AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES. CURSO 2012-13

SEGUNDA PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA. 29abril2013

Fecha de publicación de las calificaciones: 23 de Mayo

Revisión del Examen: 28 Mayo a las 10:30 en el Laboratorio

NOMBRE	Nº	GRUPO

1. En un punto (libre de fuerzas exteriores), de la superficie de un sólido, la afirmación VERDADERA es:

- [x] La componente tangencial de la tensión es nula
- [ ] La componente tangencial de la tensión es positiva
- [ ] La componente normal de la tensión es positiva
- [ ] La componente normal de la tensión es negativa

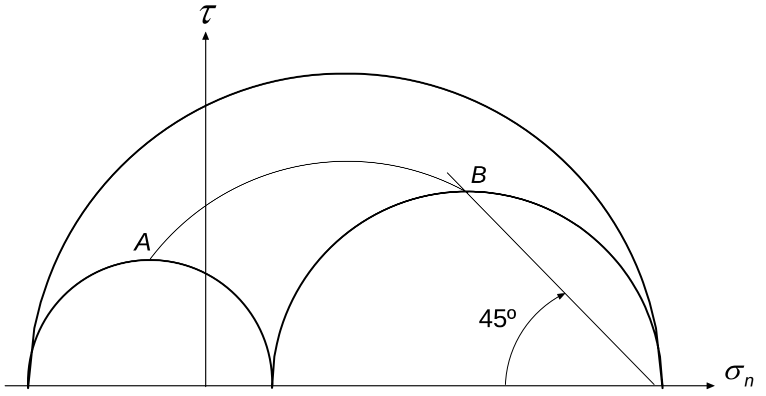
---

2. Indique la afirmación VERDADERA para un elemento diferencial cúbico sometido a compresión biaxial σ según *x* e *y*, sin restricciones a los desplazamientos, y perteneciente a un sólido elástico.

- [ ] En el eje *z* aparecen tensiones de tracción
- [ ] En los ejes *x* e *y* las deformaciones dependen sólo de E y σ
- [ ] En el eje *z* la deformación depende sólo de E y σ
- [x] En los ejes *x* e *y* la deformación depende de E, ν y σ

3.- En el diagrama de Mohr de la figura, el arco AB es el lugar geométrico de los extremos de los vectores tensión…

- [ ] … que forman 45º con la normal al plano
- [ ] … cuyas normales forman 45º con la 3ª dirección principal
- [x] … cuyas normales forman 45º con la 2ª dirección principal
- [ ] … cuyo módulo es igual al radio del arco

