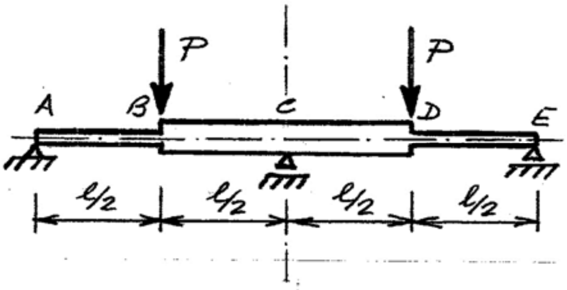
RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2011-12**
EXAMEN DE JULIO **19-7-2012**
Fecha de publicación de la preacta: 27 de Julio
Fecha de revisión: 4 de Septiembre a las 10,30 horas.

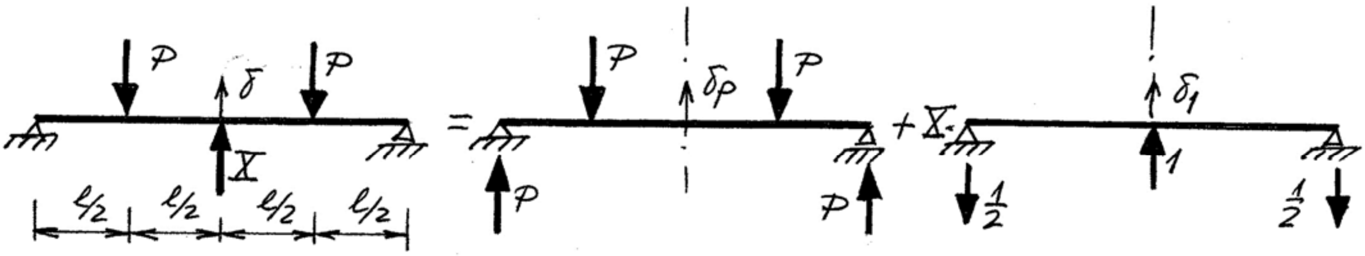
INDUSTRIALES
ETSII | UPM

PROBLEMAS (10 puntos)

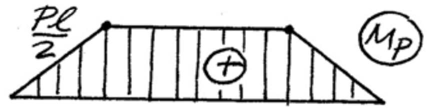
1. La viga simétrica indicada en la figura tiene en su parte central *BCD* una sección con un momento de inercia doble que en las partes extremas *AB* y *DE*, siendo en su totalidad del mismo material.
   Se pide determinar la reacción en el apoyo central *C*.
   (5 puntos)



La viga es hiperestática de grado 1. Tomando como incógnita la reacción en el apoyo central y aplicando superposición, tendremos:



$$M_P = Px - P\langle x - \tfrac{l}{2}\rangle - P\langle x - \tfrac{3l}{2}\rangle \qquad M_1 = -\tfrac{1}{2}x + 1\langle x - l\rangle$$



La condición para que X sea la reacción será: $\delta = \delta_P + X\delta_1 = 0$

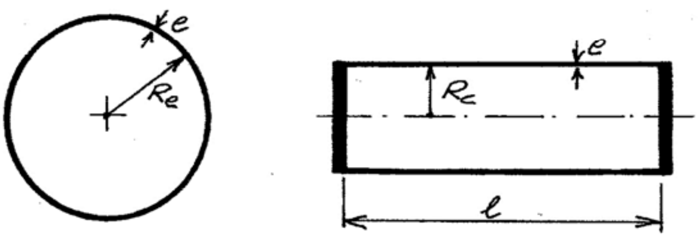
Llamando I a I_z en los extremos, y aplicando el Método de Mohr:

$$\delta_P = \int_0^{2l} \frac{M_P M_1}{EI_z}dx = -\frac{2}{E}\left[\frac{1}{I}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}\frac{l}{2}\frac{Pl}{2}}\cdot\underbrace{\frac{2}{3}\frac{l}{4}} + \frac{1}{2I}\cdot\underbrace{\frac{l}{2}\frac{Pl}{2}}\cdot\underbrace{\frac{3}{4}\frac{l}{2}}\right] = -\frac{13}{8\cdot 12}\cdot\frac{Pl^3}{EI}$$

$$\delta_1 = \int_0^{2l} \frac{M_1^2}{EI_z}dx = \frac{2}{E}\left[\frac{1}{I}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}\frac{l}{2}\frac{l}{4}}\cdot\underbrace{\frac{2}{3}\frac{l}{4}} + \frac{1}{2I}\left(\underbrace{\frac{l}{2}\frac{l}{4}}\cdot\underbrace{\frac{3}{4}\frac{l}{2}} + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{l}{2}\frac{l}{4}}\cdot\underbrace{\frac{5}{6}\frac{l}{2}}\right)\right] = \frac{18}{16\cdot 12}\cdot\frac{l^3}{EI}$$

$$X = -\frac{\delta_P}{\delta_1} = \frac{16\cdot 12}{18}\cdot\frac{EI}{l^3}\cdot\frac{13}{8\cdot 12}\cdot\frac{Pl^3}{EI} = \frac{13}{9}P$$

2. Se consideran dos recipientes para almacenar el mismo volumen de gas. El primero es esférico y el segundo es de cuerpo cilíndrico y fondos planos. Los dos tienen el mismo espesor e (pequeño frente a los radios) y son del mismo material.
   Se pide determinar la relación entre la longitud ℓ y el radio R_c del cuerpo para que el recipiente cilíndrico pueda sustituir al esférico con la misma seguridad, si en el cálculo se aplica el criterio de la máxima tensión tangencial.
   Nota: Se deducirán las fórmulas empleadas a partir de las dadas en el formulario.
   (5 puntos)



Al tratarse de un gas $p = cte$.

– Recipiente esférico. $\rho_m = \rho_t = R_e$

$$\sigma_m = \frac{p\rho_t}{2e} = \frac{pR_e}{2e}$$

$$\sigma_t = \frac{p\rho_t}{e}\left(1 - \frac{\rho_t}{2\rho_m}\right) = \frac{pR_e}{e}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{pR_e}{2e}$$

$$\sigma_z \simeq 0 \qquad \sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_m(\sigma_t) - 0 = \frac{pR_e}{2e}$$

– Recipiente cilíndrico. $\rho_m = \infty$; $\rho_t = R_c$

$$\sigma_m = \frac{p\rho_t}{2e} = \frac{pR_c}{2e}$$

$$\sigma_t = \frac{p\rho_t}{e}\left(1 - \frac{\rho_t}{2\rho_m}\right) = \frac{pR_c}{e}$$

$$\sigma_z \simeq 0 \qquad \sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t - 0 = p\frac{R_c}{e}$$

Para que la seguridad sea la misma las tensiones equivalentes tienen que ser iguales:

$$\frac{pR_e}{2e} = \frac{pR_c}{e} \quad \rightarrow \quad R_e = 2R_c \quad (1)$$

Al ser los volúmenes iguales: $V_e = V_c$

$$\frac{4}{3}\pi R_e^3 = \pi R_c^2 \ell \quad \rightarrow \quad \frac{4}{3}R_e^3 = R_c^2 \ell \quad (2)$$

Y de (1) y (2) obtenemos: $\frac{4}{3} \cdot 8R_c^3 = R_c^2 \ell \quad \longrightarrow \quad \frac{\ell}{R_c} = \frac{32}{3}$