

RESISTENCIA DE MATERIALES II
EXAMEN DE JUNIO

PROBLEMA 1 (10 puntos)

Fecha de publicación de la preacta: 24 de junio de 2011

Fecha de revisión del examen: 1 de julio de 2011 a las 16:00

Se considera la construcción de la figura compuesta por dos vigas principales paralelas de 2 m de longitud simplemente apoyadas en sus extremos pero con el giro impedido alrededor de su eje y con los siguientes perfiles laminados de acero:

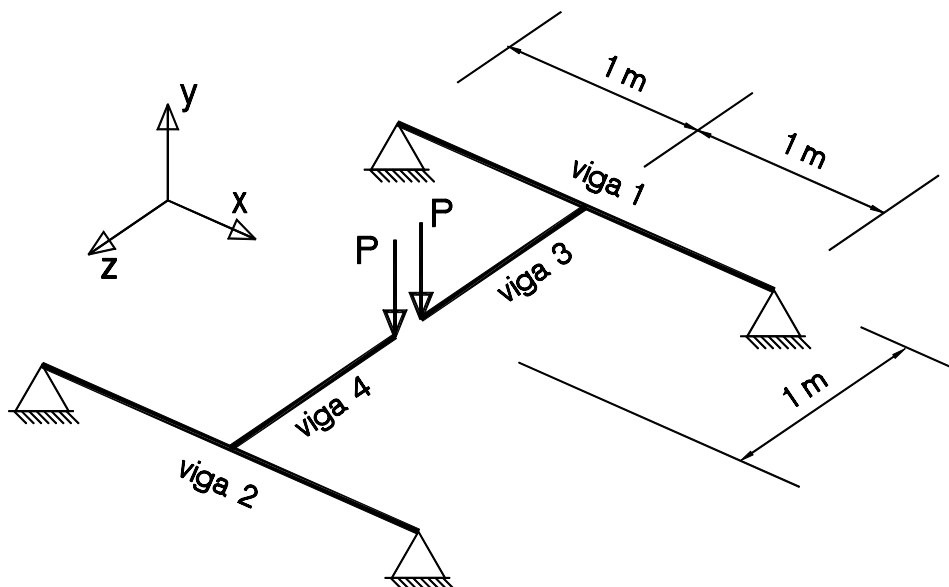
Viga 1: perfil tubular cuadrado de 100 mm de lado y 5 mm de espesor

Viga 2: perfil laminado HEB-200

A las vigas principales se unen en su punto medio sendas vigas secundarias iguales, 3 y 4, de 1 m de longitud de forma que quedan enfrentadas entre sí.

Sabiendo que únicamente actúan fuerzas $P = 2$ kN hacia abajo en los extremos de las vigas secundarias, se pide:

- 1) Tensiones tangenciales máximas en las vigas 1 y 2, indicando el punto de su sección en el que se producen (en MPa redondeando a un decimal).
- 2) Diferencia de desplazamiento vertical entre los extremos de las vigas secundarias 3 y 4 (en mm redondeando a dos decimales), indicando cual desciende más.
- 3) Explica razonadamente cuál es la principal causa de la diferencia de flechas calculada en el punto anterior.



Datos: Acero: $E_a = 210$ GPa, $G_a = 80$ GPa

Flecha δ de una viga de longitud L biapoyada con una carga P en el centro: $\delta = \frac{P \cdot L^3}{48EI_z}$

SOLUCIÓN AL PROBLEMA 1

1) Las tensiones tangenciales son debidas al esfuerzo cortante y al momento torsor.

Esfuerzo cortante máximo en las vigas 1 y 2: $T_y = P/2 = 1kN$ 0,5 puntos

Esfuerzo torsor máximo en las vigas 1 y 2: $M_T = 1 \cdot P/2 = 1kNm$ 0,5 puntos

Tensiones tangenciales en viga 1 (perfil tubular 100.5)

Las tensiones máximas tienen lugar en la fibra que pasa por el centro de gravedad:

$m_z = 31,90 \text{ cm}^3$ $I_z = 266 \text{ cm}^4$ $e = 5 \text{ mm}$

Por esfuerzo cortante: $\tau_{\max,T} = \frac{T_y \cdot m_z}{I_z \cdot 2e} = \frac{1000 \cdot 31900}{266 \cdot 10^4 \cdot 10} = 1,2 \text{ MPa}$ 0,5 puntos

