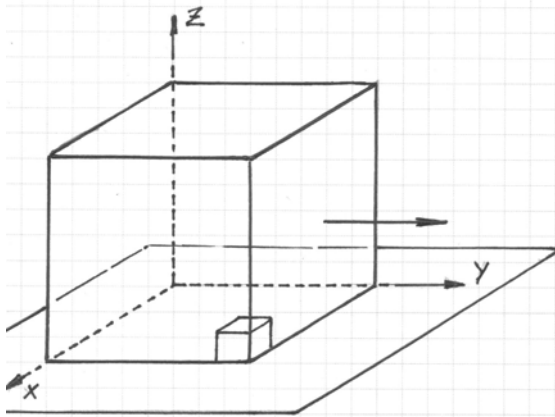


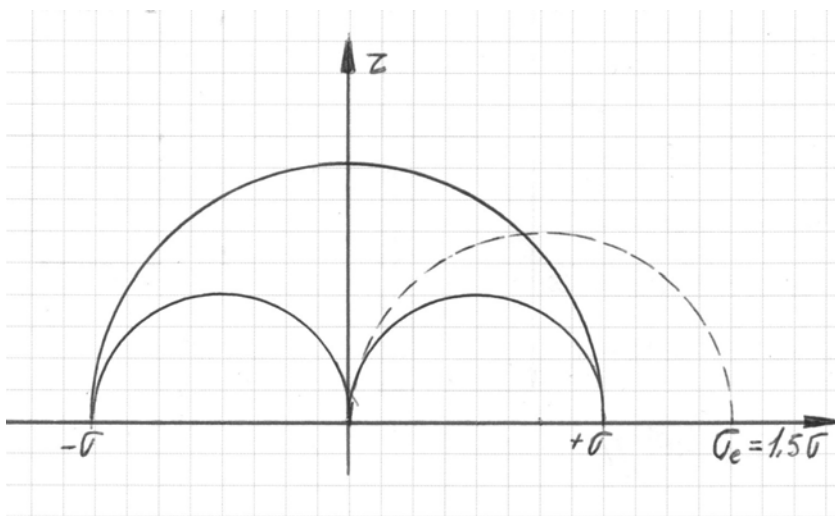
NOMBRE	Nº
---------------	-----------

1.- El cubo de arista a de la figura se desliza sobre el plano $z=0$ a causa de una tracción uniforme σ_y distribuida por la cara $y=a$. Si, tanto el coeficiente de fricción de la superficie de apoyo como el peso específico del material del cubo son no nulos, la matriz de tensiones del elemento de volumen del vértice indicado ($x=a, y=a, z=0$) tiene la forma ($X \equiv$ componente no nula):



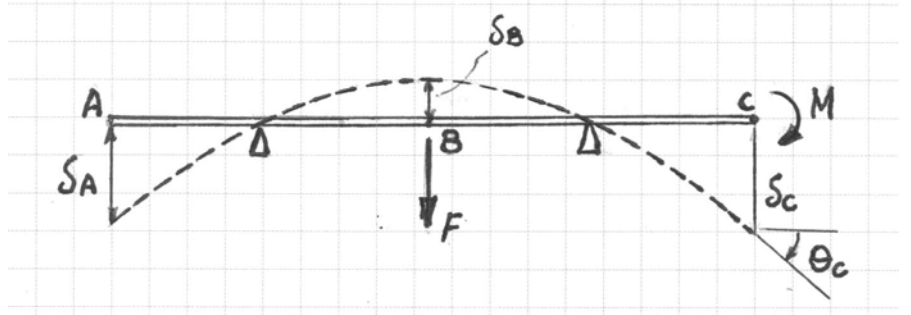
<input checked="" type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & X \\ 0 & X & X \end{bmatrix}$	<input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X \\ 0 & X & 0 \end{bmatrix}$
<input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & X \\ 0 & X & 0 \\ X & 0 & 0 \end{bmatrix}$	<input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & X \\ 0 & X & 0 \end{bmatrix}$

