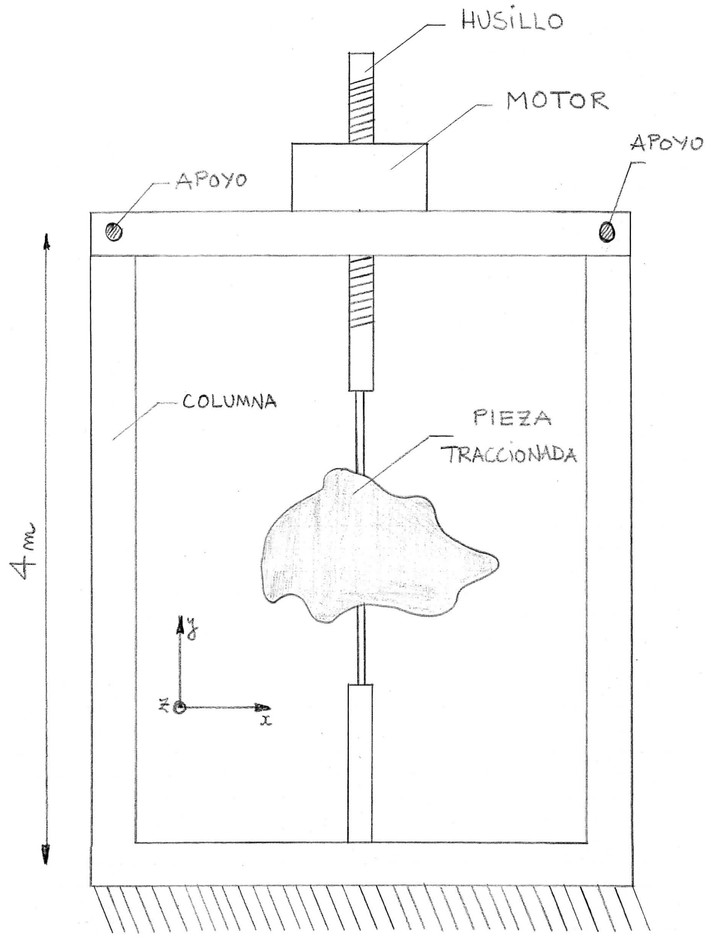
Prueba 3, Grupos M2 y T3 **Curso 2012/13** (14/1/2013)

1. Una máquina de tracción consta de dos columnas con perfil cuadrado hueco 160.8 y dos vigas horizontales. La viga inferior está empotrada en el suelo y la superior, apoyada sobre las dos columnas. Las columnas son de acero (E = 210 GPa) y tienen una longitud de 4 m. A la vista de sus uniones con las vigas, las secciones inferiores de las columnas no pueden ni desplazarse ni girar; las secciones superiores tienen impedido únicamente su desplazamientos según la dirección x.



Para someter una pieza a tracción, el motor desplaza el husillo en dirección y, hacia arriba, sometiendo las columnas a compresión.

i) Calcula la máxima carga de tracción que se puede aplicar sobre la pieza antes de que en las columnas se alcance el límite elástico del acero σ_e = 300 MPa (1 punto).

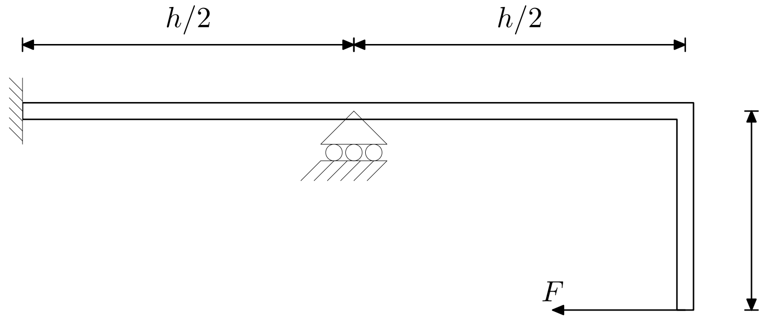
ii) Calcular la máxima carga de tracción que se puede aplicar sobre la pieza antes de que las columnas pandeen, indicando el plano de pandeo (NOTA: las columnas pueden pandear en los planos xy e yz) (4 puntos).