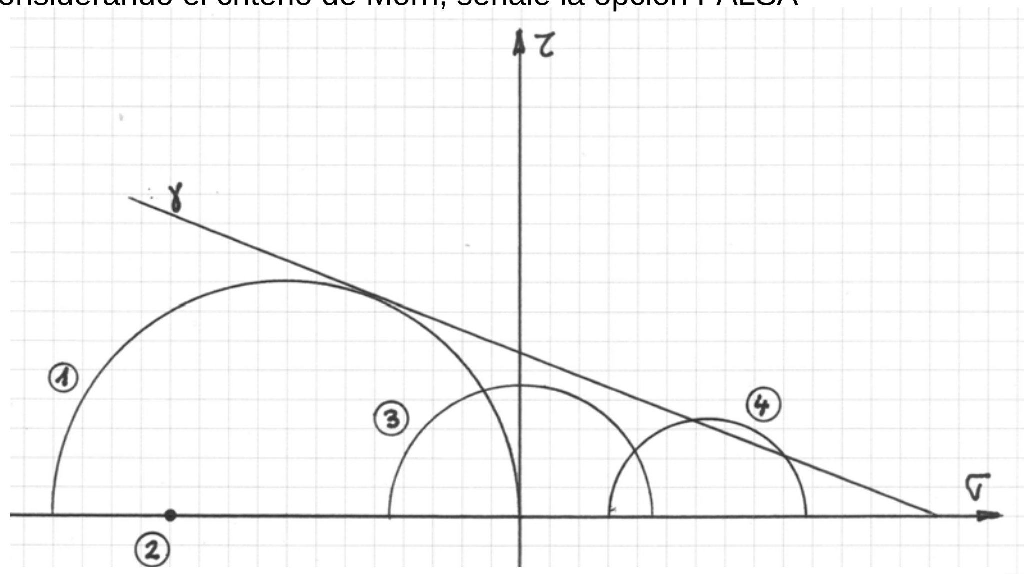


---

4. Indique la afirmación CORRECTA respecto al coeficiente de seguridad frente al fin del régimen elástico:

- [ ] Dicho coeficiente es independiente del criterio de fluencia o rotura utilizado.
- [ ] Nos indica que se ha sobrepasado el comportamiento elástico cuando dicho coeficiente es positivo.
- [X] Para un mismo estado tensional el coeficiente será menor en aquellos criterios más conservadores.
- [ ] En materiales frágiles y empleando el criterio de Rankine el coeficiente es igual en tracción y compresión.

5.- En el diagrama de Mohr de la figura se representa la curva intrínseca simplificada γ y los círculos de Mohr máximos , C_2 , de 4 estados tensionales (el número 2 es un estado de presión hidrostática). Considerando el criterio de Morh, señale la opción FALSA



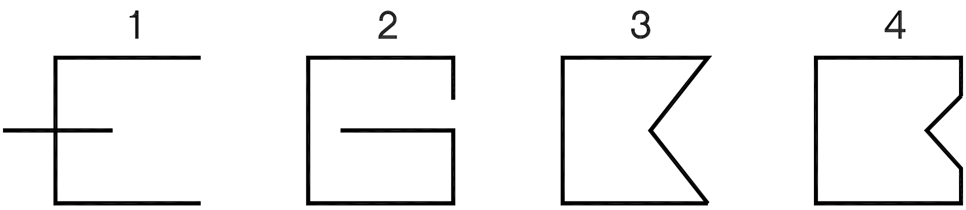
- [ ] En el estado 1, el coeficiente de seguridad es igual a 1
- [ ] No se produce plastificación al aumentar el estado tensional 2
- [ ] En el estado 3, el coeficiente de seguridad es mayor que 1
- [X] En el estado 4, el coeficiente de seguridad es negativo

---

6.-Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:

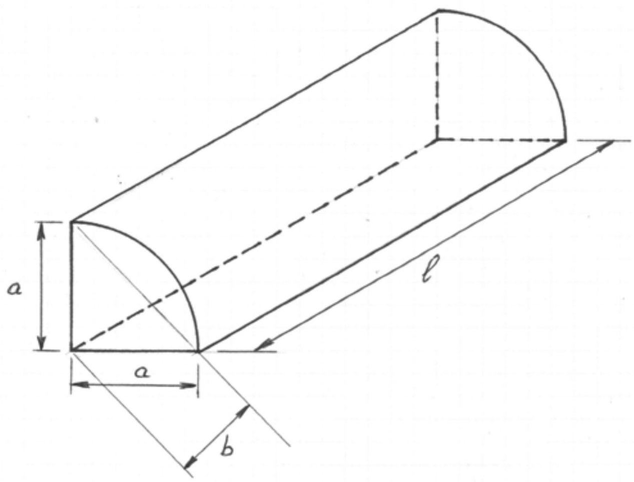
- [ ] En un perfil delgado cerrado, a mayor área encerrada por la línea media, menor tensión tangencial máxima
- [X] En un perfil delgado cerrado de espesor variable sometido a torsión, la tensión tangencial máxima se dará en la zona de espesor máximo
- [ ] En dos barras de sección de pared delgada iguales, pero una abierta y la otra cerrada, frente al mismo momento torsor la energía elástica acumulada es mayor en perfil abierto
- [ ] En un perfil delgado abierto de espesor variable sometido a torsión, la tensión tangencial máxima se dará en la zona de espesor máximo

7.- Ordene de mayor a menor inercia torsional las siguientes secciones de pared delgada suponiendo que tienen el mismo espesor:



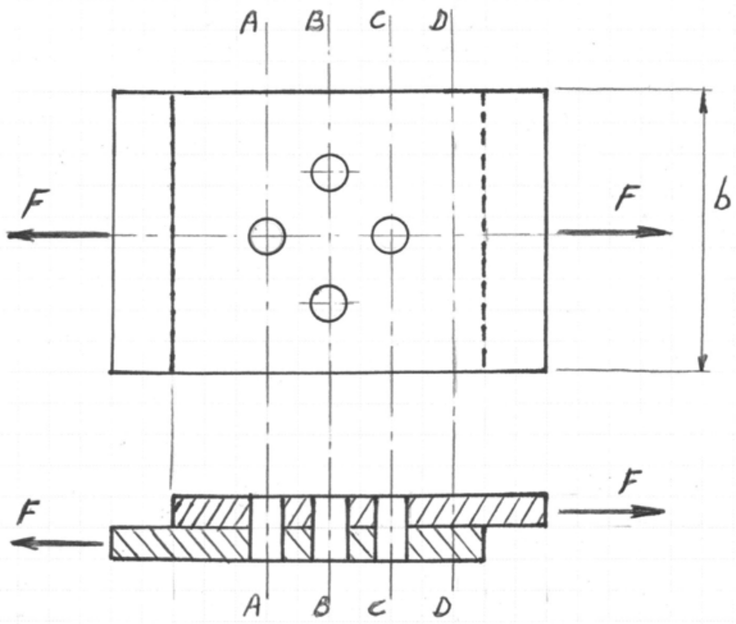
- [ ] 1 2 3 4
- [x] 4 3 2 1
- [ ] 2 1 3 4
- [ ] 3 4 2 1

8.-Para el cordón de soldadura representado en la figura, la sección útil a cortadura es:



- [ ] $\frac{1}{2}a$
- [x] $b\ell$
- [ ] $a\ell$
- [ ] $\ell a\sqrt{2}$

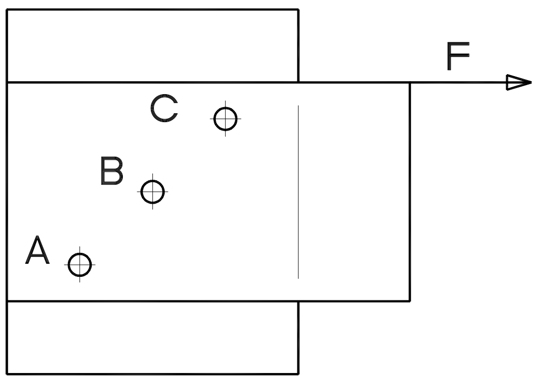
9.- En la figura se representa la unión de dos chapas iguales de espesor e mediante tornillos de igual diámetro Φ . La tensión normal de tracción en las secciones *ABCD* de la chapa superior es (señale la opción FALSA):



- [ ] $\sigma_A = \dfrac{F - 3F/4}{e(b-\phi)}$
- [ ] $\sigma_B = \dfrac{F - F/4}{e(b-2\phi)}$
- [ ] $\sigma_C = \dfrac{F}{e(b-\phi)}$
- [x] $\sigma_D = 0$

10.- Indique cuál de los tornillos de la unión representada en la figura se encuentra más solicitado a cortadura:

- [ ] Tornillo A
- [ ] Tornillo B
- [x] Tornillo C
- [ ] Tornillos A y C por igual