2.- En la figura se muestra el diagrama de Mohr en trazo continuo para un estado tensional dado. Y en trazo discontinuo se presenta el círculo de Mohr límite correspondiente a un estado de tracción simple. Indique cuál de las siguientes afirmaciones relativas al estado tensional dado es FALSA:



- Según el criterio de Rankine, el coeficiente de seguridad es mayor que 1
- Según el criterio de Tresca, el material se encuentra en régimen plástico
- Según el criterio de Mises, el material se encuentra en régimen elástico
- Según el criterio de Mohr, y siendo iguales los límites elásticos a tracción y compresión, el coeficiente de seguridad es menor que 1

3.- En la viga biapoyada de la figura se representa a trazos la elástica. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:



En **A** se genera un trabajo nulo

En **B** se genera un trabajo negativo

La expresión del trabajo total acumulado en la viga es: $\frac{1}{2} F \delta_B + \frac{1}{2} M \theta_C$

En **C** se genera un trabajo igual a: $\frac{1}{2} M \delta_C$

4.- Para una sección de pared delgada sometida a torsión, Indique la afirmación FALSA:

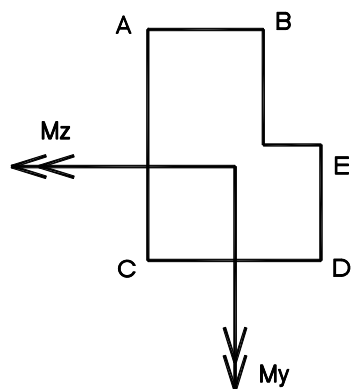
Si la sección es cerrada, la tensión tangencial máxima se da en la zona de menor espesor

Si la sección es cerrada, a mayor área encerrada por la línea media, menor tensión tangencial máxima

Si la sección es abierta y de espesor constante, la tensión tangencial es constante

Si la sección es abierta y de espesor variable, la tensión tangencial máxima se da en la zona de mayor espesor

5.- Indique la afirmación CORRECTA referente a la siguiente sección sometida a flexión esviada:



La tensión normal en el punto A es igual a la del punto B.

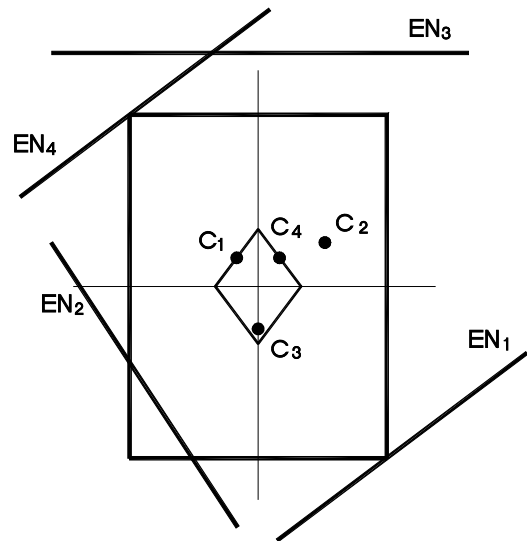
La máxima tensión de compresión aparece en el punto A.

La máxima tensión de tracción aparece en el punto E.

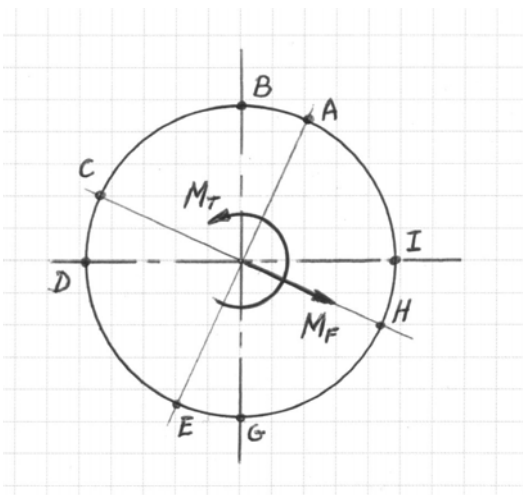
El punto D está sometido a compresión

6.- En la sección de la figura se ha representado el núcleo central junto con parejas de centros de presiones (C_i) y sus correspondientes ejes neutros (EN_i). Indicar cuál de los ejes neutros no corresponde al centro de presiones de igual subíndice:

- EN1
- EN2
- EN3
- EN4

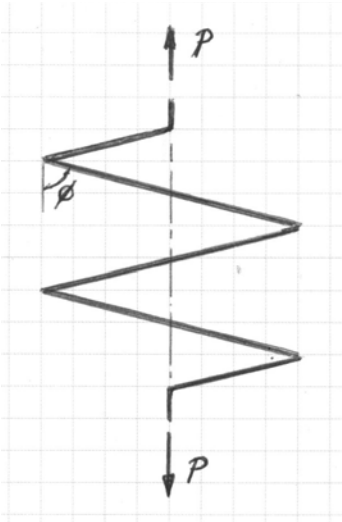


7.- En la figura se indica una sección circular sometida a flexión M_F y torsión M_T . El punto de la sección cuyo estado tensional presenta menor coeficiente de seguridad según el criterio de Tresca es:



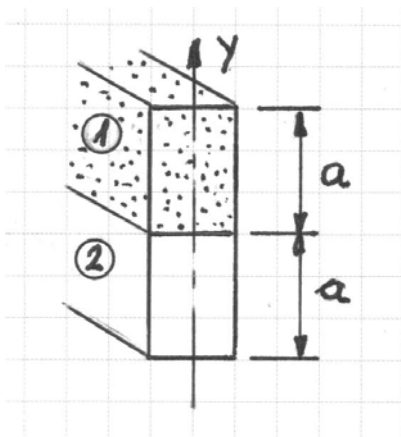
- EI B
- EI D
- EI E
- EI H

8.- En la figura se representa un resorte de ángulo helicoidal ϕ próximo a 90° sometido a tracción P . La máxima aportación al alargamiento es la debida a:



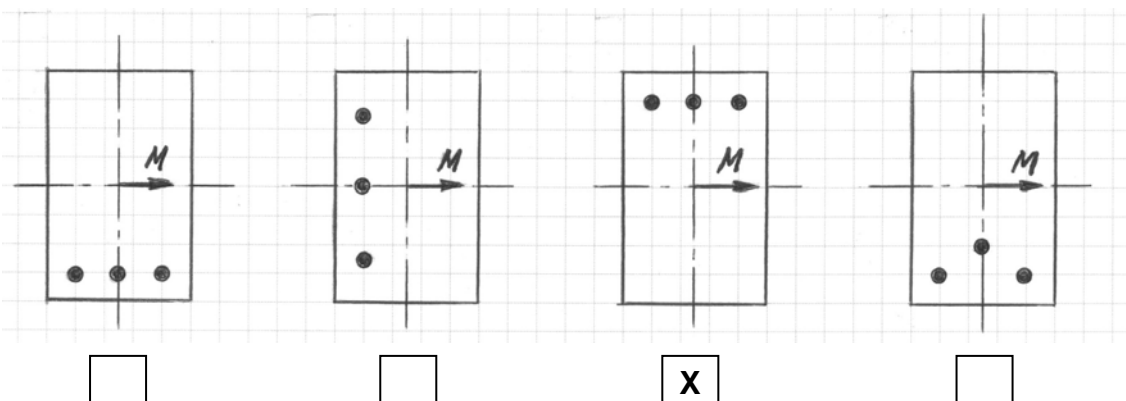
- El esfuerzo normal
- El esfuerzo cortante
- El momento flector
- El momento torsor

9.- La viga compuesta de la figura soporta un momento M que vectorialmente es perpendicular al eje y . Sabiendo que el material 1 es más rígido que el 2 ($E_1 > E_2$), indique cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:



- La posición del eje neutro depende del módulo y sentido de M
- La tensión máxima se da en el borde superior de la sección
- La tensión en la interfase de los dos materiales es discontinua
- La sección recta se mantiene plana

10.- Una viga de sección rectangular de hormigón se refuerza con tres varillas de acero corrugado. Si la sección soporta un momento flector M , la disposición más favorable de las varillas es:



AMPLIACIÓN DE RESISTENCIA DE MATERIALES
PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA Nº3 / EXAMEN DE JUNIO

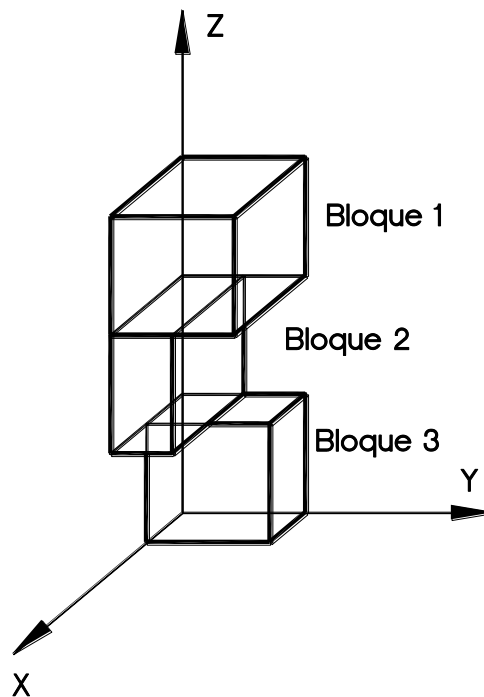
PROBLEMA 1 (10 puntos)

Fecha de publicación de la preacta: 14 de junio de 2013

Fecha de revisión del examen: 21 de junio de 2013 a las 9:00

Se ha diseñado un monumento compuesto por tres bloques de hormigón situados uno sobre otro según se indica en la figura. Las dimensiones de los bloques son las siguientes:

- Bloque 1 (superior): cúbico de 2 m de lado
- Bloque 2 (intermedio): primático con $L_x = 2$ m; $L_y = 1$ m; $L_z = 2$ m
- Bloque 3 (inferior): primático con $L_x = 1$ m; $L_y = 2$ m; $L_z = 2$ m



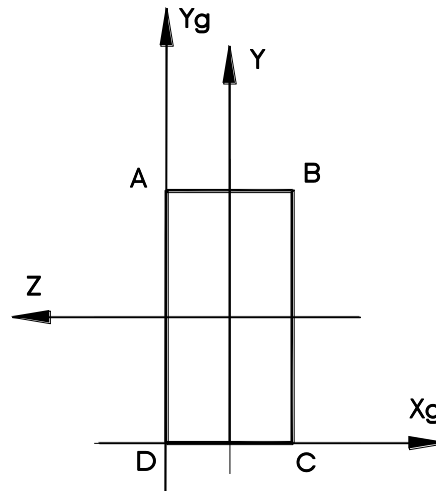
Considerando que la cimentación sólo debe resistir las acciones debidas al peso de los tres bloques y que sus dimensiones coinciden con la planta XY del bloque 3, se pide:

- 1) Determinar las reacciones sobre la cimentación.
- 2) Calcular las tensiones en los vértices de la cimentación.
- 3) Calcular las coordenadas del centro de presiones.
- 4) Dibujar y acotar el núcleo central de la cimentación.
- 5) Determinar el peso mínimo adicional que debería tener la cimentación para que el centro de presiones quede situado en el núcleo central.

Datos: Peso específico del hormigón: $\gamma_c = 2,5$ kN/m³

Solución Problema 1

1) Reacciones sobre la cimentación
Consideramos el siguiente sistema de ejes principales YZ en la cimentación (los ejes globales se designan como XgYg):



Las reacciones actuantes en el sistema de ejes principales son:

$$N = -P_1 - P_2 - P_3 = -\gamma_{hor} \cdot (2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^2) = -2,5 \cdot (8 + 4 + 4) = -40kN$$

0,5 puntos

$$M_z = -P_2 \cdot 0,5 = -\gamma_{hor} \cdot (0,5 \cdot 1 \cdot 2^2) = 2,5 \cdot (2) = -5mkN$$

0,5 puntos

$$M_y = P_1 \cdot 0,5 + P_2 \cdot 0,5 = \gamma_{hor} \cdot (0,5 \cdot 2^3 + 0,5 \cdot 1 \cdot 2^2) = 2,5 \cdot (4 + 2) = 15mkN$$