2. En la estructura de la figura:

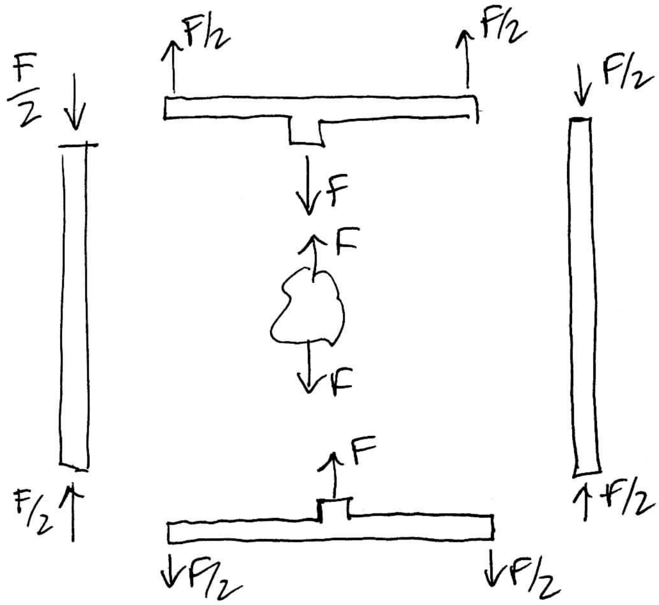
a) Determina el desplazamiento horizontal bajo la carga F (3 puntos).

b) Si la sección de las dos vigas es circular de radio r, calcula la tensión normal máxima indicando el punto donde se da ésta (2 puntos).

(Dato: módulo de Young: E)



1) Diagrama de fuerzas



2) Carga máxima por compresión de las columnas

$$\sigma = \frac{F/2}{A} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{F/2}{46{,}40\ 10^2} \leq 300$$

$$\Rightarrow \boxed{F \leq 2784 \text{ kN}}$$

3) Carga máxima por pandeo de las columnas

$$\lambda_x = \frac{l_p^x}{i_x} = \frac{l_p^{emp.lib}}{i} = \frac{2 \cdot 4000}{61{,}2} = 130{,}7$$

$$\lambda_z = \frac{l_p^z}{i_z} = \frac{l_p^{emp.ap}}{i} = \frac{0{,}7 \cdot 4000}{61{,}2} = 45{,}8$$

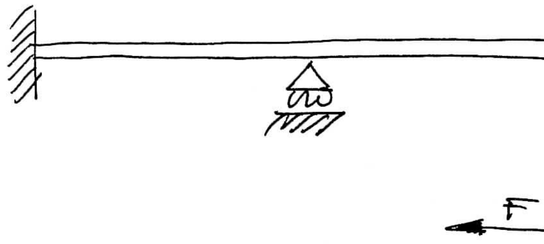
$$P_{crit} = EA\frac{\pi^2}{\lambda^2} = \frac{EA\pi^2}{\max(\lambda_x^2, \lambda_z^2)} = 210 \cdot 10^3 \cdot 46{,}40\ 10^2 \frac{\pi^2}{130{,}7^2}$$

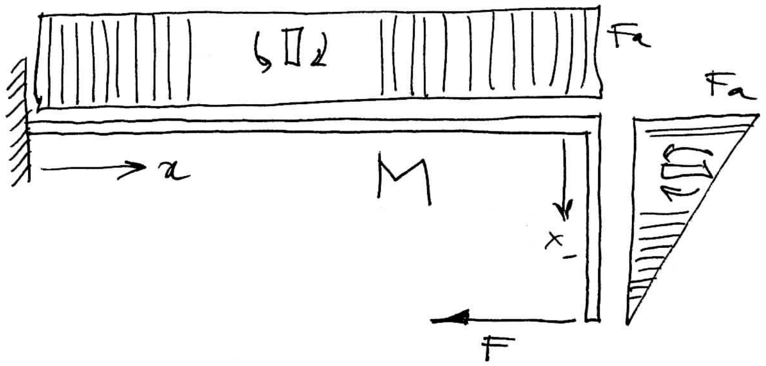
$$= 563 \text{ kN}$$

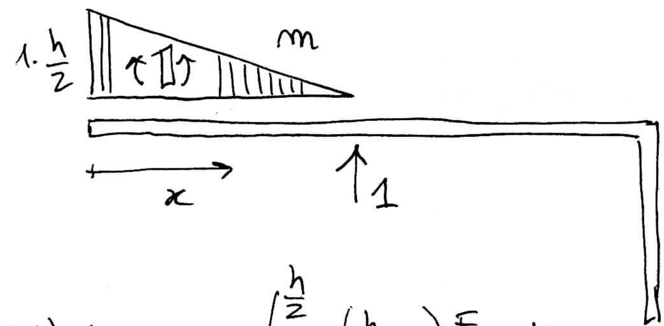
$$F_{crit}/2 = P_{crit} \Rightarrow F_{crit} = 2\, P_{crit} = \boxed{1126 \text{ kN}}$$