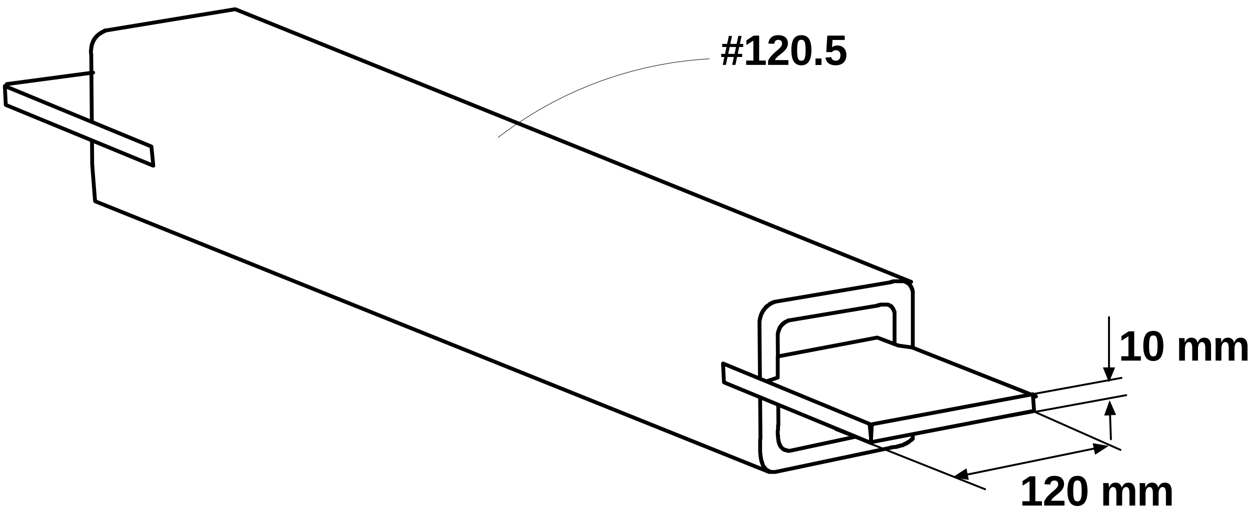


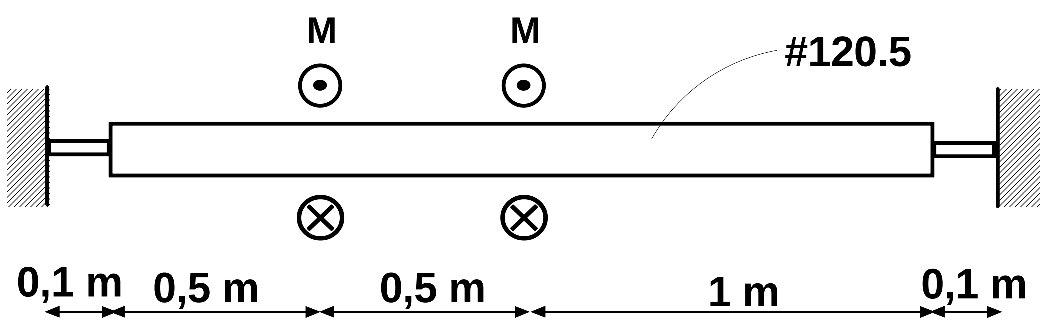
PROBLEMA 1 (PUNTUACIÓN: 50%)

El tubo de la figura superior tiene dos chapas soldadas en los extremos, encontrándose el conjunto biempotrado como se indica en la figura inferior.

Se desea saber el par máximo M que puede aplicarse para que no se produzca plastificación del conjunto según el criterio de Mises (límite elástico del material σ_e = 275 MPa), con un factor de seguridad de 1,5.

Nota: Para el cálculo de tensiones, desprecie el radio de acuerdo del perfil cuadrado.