Por momento torsor: $\tau_{\max,M} = \frac{M_T}{2eA^*} = \frac{1 \cdot 10^6}{2 \cdot 5 \cdot 9025} = 11,1 \text{ MPa}$ 0,5 puntos

Con $A^* = (100 - 5)^2 = 9025 \text{ mm}^2$

Por tanto la máxima tensión tangencial es: $\tau_{\max} = 1,2 + 11,1 = 12,3 \text{ MPa}$ 0,5 puntos

Tensiones tangenciales en viga 2 (perfil HEB-200)

Las tensiones máximas tienen lugar en la fibra superior en la unión ala-alma:

$m_z = 10 \cdot 1,5 \cdot 5 = 75 \text{ cm}^3$ $I_z = 5696 \text{ cm}^4$ $e = 15 \text{ mm}$

Por esfuerzo cortante: $\tau_{\max,T} = \frac{T_y \cdot m_z}{I_z \cdot e} = \frac{1000 \cdot 75 \cdot 10^3}{5696 \cdot 10^4 \cdot 15} = 0,1 \text{ MPa}$ 0,5 puntos

Por momento torsor: $\tau_{\max,M} = \frac{M_T}{I_T} e_{\max} = \frac{1 \cdot 10^6}{63,4 \cdot 10^4} \cdot 15 = 23,7 \text{ MPa}$ 0,5 puntos

Con $I_T = 63,4 \text{ cm}^4$

Por tanto la máxima tensión tangencial es: $\tau_{\max} = 0,1 + 23,7 = 23,8 \text{ MPa}$ 1 punto

2) El desplazamiento vertical del extremo de la viga 3 ó 4 será la suma de tres términos:

$\delta_3 = \delta_{F1} + \delta_{F3} + \theta_1 \cdot L_3$ $\delta_4 = \delta_{F2} + \delta_{F4} + \theta_2 \cdot L_4$ 0,5 puntos

Siendo: $\delta_{F1}; \delta_{F2}$ = desplazamiento vertical por flexión de la viga 1 ó 2

$\delta_{F3} = \delta_{F4}$ = desplazamiento vertical por flexión de la viga 3 ó 4

$\theta_1; \theta_2$ = giro por torsión de la viga 1 ó 2

$L_3 = L_4$ = Longitud de la viga 3 ó 4

Y la diferencia de desplazamientos será:

$\Delta\delta = \delta_{F1} + \theta_1 \cdot L_3 - \delta_{F2} - \theta_2 \cdot L_4$

Obteniendo los siguientes valores:

$\delta_{F1} = \frac{P \cdot L^3}{48EI_z} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 2000^3}{48 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 266 \cdot 10^4} = 0,60 \text{ mm}$ 0,5 puntos

$\delta_{F1} = \frac{P \cdot L^3}{48EI_z} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 2000^3}{48 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 5696 \cdot 10^4} = 0,03 \text{ mm}$ 0,5 puntos

$$\theta_1 \cdot L_3 = \frac{M_T}{GI_T} \frac{L_1}{2} L_3 = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 1000}{80 \cdot 10^3 \cdot 440 \cdot 10^4} 1000 = 2,84 \text{ mm} \quad \text{Con } I_T = 440 \text{ cm}^4 \quad \boxed{1 \text{ punto}}$$

$$\theta_{21} \cdot L_4 = \frac{M_T}{GI_T} \frac{L_1}{2} L_3 = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 1000}{80 \cdot 10^3 \cdot 63,4 \cdot 10^4} 1000 = 19,72 \text{ mm} \quad \text{Con } I_T = 63,4 \text{ cm}^4 \quad \boxed{1 \text{ punto}}$$

Por tanto: $\boxed{\Delta \delta = 0,63 + 2,84 - 0,03 - 19,72 = -16,28 \text{ mm}}$ $\boxed{1 \text{ punto}}$

Siendo mayor el descenso del extremo de la viga 4.

- 3) La causa de la diferencia de flechas es la diferencia de rigidez a torsión entre un perfil abierto, viga 2, y un perfil cerrado, viga 1, que hace que el abierto tenga mayores giros a torsión que el cerrado.

$\boxed{1 \text{ punto}}$