**CURSO 2011-12**
**14-06-2012**

**RESISTENCIA DE MATERIALES II**
**EXAMEN DE JUNIO**

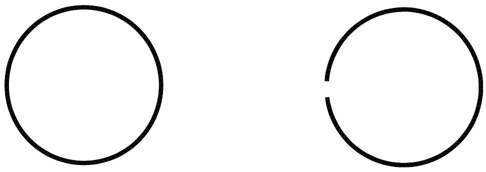
**CUESTIONES (10 puntos)**

**Fecha de publicación de la preacta:** 28 de junio de 2012
**Fecha de revisión del examen:** 5 de julio de 2011 a las 18:00

---

**CUESTIÓN 1** (1 punto)

Una viga de acero de 1,5 m de longitud está sometida a un momento torsor constante de valor 150 mN. Si se desea que el giro relativo entre sus extremos sea máximo, indicar cual de los dos perfiles A o B se utilizaría y calcular el citado giro en grado sexagesimales.



Perfil A Perfil B

Datos: Acero: G = 80 GPa
Perfiles A y B: Diámetro medio = 120 mm Espesor = 3 mm
La longitud del corte en el perfil B es despreciable frente al perímetro total.

**Solución Cuestión 1**

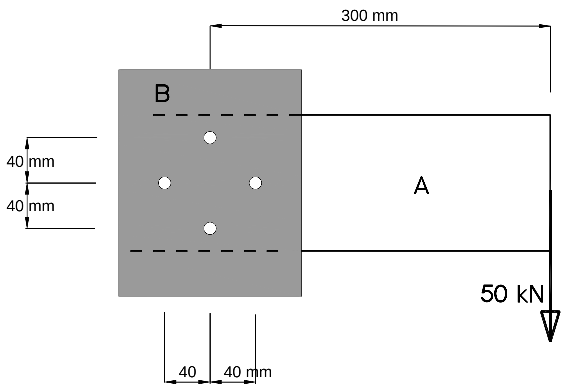
Utilizaremos el perfil B porque tiene menor momento de inercia torsional.

Por tratarse de un perfil abierto: $I_T = \frac{1}{3}\int_S e^3 ds = \frac{3^3 \cdot \pi 120}{3} = 3392{,}92 mm4$

Y el giro viene dado por: $\Delta\theta = \frac{M_T}{GI_T} L = \frac{150 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^3 \cdot 3392{,}92} 1500 = 0{,}8289 rad = 47{,}5^{\circ}$

**CUESTIÓN 2** (1 punto)

Dada la unión atornillada de la figura compuesta por dos chapas laterales B y una chapa central A, situada entre ellas, que se unen mediante 4 tornillos de 16 mm de diámetro, se pide determinar la tensión y el esfuerzo de cortadura en el tornillo más solicitado.

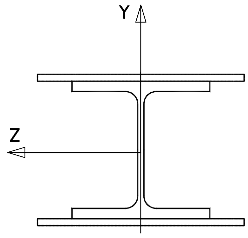



**Solución Cuestión 2**

El tornillo más solicitado es el de la derecha. Se trata de doble cortadura con carga excéntrica.
F = 50 kN M = 50·0,3 = 15 mkN

El valor del esfuerzo de cortadura y la tensión viene dado por:

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{4} + \frac{M}{4 \cdot 0{,}04^2} 0{,}04\right) = 53{,}13 kN \Rightarrow \tau = \frac{T}{\frac{\pi}{4} 16^2} = 264{,}2 MPa$$




**CUESTIÓN 3** (1,5 puntos)

La viga armada de la figura consta de un perfil de acero HEB-200 y dos chapas de acero de 300x10 mm y está sometida a un esfuerzo cortante Ty = 250 kN. Se pide determinar la tensión tangencial máxima (en MPa) indicando en que punto de la sección se produce.