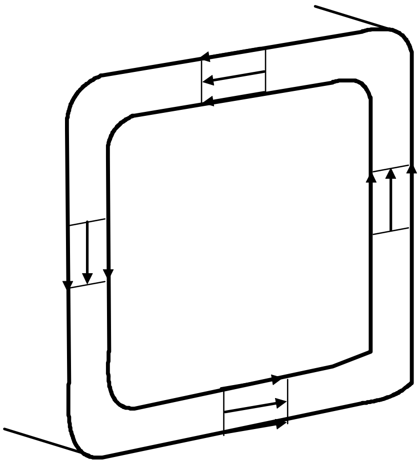


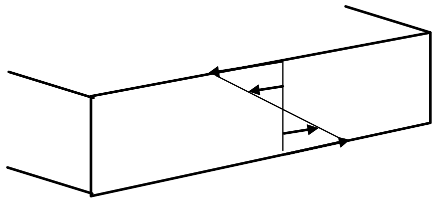


RESOLUCIÓN

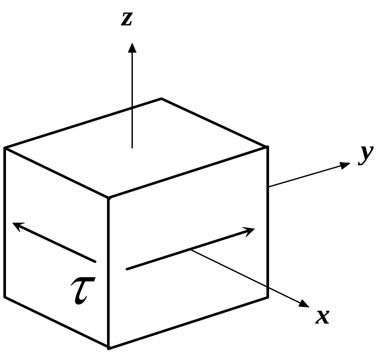
El conjunto es una estructura hiperestática de primer orden sometida a torsión con dos tipos de sección: El tubo es un perfil delgado cerrado y las chapas de los extremos son perfiles delgados abiertos.

Las tensiones de torsión en ambos tipos de sección, son exclusivamente cortantes:





Tomando un elemento diferencial de volumen orientado *localmente* según la dirección de la tensión cortante, el estado tensional es:

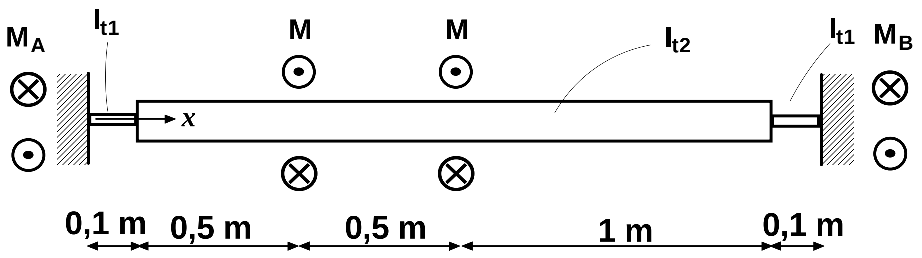


$$[T] = \begin{pmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Las tensiones principales son $\sigma_1 = \tau \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = -\tau$, y según el criterio de Mises $\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2} < \frac{\sigma_e}{n}$, por lo que, sustituyendo, se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\tau^2 + 4\tau^2 + \tau^2} < \frac{275\ MPa}{1{,}5} \quad \rightarrow \quad \tau_{máx} < 106\ MPa \equiv \tau_{adm} \qquad \text{(2 puntos)}$$

Para hallar la tensión cortante máxima es preciso obtener el diagrama de momentos torsores, para lo que es necesaria al menos una de las reacciones. Una de las opciones para obtenerla es plantear la condición de que el giro relativo entre los extremos de la barra es nulo:



$$\theta(2{,}2\,m)-\theta(0)=\int_0^{2{,}2\,m}\frac{M_T(x)}{GI_t(x)}dx=0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \frac{M_A}{I_{t1}}\cdot 10\,cm+\frac{M_A}{I_{t2}}\cdot 50\,cm+\frac{M_A-M}{I_{t2}}\cdot 50\,cm+\frac{M_A-2M}{I_{t2}}\cdot 100\,cm+\frac{M_A-2M}{I_{t1}}\cdot 10\,cm=0$$

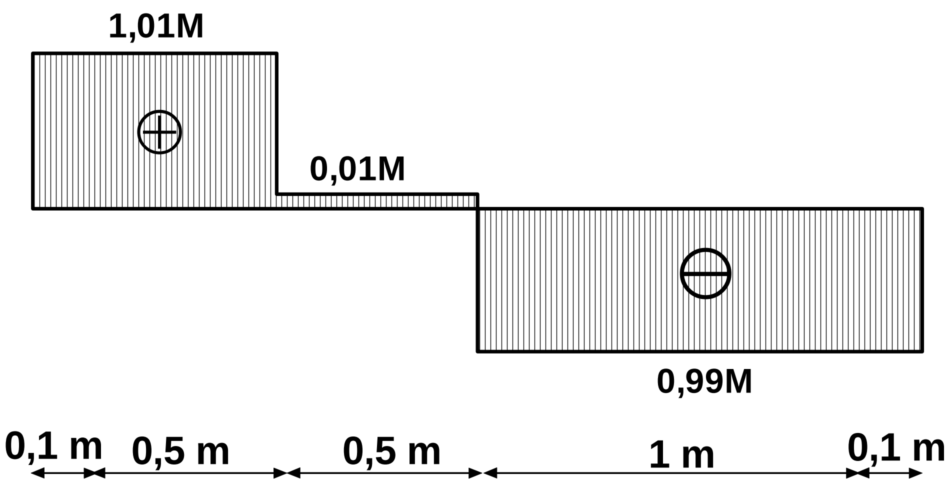
(2 puntos)