PROBLEMA 2

Se trata de una estructura hiperestática de grado 1. Encontramos el valor de la reacción hiperestática mediante el método de la carga unidad

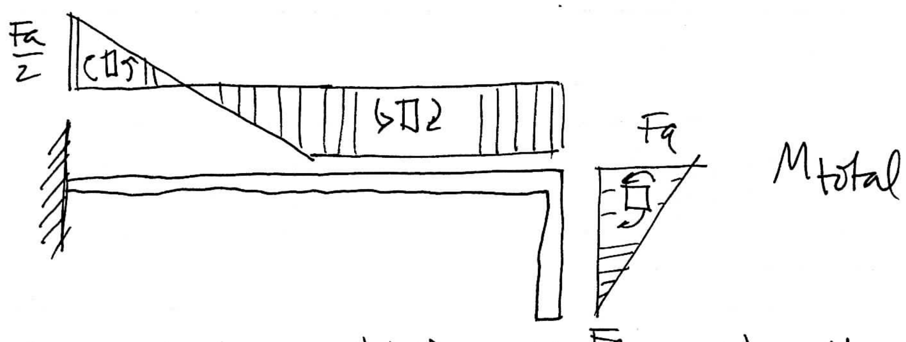




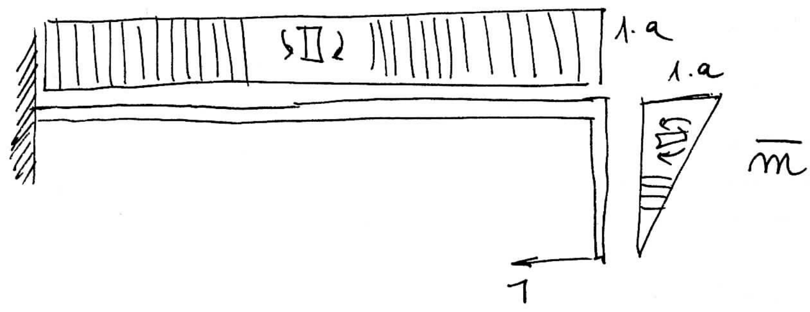


$$R = -\frac{\int_0^{\frac{h}{2}} \frac{1}{EI}\, m(x)\, M(x)\, dx}{\int_0^{\frac{h}{2}} \frac{1}{EI}\, m^2(x)\, dx} = -\frac{\int_0^{\frac{h}{2}} \left(\frac{h}{2}-x\right) Fa\, dx}{\int_0^{\frac{h}{2}} \left(\frac{h}{2}-x\right)^2 dx} = 3\,\frac{Fa}{h}$$

Una vez calculada R, determinamos el valor del desplazamiento horizontal bajo F usando otra vez el método de la carga unidad, pero sobre la estructura isostática auxiliar siguiente



Sometida a esfuerzo flector $\quad M(x) + 3\,\frac{Fa}{h}\, m(x) = M_{total}(x)$



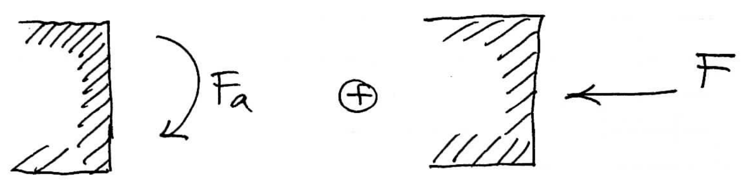
$$\delta = \int \frac{1}{EI} M_{total}(x)\, \overline{m}(x)\, dx$$

$$= \frac{1}{EI} \int_0^h a \cdot Fa\, dx + \int_0^a F(x'-a)(x'-a)\, dx'$$

$$+ \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{h}{2}} 3\frac{Fa}{h}\left(\frac{h}{2}-x\right) \cdot a\, dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[Fa^2h + \frac{F}{3}a^3 + \frac{3}{8}Fa^2h \right] = \frac{Fa^2}{EI}\left(\frac{11}{8}h + \frac{a}{3}\right)$$

b) La viga horizontal está sometida a flexión compuesta. Las tensiones máximas (de compresión) aparecerán en el tramo entre el apoyo y el codo.



$$|\sigma_{max}| = \frac{Fa}{W_z} + \frac{F}{A} = \frac{Fa}{\frac{\pi}{4}r^3} + \frac{F}{\pi r^2} = \frac{F}{\pi r^2}\left(\frac{4a}{r} + 1\right)$$