**Solución Cuestión 3**

La tensión tangencial máxima aparece en el centro de gravedad de la sección. Las características de la sección de la viga armada son:

$$I_z = 5696 + 2\cdot\left(\frac{30}{12}1 + 30\cdot 1\cdot(10 + 1/2)^2\right) = 12316 cm^4 \qquad m_z = 321 + 30\cdot 1\cdot(10 + 1/2) = 636 cm^3$$

Y la tensión tangencial resulta: $\tau = \dfrac{T_y \cdot m_z}{I_z \cdot e} = \dfrac{250\cdot 10^3 \cdot 636\cdot 10^3}{12316\cdot 10^4 \cdot 9} = 143{,}4 MPa$

**CUESTIÓN 4** (1 punto)

En la sección de la cuestión anterior si cada una de las chapas se unen al perfil mediante dos cordones discontinuos de soldadura de garganta a = 6 mm y longitud s = 50 mm, determinar el paso máximo entre cordones.
Datos: $\tau_{adm}$ = 350 MPa

**Solución Cuestión 4**

$$F = 2\cdot a \cdot s\, \tau_{adm} \Rightarrow \frac{T_y m_z^*}{I_z} p = 2\cdot a \cdot s\, \tau_{adm} \Rightarrow p = \frac{2 a \cdot s\, \tau_{adm} I_z}{T_y m_z^*} = 328{,}4 mm$$

Con $m_z$* =30·1·(10+1/2) = 315 $cm^3$

**CUESTIÓN 5** (1,5 puntos)

Si en la sección de las cuestiones anteriores las chapas fueran de aluminio y la sección estuviera sometida a un momento flector Mz = 250 mkN, calcular las tensiones máximas en el acero y en el aluminio, indicando la fibra en la que aparecen.
Datos: Acero: $E_a$ = 210 GPa
Aluminio: $E_{al}$ = 70 GPa

**Solución Cuestión 5**

Transformamos toda la sección a acero, por tanto n = 1/3.
El momento de inercia de la sección compuesta es:

$$I_z = 5696 + \frac{1}{3} 2\cdot\left(\frac{30}{12}1 + 30\cdot 1\cdot(10 + 1/2)^2\right) = 7902{,}67 cm^4$$

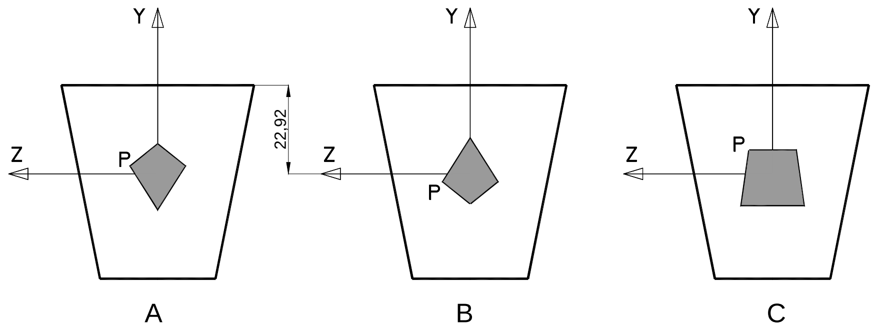
Y las tensiones máximas se dan en las fibras extremas de cada material:

$$\sigma_{acero} = \frac{M_z}{I_z} y_{\max} = \frac{250\cdot 10^6}{7902{,}67\cdot 10^4} 100 = 316{,}3 MPa$$

$$\sigma_{alu\min} = \frac{M_z}{I_z} y_{\max} = \frac{1}{3}\frac{250\cdot 10^6}{7902{,}67\cdot 10^4}(100 + 10) = 116 MPa$$

**CUESTIÓN 6** (1,5 puntos)

En la sección de la figura indicar cual de las soluciones A, B o C representa el núcleo central y determinar las coordenadas del punto P (cotas en cm).




Datos: Base mayor = 50 cm Base menor = 30 cm Altura = 50 cm
Y, Z son ejes principales: $i_z^2 = 203{,}99\ cm^2$ $i_y^2 = 141{,}67\ cm^2$

**Solución Cuestión 6**

El nucleo central tendrá la forma indicada en A.
Las coordenadas del punto P se obtienen cuando la fibra neutra coincide con el contorno recto que pasa por los siguientes puntos:

Punto 1: z = - 25 cm y = 22,92 cm
Punto 2: z = - 15 cm y = -27,08 cm

$$\frac{z+25}{-10} = \frac{y-22{,}92}{50} \Rightarrow 5z+125 = 22{,}92 - y \Rightarrow 1 + \frac{y}{102{,}08} + \frac{z}{20{,}42} = 0$$