$$I_{t1}=\frac{s\cdot e^3}{3} \quad \rightarrow \quad I_{t1}=\frac{12\cdot 1^3}{3}=4\,cm^4$$ (1 punto)

$I_{t2}=780\,cm^4$ (*tablas perfil* #120.5)

Sustituyendo valores: $M_A=1{,}01M$ (1 punto)

El diagrama de momentos torsores es:



(1 punto)

Ambos perfiles están sometidos al mismo valor del momento máximo, por lo que la tensión cortante máxima se presentará en el perfil con menor módulo resistente $\tau_{máx}=\dfrac{M_{t\,máx}}{W_{t\,mín}}$.

$$W_{t1}=\frac{se^2}{3} \quad \rightarrow W_{t1}=\frac{12\cdot 1^2}{3}=4\,cm^3$$

$$W_{t2}=2eA^{*2} \quad \rightarrow W_{t1}=2\cdot 0{,}5\cdot 11{,}5^2=132{,}25\,cm^3$$

Por lo que la tensión máxima se da en la chapa izquierda, y no en el tubo.

(2 puntos)

Sustituyendo valores:

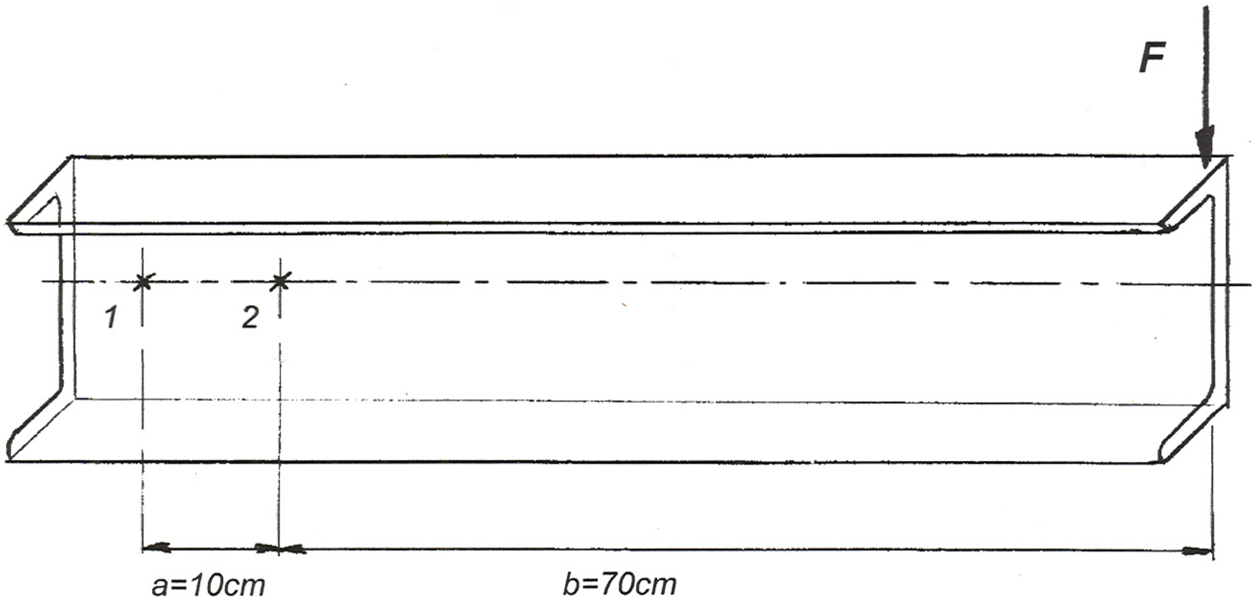
$$\tau_{máx} = \frac{M_{t\,máx}}{W_{t\,mín}} \quad \rightarrow \quad \tau_{máx} = \frac{1{,}01M}{4000\ mm^3} < 106\,\frac{N}{mm^2} \quad \rightarrow \quad M < 420\ N{\cdot}m \qquad \text{(1 punto)}$$