0,5 puntos

2) Tensiones sobre la cimentación: aplicamos la ley de Navier $\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$

Las características geométricas de la sección son:

$$A = 2m^2 \quad I_z = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 2^3 = \frac{2}{3}m^4 \quad I_y = \frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 1^3 = \frac{1}{6}m^4$$

0,5 puntos

$$\sigma_A = \frac{-40}{A} + \frac{5}{I_z} \cdot 1 + \frac{15}{I_y} \cdot 0,5 = 32,5kN/m^2$$

0,5 puntos

$$\sigma_B = \frac{-40}{A} + \frac{5}{I_z} \cdot 1 + \frac{15}{I_y} \cdot (-0,5) = -57,5kN/m^2$$

0,5 puntos

$$\sigma_C = \frac{-40}{A} + \frac{5}{I_z} \cdot (-1) + \frac{15}{I_y} \cdot (-0,5) = -72,5kN/m^2$$

0,5 puntos

$$\sigma_D = \frac{-40}{A} + \frac{5}{I_z} \cdot (-1) + \frac{15}{I_y} \cdot (0,5) = 17,5kN/m^2$$

0,5 puntos

3) Centro de presiones

$$y_c = \frac{-M_z}{N} = \frac{5}{-40} = -0,125m \Rightarrow Y_{g,c} = 1 - 0,125 = 0,875m \text{ en coordenadas globales}$$

1 punto

$$z_c = \frac{M_y}{N} = \frac{15}{-40} = -0,375m \Rightarrow X_{g,c} = 0,5 + 0,375 = 0,875m \text{ en coordenadas globales}$$

1 punto

4) Núcleo central de la cimentación:

La ecuación del eje neutro es: $0 = 1 + \frac{y_c}{i_z^2} y + \frac{z_c}{i_y^2} z$; con: $i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{1}{3} m^2$; $i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{1}{12} m^2$

0,5 puntos

Por tanto la ecuación del eje neutro será: $0 = 1 + 3y_c \cdot y + 12z_c \cdot z$

- Lado AB: $y = 1 \Rightarrow 1 - y = 0$

Identificando los coeficientes de la ecuación del eje neutro queda:

$$\begin{cases} 12z_c = 0 \Rightarrow z_c = 0 \\ 3y_c = -1 \Rightarrow y_c = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

0,5 puntos

- Lado BC: $z = -0,5 \Rightarrow 1 + 2z = 0$

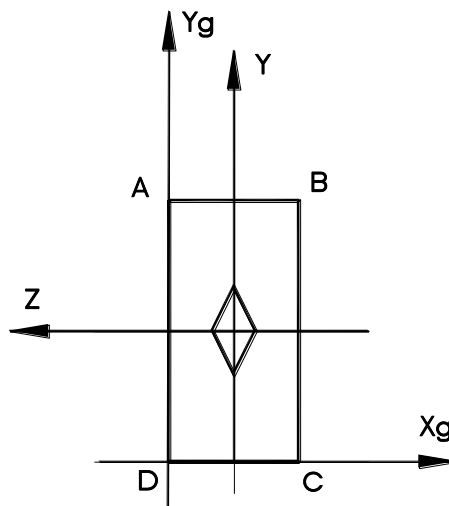
Identificando los coeficientes de la ecuación del eje neutro queda:

$$\begin{cases} 12z_c = 2 \Rightarrow z_c = \frac{1}{6} \\ 3y_c = 0 \Rightarrow y_c = 0 \end{cases}$$

0,5 puntos

Como la sección es simétrica el núcleo central es el de la figura:

1 punto



5) Para que el centro de presiones quede dentro del núcleo central se deben anular las máximas tracciones, es decir, la tracción en el punto A:

$$\sigma_A = 0 = \frac{-40 - P_{cim}}{A} + \frac{5}{I_z} \cdot 1 + \frac{15}{I_y} \cdot 0,5 \Rightarrow P_{cim} = 65kN$$

