

**RESISTENCIA DE MATERIALES II**  
**EXAMEN DE JUNIO**

**PROBLEMA 2**

**Fecha de publicación de la preacta:** 24 de junio de 2011

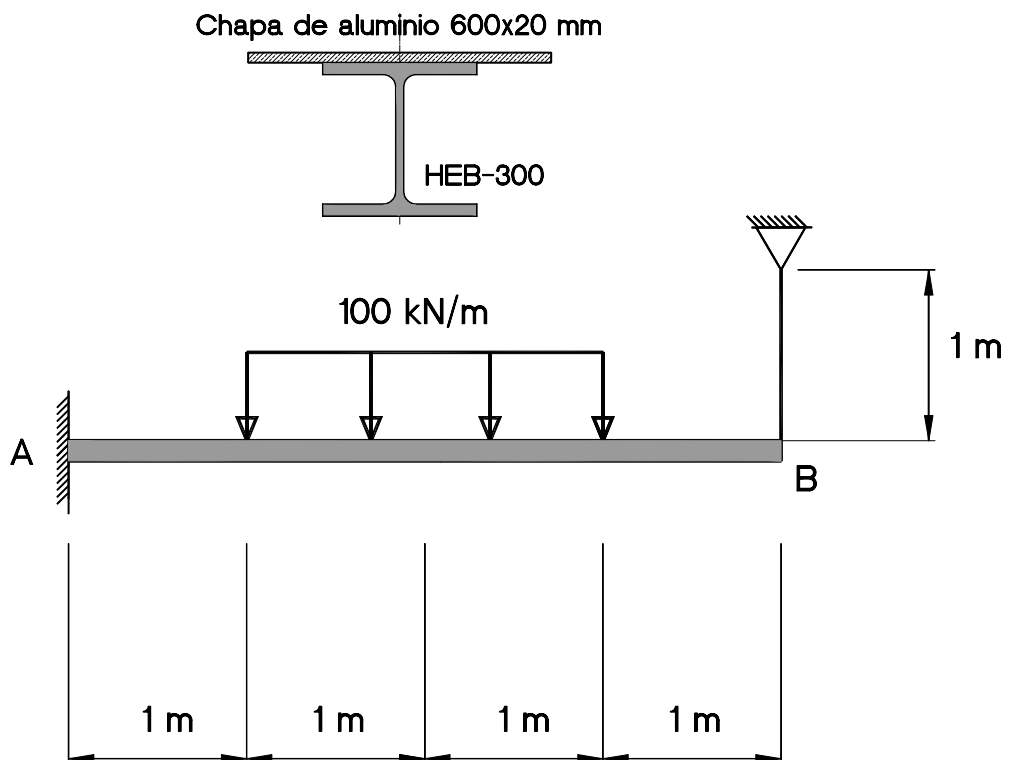
**Fecha de revisión del examen:** 1 de julio de 2011 a las 16:00

La viga compuesta de la figura se encuentra empotrada en su extremo A y colgando de un cable en su extremo B. Sabiendo que actúan las cargas indicadas en la figura, se pide:

- 1) Características de la sección compuesta (área, inercia y posición del centro de gravedad), tomando como referencia el acero.
- 2) Fuerza ejercida por el cable en B, en KN con dos decimales.
- 3) Tensiones normales en las fibras extremas del acero y del aluminio de la viga en la sección del empotramiento A, en MPa con un decimal, indicando si son tracciones o compresiones.

Datos:

Acero:	$E_{ac} = 210 \text{ GPa}$ ,	Perfil HEB-300
Aluminio:	$E_{al} = 70 \text{ GPa}$ ,	Chapa de 600x20 mm
Cable:	$E \cdot A = 30.000 \text{ kN}$	( $E = \text{módulo de Young}$ ; $A = \text{Área}$ )



**SOLUCIÓN AL PROBLEMA 2**

1) Transformamos la sección de aluminio reduciendo el ancho:

$$n = \frac{E_{al}}{E_{ac}} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3} = 0,333, \text{ por tanto } b_{al}^* = nb_{al} = \frac{1}{3} 600 = 200mm$$