PROBLEMA 2 (PUNTUACIÓN: 50%)

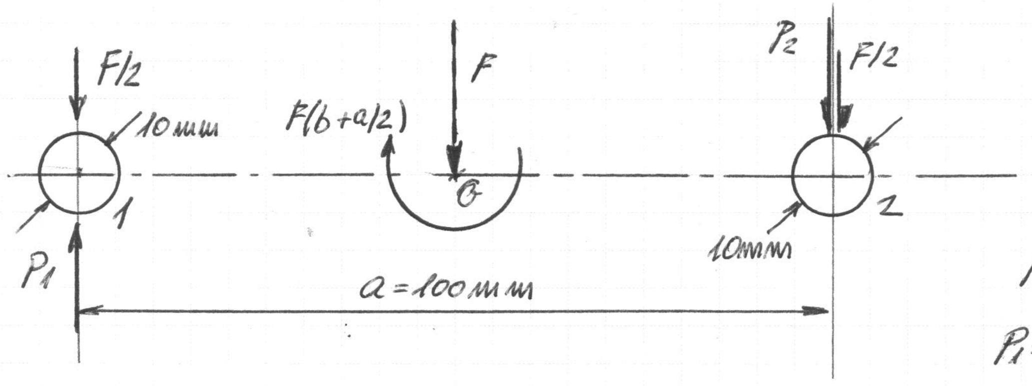
El perfil UPN-180 de la figura se pretende unir a un muro mediante dos tornillos situados en las posiciones 1 y 2.

1.- Si los tornillos son iguales, de diámetro ϕ = 10 mm, hallar el máximo valor admisible de la carga F para que no se produzca el fallo a cortadura de los tornillos (τ_{adm} = 200 MPa), ni a aplastamiento de la UPN (σ_{adm} = 300 MPa).

2.- Razonar si sustituir el tornillo 2 por otro de diámetro ϕ_2 = 15 mm supone una mejora de la resistencia de la unión (hallar el nuevo valor de F para que no se produzca el fallo ni a cortadura ni a aplastamiento).



1) Acciones de la UPM sobre los tornillos :



La fuerza F se distribuye por igual en cada tornillo

El momento $F(b+a/2)$ se distribuye con las fuerzas P_1 y P_2, que, por la simetría son iguales:

$$F(b+a/2) = P_1 a/2 + P_2\, a/2$$

$$P_1 = P_2 = \frac{F}{a}\left(b+\frac{a}{2}\right) = 7{,}5F$$

- Cálculo a cortadura :

El tornillo más cargado es el 2 : $T_2 = \frac{F}{2} + P_2 = \frac{F}{2} + 7{,}5F = 8F$

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{8F}{\pi\phi^2/4} \leq \tau_{adm} \text{ , luego } F_{max} = \tau_{adm}\frac{\pi\phi^2}{4\cdot 8} = 200\frac{N}{mm^2}\,\frac{\pi\cdot 10^2 mm^2}{4\cdot 8} = 1963{,}5\,N$$

- Cálculo a aplastamiento :