Y las coordenadas del punto P:
$$\begin{cases} y_P = \dfrac{i_z^2}{102{,}28} = 2{,}00cm \\ z_P = \dfrac{i_y^2}{20{,}42} = 6{,}94cm \end{cases}$$

**CUESTIÓN 7** (1 punto)

Una pieza con forma perfecta toroidal y 2 mm de espesor se ha hundido en un lago a 20 m de profundidad. Se pide determinar las tensiones de membrana en el punto A en MPa, indicando si son de tracción o compresión (suponer que toda la pieza está a la misma profundidad y que el peso específico del agua de lago es $\gamma = 10\ kN/m^3$).

Datos: R = 50 cm r = 20 cm

**Solución Cuestión 7**

En el punto A se tiene: presión p = 20·10 = 200 kN/m$^2$ = 0,2 MPa

- Curvas meridianas: $\rho_m = r$
- Curvas paralelas: $\rho_t = R+r$

La ecuación de Laplace toma la forma: $\frac{N_m}{r} + \frac{N_t}{R+r} = -p = -0{,}2 MPa$

Cortamos el toro diametralmente por un plano horizontal y por un cilindro de diámetro R en dirección vertical, el equilibrio de fuerzas verticales nos da la resultante meridiana en el borde exterior:

$$F = N_m 2\pi(R+r) = p\pi\left[(R+r)^2 - R^2\right] = p\pi r(2R+r) \Rightarrow N_m = \frac{pr(2R+r)}{2(R+r)} = \frac{-0{,}2\cdot 200\cdot(1000+200)}{2\cdot 700} = -34{,}29 N/mm$$

$$\frac{N_t}{R+r} = -0{,}2 - \frac{N_m}{r} \Rightarrow N_t = -700\cdot\left(-0.2 + \frac{34{,}29}{200}\right) = -20{,}0 N/mm$$

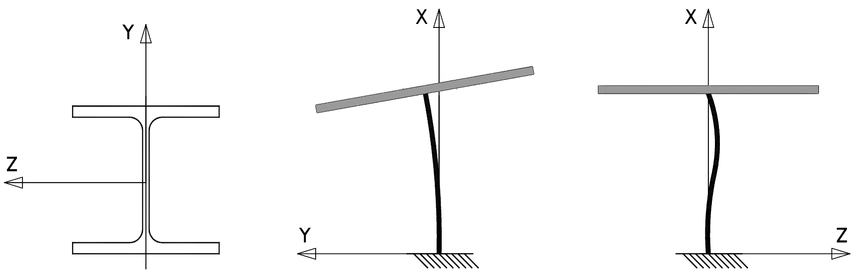
Las tensiones se obtienen dividiendo por el espesor: $\begin{cases} \sigma_m = \frac{-34{,}29}{2} = -17{,}14 MPa \\ \sigma_t = \frac{-20{,}0}{2} = -10{,}0 MPa \end{cases}$

Ambas son de compresión.

**CUESTIÓN 8** (1,5 puntos)

La marquesina de la figura, compuesta por un pilar HEB-180 de 4 m de altura, orientado con los ejes de la figura, y una plataforma superior, se puede deformar en el plano XY y en el XZ según las formas representadas. Ante una carga vertical incremental se pide determinar en cual de los dos planos se producirá el pandeo del pilar y el valor de la carga crítica de Euler.

Datos: Acero: $E_a$ = 210 GPa




**Solución Cuestión 8**

El pandeo se producirá en el plano en el que la carga crítica de Euler sea menor, es decir, donde la esbeltez sea mayor:

En el plano XY: $\lambda_z = \frac{l_{pz}}{i_z} = \frac{2\cdot 400}{7{,}66} = 104{,}44$

En el plano XZ: $\lambda_y = \frac{l_{py}}{i_y} = \frac{0.7\cdot 400}{4{,}57} = 61{,}27$

Por tanto, el pandeo se producirá en el plano XY y la carga crítica de Euler toma el valor:

$$P_c = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = \frac{\pi^2\cdot 210 10^3\cdot 65{,}3 10^2}{104{,}44^2} = 1240822\text{N} = 1240{,}8\text{kN}$$