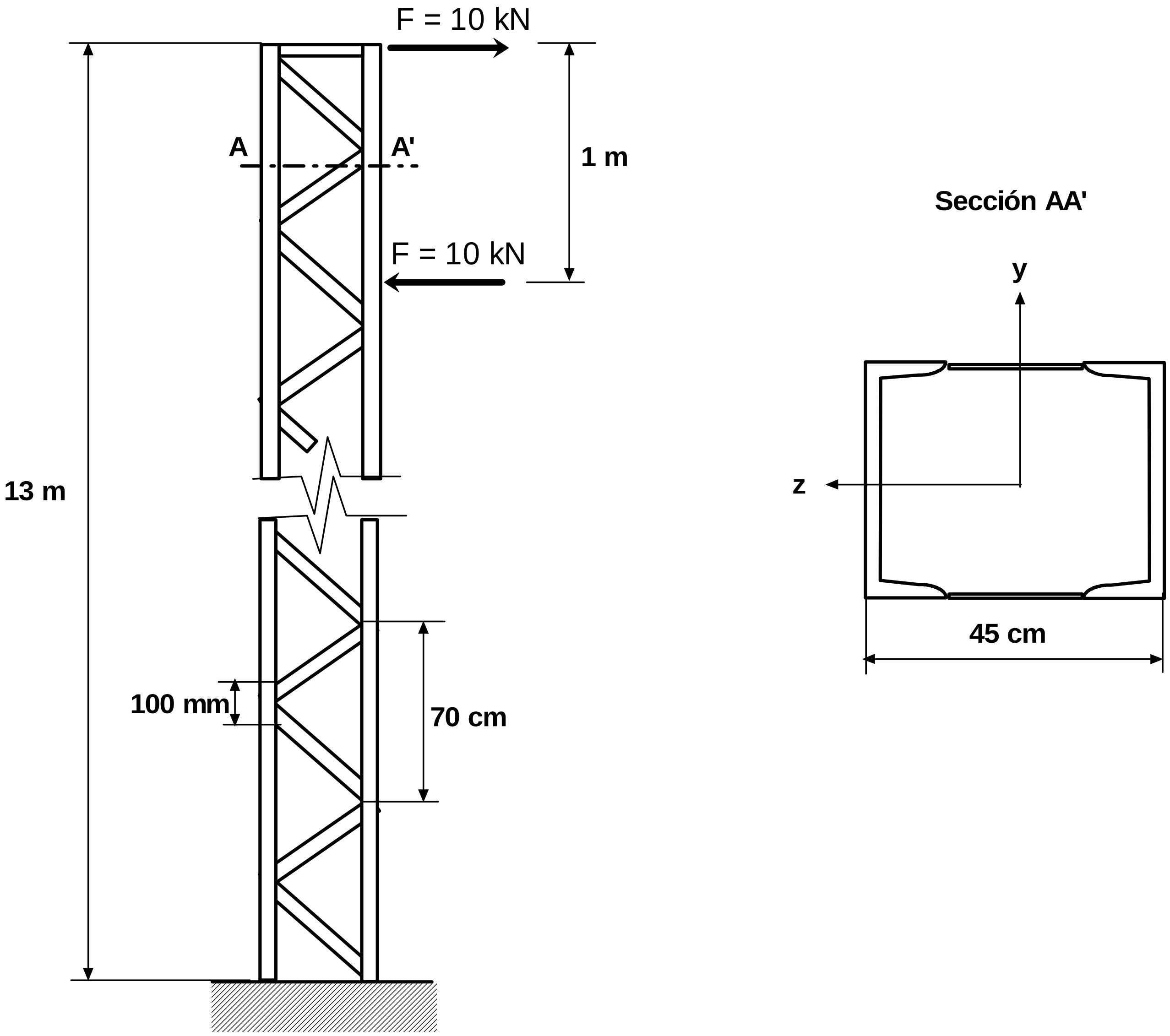
a.- Coeficiente de seguridad de diseño del pasador (caso I). (3 puntos)

b.- Coeficiente de seguridad real (caso II), acotando razonablemente por exceso el valor de la tensión equivalente. Suponga como aproximación que el pasador se comporta como una viga biapoyada y que la chapa central transmite la carga uniformemente al pasador.