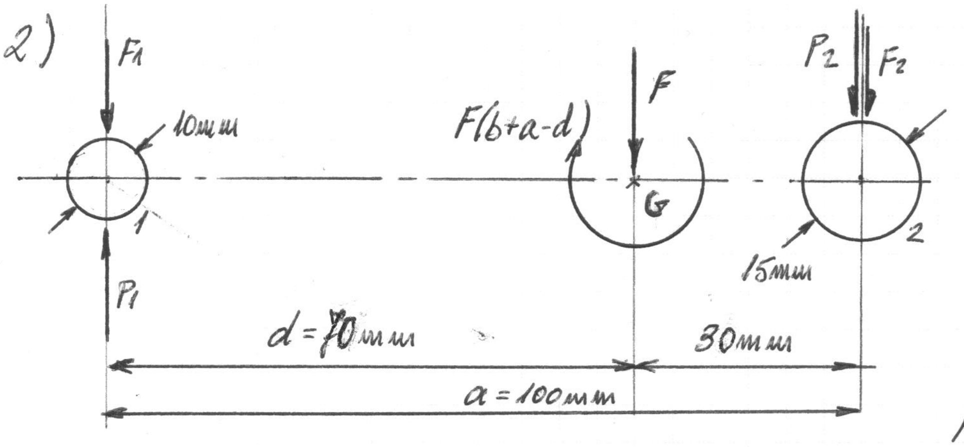
Tensión en el alma de la UPN en contacto con el tornillo 2 .

$$\sigma = \frac{F/2 + 7{,}5F}{\phi\, e_{UPN}} = \frac{8F}{10mm\cdot 8mm} = \frac{F}{10mm^2} \leq \sigma_{adm} \text{ , luego } F_{max} = \sigma_{adm}\cdot 10mm^2 = 3000N$$

Luego, la carga F máxima admisible es de 1963,5 N y el fallo es por cortadura del tornillo 2 .

4

2)



Posición del baricentro de los dos tornillos :

$$d = \frac{A_2 a}{A_1 + A_2} = 70mm$$

La fuerza F se distribuye proporcionalmente al área de la sección de los tornillos :

$$F_1 = kA_1 \;;\; F_2 = kA_2 \;;\; F = F_1 + F_2 = k(A_1 + A_2)$$

$$k = \frac{F}{A_1 + A_2} \quad ; \quad F_1 = \frac{F}{\pi/4(10^2+15^2)mm^2}\,\frac{\pi}{4}\,10^2 mm^2 = 0{,}3\,F \quad ; \quad F_2 = 0{,}7\,F$$

El momento $F(b+a-d) = F(700+100-70) = 730F\,mm$ se distribuye con las fuerzas P_1 y P_2, proporcionales a la distancia al baricentro :

$$P_1 = C\,70mm \quad ; \quad P_2 = C\cdot 30mm \quad ; \quad F\cdot 730mm = C\,70^2 mm^2 + C\cdot 30^2 mm^2$$

$$\text{luego : } C = \frac{F\cdot 730}{70^2 + 30^2}\,\frac{mm}{mm^2} = 0{,}126\,F/mm$$

$P_1 = 0{,}126 \cdot F \cdot 70 = 8{,}82F$ $\qquad$ $P_2 = 0{,}126F \cdot 30 = 3{,}78F$

Cálculo a cortadura:

Esfuerzo cortante en los tornillos: $T_1 = P_1 - F_1 = 8{,}82F - 0{,}3F = 8{,}52F = T_{max}$

$T_2 = P_2 + F_2 = 3{,}78F + 0{,}7F = 4{,}48F$

$\tau_1 = \frac{T_1}{A_1} = \frac{8{,}52F}{\pi \cdot 10^2 mm^2/4} \leq \tau_{adm}$, luego, $F_{max} = \frac{\tau_{adm}}{8{,}52} \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 1.843{,}7\ N$

Cálculo a aplastamiento:

Tensión en el alma de la UPN en contacto con el tornillo 1

$\sigma = \frac{8{,}52F}{\phi_1\, e_{UPN}} = \frac{8{,}52F}{10 \cdot 8\, mm^2} \leq \sigma_{adm}$, luego, $F_{max} = \sigma_{adm} \cdot \frac{10 \cdot 8\, mm^2}{8{,}52} = 2816{,}9\ N$

La carga admisible es de 1843,7 N y el fallo se produce a cortadura en el tornillo 1. Por tanto, la unión sufre una disminución de resistencia del 6,1% al aumentar a 15mm el diámetro del tornillo 2.