Las características de la sección compuesta son:

$$A^* = A_{HEB-300} + b_{al}^* \cdot e_{al} = 149,1 + 20 \cdot 2 = 189,1cm^2$$

0,5 puntos

$$y_{G,sup}^* = \frac{149,1 \cdot (15 + 2) + 20 \cdot 2 \cdot 1}{189,1} = 13,616cm$$

1 punto

$$I^* = I_{HEB-300} + A_{HEB-300} \cdot (y_{G,sup} - y_{G,sup}^*)^2 + \frac{b_{al}^* \cdot e_{al}^3}{12} + b_{al}^* \cdot e_{al} \left( \frac{e_{al}}{2} - y_{G,sup}^* \right)^2 = 33253,284cm^4$$

1 punto

2) Se trata de una estructura hiperestática, aplicamos la condición de compatibilidad de movimientos en el punto B, igualando la flecha de la viga con el alargamiento del cable:

Las reacciones en el empotramiento son:  $R_{YA}$ ,  $R_{XA}$ ,  $M_A$ . La otra incógnita es la fuerza en el cable: T

Ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{XA} = 0$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{YA} - 2 \cdot 100 + T = 0 \Rightarrow R_{YA} = 200 - T$$

0,5 puntos

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 2 \cdot 200 + T \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_A = 400 - 4T$$

0,5 puntos

Flecha de la viga: utilizamos la ecuación universal de la elástica poniendo el origen  $x=0$  en el punto A:

$$EI_z y = EI_z y_0 + EI_z \theta_0 x - \frac{M_A}{2} x^2 + \frac{R_{YA}}{6} x^3 - \frac{100}{24} \left[ \langle x-1 \rangle^4 - \langle x-3 \rangle^4 \right]$$

0,5 puntos

Las condiciones de contorno son:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow y_0 = 0$$

0,5 puntos

$$x = 0 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow \theta_0 = 0$$

0,5 puntos

$$x = 4 \Rightarrow y = -\Delta l_{cable} \Rightarrow EI_z y = -\frac{M_A}{2} 16 + \frac{R_{YA}}{6} 64 - \frac{3^4 - 1}{24} 100 = -EI_z \frac{T}{EA} L_{cable} = -EI_z \frac{T}{30000}$$

1 punto

$$(4T - 400)8 + (200 - T) \frac{32}{3} - \frac{1000}{3} = -EI_z \frac{T}{30000} \Rightarrow -1400 + \frac{64}{3} T = -\frac{69831,90T}{30000} \Rightarrow T = 59,17kN$$

$$\text{Con } EI_z = 210000 \cdot 10^3 \cdot 33253,284 \cdot 10^{-8} = 69831,90kNm^2$$

1 punto

3) El momento flector en el punto A es:

$$M_z = -M_A = -400 + 4T = -400 + 4 \cdot 59,17 = -163,32 \text{ mkN}$$

1 punto

Las tensiones extremas en acero y aluminio se obtienen aplicando la ley de Navier a la sección compuesta:

$$\sigma_{ac,sup} = \frac{-M_A}{I^*} y_{ac,sup}^* = \frac{163,32 \cdot 10^6}{33253,284 \cdot 10^4} (136,16 - 20) = 57,1 \text{ MPa}$$

Tracción

0,5 puntos

$$\sigma_{ac,inf} = \frac{-M_A}{I^*} y_{ac,inf}^* = \frac{163,32 \cdot 10^6}{33253,284 \cdot 10^4} (136,16 - 320) = -90,3 \text{ MPa}$$

Compresión

0,5 puntos

$$\sigma_{al,sup} = n \frac{-M_A}{I^*} y_{al,sup}^* = \frac{1}{3} \frac{163,32 \cdot 10^6}{33253,284 \cdot 10^4} (136,16) = 22,3 \text{ MPa}$$

Tracción

0,5 puntos

$$\sigma_{al,inf} = n \frac{-M_A}{I^*} y_{al,inf}^* = \frac{1}{3} \frac{163,32 \cdot 10^6}{33253,284 \cdot 10^4} (136,16 - 20) = 19,0 \text{ MPa}$$

Tracción

0,5 puntos