Dato: Momento estático de media sección circular $m_z = \frac{\phi^3}{12}$. (7 puntos)

PROBLEMA 2

El poste para usos ferroviarios de la figura está formado por dos perfiles UPN 260 unidos con presillas, que no aportan apenas inercia. El conjunto constituye una viga armada en la que las presillas realizan la función de alma.



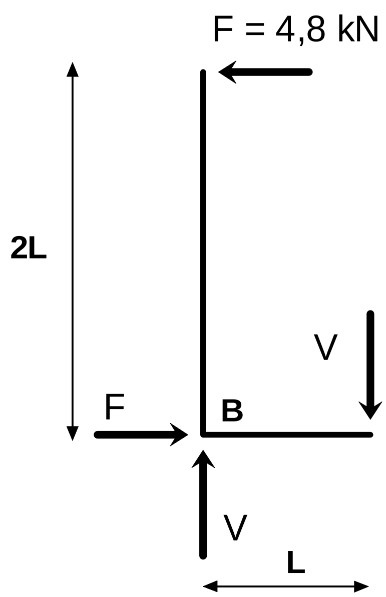
Se pide:

a.- Comprobar los cordones de soldadura entre las presillas y los perfiles UPN (ancho de garganta a = 3 mm, tensión admisible τ_{adm} = 150 MPa). (6 puntos)

b.- Desplazamiento horizontal de la cabeza del poste (E = $2{,}1 \cdot 10^5$ MPa). (4 puntos)

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 1

a.- Las reacciones en los apoyos son, imponiendo equilibrio de fuerzas:



Imponiendo equilibrio de momentos en B:

$$V{\cdot}L - F{\cdot}2L = 0 \quad \rightarrow \quad V = 2F$$

Y la acción sobre el pasador es la composición vectorial de V y F, con sentido contrario a las anteriores, y de módulo $R_B = \sqrt{4F^2 + F^2}$.

Por tanto $R_B = \sqrt{5}F = 10{,}7\ kN$.

El pasador tiene dos secciones sometidas a cortadura. El valor de la tensión cortante será $\tau = \dfrac{{}^{10{,}7}\!/_{2}\cdot 10^3 (N)}{\frac{\pi}{4}20^2 (mm^2)} = 17\ MPa$. (2 puntos)

En las secciones sometidas a cortadura el estado de tensiones es $[T] = \begin{pmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

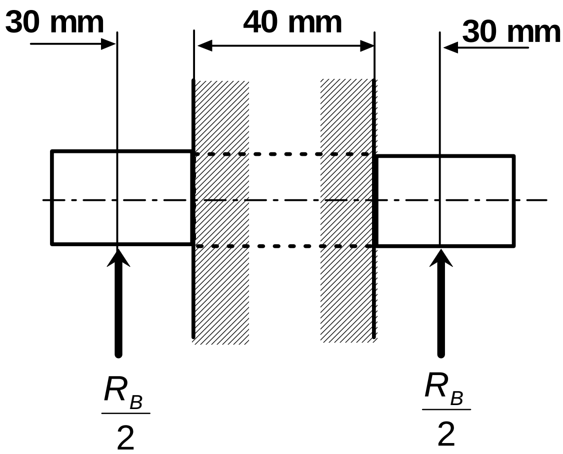
cuyas tensiones principales son $\sigma_1 = \tau \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = -\tau$. La tensión equivalente de Tresca es:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \rightarrow \quad \sigma_{eq} = 2\tau \quad \rightarrow \quad \sigma_{eq} = 34\, MPa$$

El coeficiente de seguridad es:

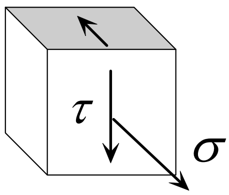
$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{eq}} \quad \rightarrow \quad n = \frac{275}{34} = 8$$ (1 punto)

b.- Para que la carga se transmita uniformemente debe existir un contacto uniforme entre la placa central y el pasador, lo que sólo es posible si no hay holgura alguna entre el pasador y la placa. En estas condiciones, la zona del pasador que queda en el interior de la placa no experimenta curvatura (El momento flector es nulo). La placa central actúa así como un empotramiento para las secciones del pasador que quedan a izquierda y derecha de éste:



Considerando sólo la mitad derecha (por ejemplo), se tiene que las secciones están sometidas a momento flector y esfuerzo cortante, no siendo despreciables las tensiones debidas al esfuerzo cortante dada la escasa relación longitud/diámetro.

El estado de tensiones es el de la figura.



Las tensiones principales son:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \qquad \sigma_2 = 0 \qquad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

La tensión equivalente de Tresca queda:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

El máximo de σ_{eq} se da en la sección del empotramiento, ya que los esfuerzos cortantes son iguales en todas las secciones, pero el momento flector es máximo en el empotramiento. Sin embargo, hallar el valor riguroso de σ_{eq} es laborioso ya que el máximo de σ y τ no se da en el mismo punto de la sección. Una acotación simple de σ_{eq} se consigue empleando los valores máximos de σ y τ aunque no se den en el mismo punto:

$$\sigma_{eq} \geq \sqrt{\sigma_{máx}{}^2 + 4\tau_{máx}{}^2}$$

Cálculo de valores:

$$\left.\begin{aligned}
|\sigma|_{máx} &= \frac{|M_z|_{máx}}{I_z}\frac{\phi}{2} \\
I_z &= \frac{\pi}{64}\phi^4 = 7854\ mm^4 \\
|M_z|_{máx} &= \frac{R_B}{2}\cdot 30\ mm = 161\, kN\cdot mm
\end{aligned}\right\} \rightarrow |\sigma|_{máx} = \frac{161\cdot 10^3 N}{7854\ mm^4}\cdot 10mm = 205\ MPa$$

(5 puntos)

$$\left.\begin{aligned}
\tau_{máx} &= \frac{T_{máx}\cdot m_z}{\phi\cdot I_z} \\
T_{máx} &= \frac{R_B}{2} = 5{,}4\ kN \\
m_z &= \frac{\phi^3}{12} = 667\ mm^3
\end{aligned}\right\} \rightarrow \quad \tau_{máx} = \frac{5{,}4\cdot 10^3\ N\cdot 667\ mm^3}{20\ mm\cdot 7854\ mm^4} = 23\ MPa$$

$$\sigma_{eq} \geq \sqrt{205^2 + 4\cdot 23^2} = 210\ MPa$$

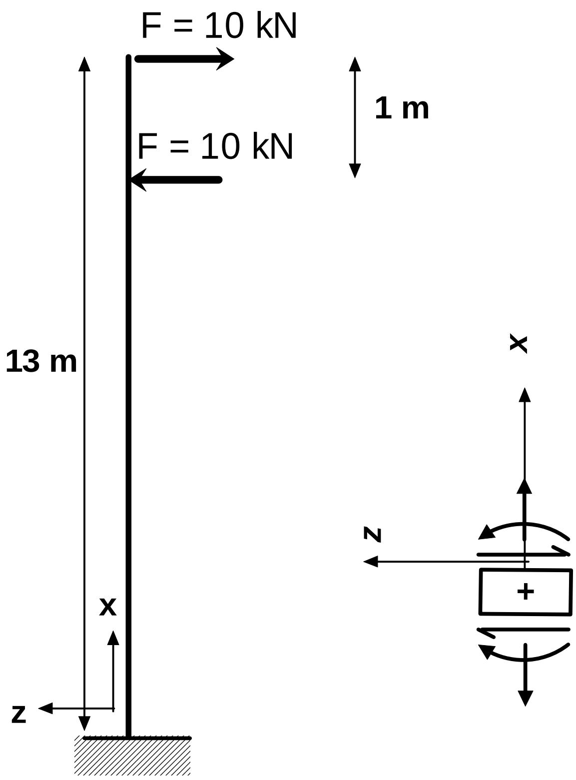
El coeficiente de seguridad es:

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{eq}} \quad \rightarrow \quad n = \frac{275}{210} = 1{,}3 \qquad \text{(2 puntos)}$$

Nota: El cálculo realizado anteriormente no responde correctamente a la realidad ya que la relación longitud/diámetro de las dos mitades útiles del pasador es demasiado pequeña como para poder considerar a éste como una viga.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 2

a.- El poste se comporta como una viga empotrada por su base y libre por su extremo. El esquema, la referencia local y el criterio de signos son los de la figura.



Para un tramo de longitud igual a la separación *s = 70 cm* entre cordones, la acotación superior de la fuerza que absorben los dos cordones entre cada UPN y las dos presillas es:

$$F_{deseq} = \frac{|T_z|_{máx} \cdot m_y \cdot s}{I_y}$$

Siendo m_y el momento estático de un UPN 260 respecto al eje y que pasa por el centro de gravedad de la sección compuesta e I_y el momento de inercia de la sección compuesta.

Esta fuerza de desequilibrio es absorbida como tensión cortante por los dos cordones de soldadura de ancho de garganta a = 3 mm y longitud l_c = 100 mm, de modo que:

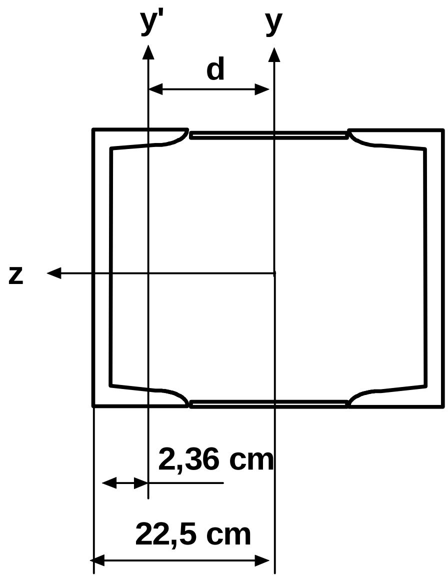
$$\tau = \frac{\frac{F_{deseq}}{2}}{a \cdot l_c} < \tau_{adm}$$

El diagrama de esfuerzos cortantes T_z es:

(0,5 puntos)

Cálculo de valores:

$$\left.\begin{array}{l} m_y = A_{UPN\ 260} \cdot d \\ I_y = 2 \cdot \left(I_{y'\ UPN\ 260} + A \cdot d^2 \right) \\ A_{UPN\ 260} = 48{,}3\ cm^2 \\ d = 22{,}5\ cm - 2{,}36\ cm = 20{,}14\ cm \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} m_y = 973\ cm^3 \\ I_y = 39817\ cm^4 \end{array}$$



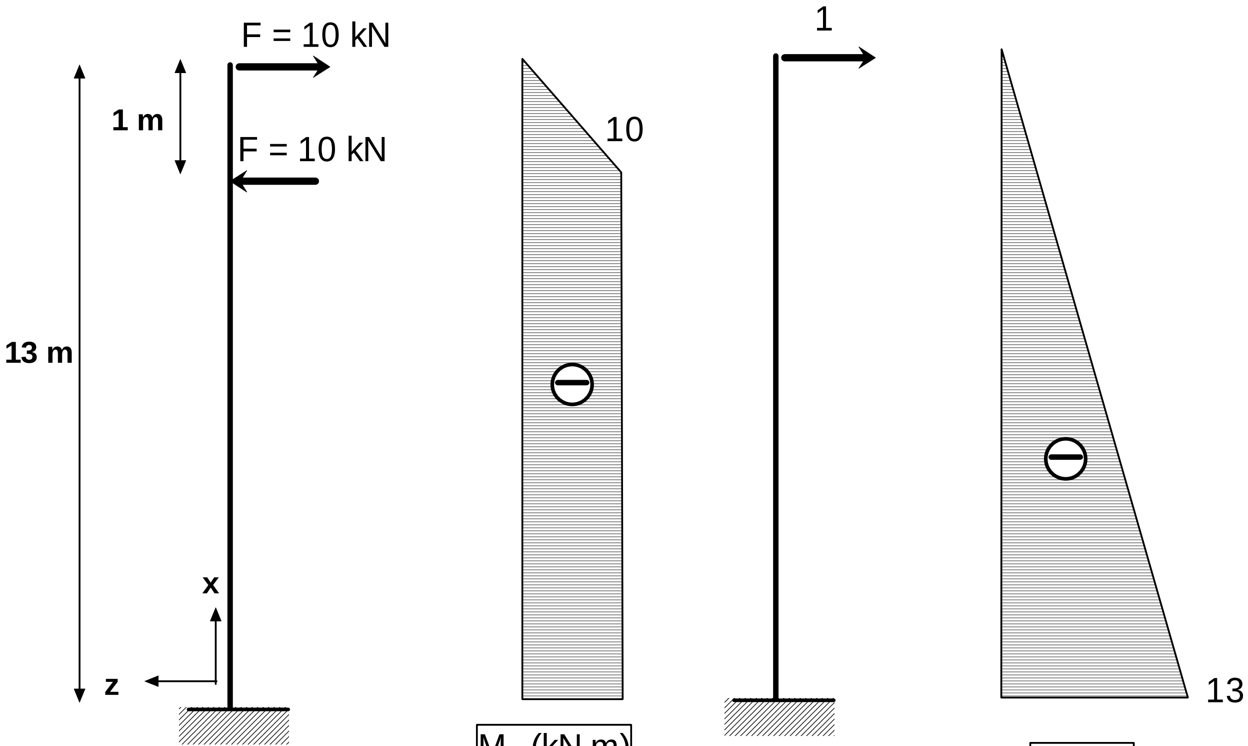
(3 puntos)

$$F_{deseq} = \frac{10^4\ N \cdot 973\ cm^3 \cdot 70\ cm}{39817\ cm^4} = 17105\ N$$

$$\tau = \frac{17105\ N}{2 \cdot 3\ mm \cdot 100\ mm} = 29\ MPa < 150\ MPa$$

(2,5 puntos)

b.- Empleando el método de la carga unidad, se tiene:



MP (kN·m) — (1 punto)

M1 (m) — (0,5 puntos)

$$\delta_1 = -v(13\ m) = \int_0^{13\ m} \frac{M_P M_1}{EI_y}\,dx$$

Empleando el método de multiplicación de gráficos:

$$\delta_1 = \frac{1}{2{,}1\cdot 10^5 \dfrac{N}{mm^2}\cdot 3{,}98\cdot 10^8\, mm^4}\left(\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 1\cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\cdot \frac{13+1}{2}\cdot 12\cdot 10\right)\cdot 10^{12}\, N\cdot mm^3 = 10\ mm$$

(2,5 puntos)

El desplazamiento eficaz es en el sentido de la carga unidad, por ser positivo su valor.

También se puede resolver la integral empleando las leyes de momento flector:

$$\delta_1 = \int_0^{12\ m} \frac{(-10)kN\cdot m\cdot(-13+x)m}{EI_y}\,dx + \int_{12\ m}^{13\ m} \frac{10\cdot(-13+x)kN\cdot m\cdot(-13+x)m}{EI_y}\,dx$$

También se puede resolver mediante el empleo de la ecuación universal de la elástica:

$$v(13m) = \frac{1}{EI_y}\left(-10kN\cdot m\cdot \frac{13^2}{2}m^2 + 10kN\cdot \frac{1^3}{6}m^3\right)$$