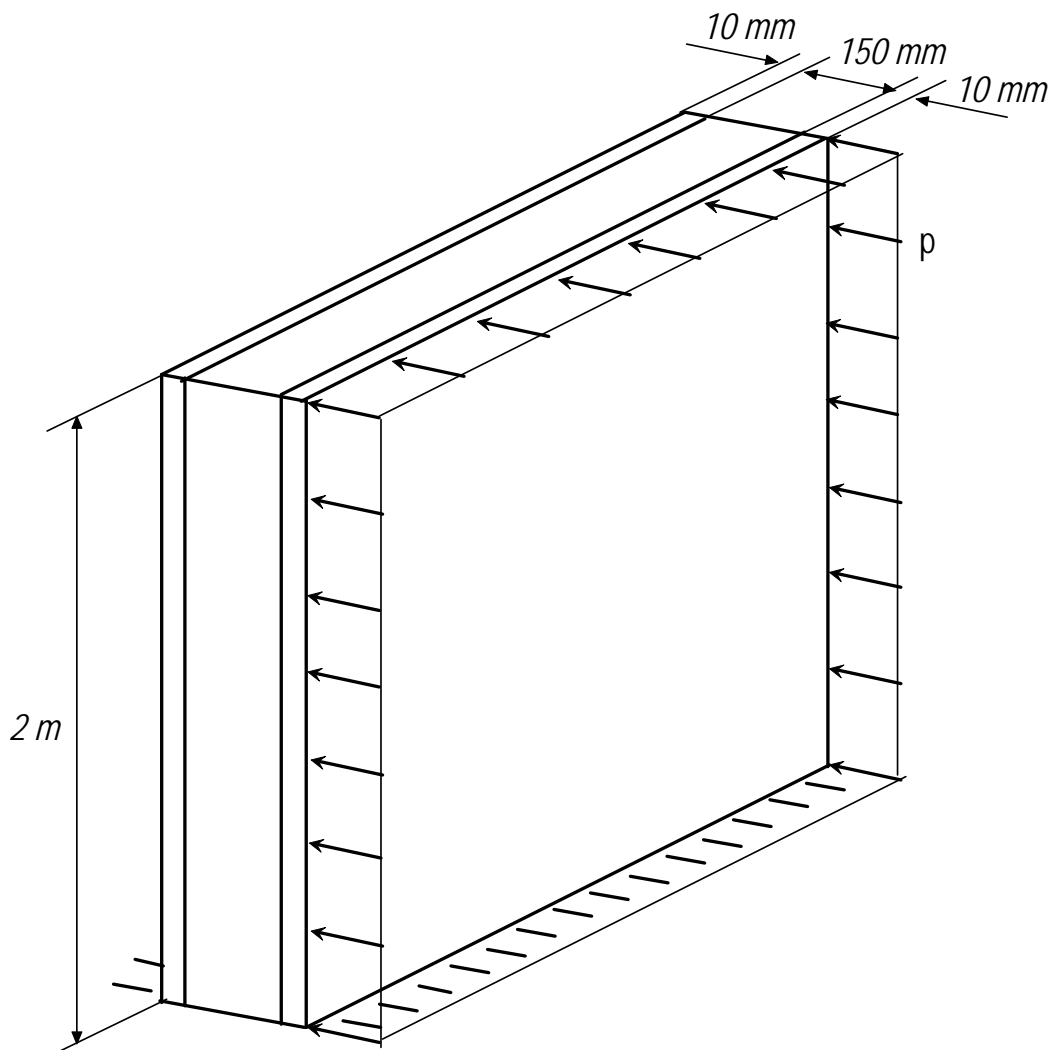
1,5 puntos

PROBLEMA 2 (10 puntos)

El panel prefabricado de la figura, empotrado en la cimentación, está formado por dos láminas de poliéster reforzado con fibra de vidrio ($E_{PRF} = 120 \text{ GPa}$, tensión de rotura a tracción $\sigma_{rotPRF} = 120 \text{ MPa}$), y un núcleo de espuma de poliuretano de alta densidad ($E_{PU} = 20 \text{ GPa}$, $\sigma_{rotPU} = 20 \text{ MPa}$).

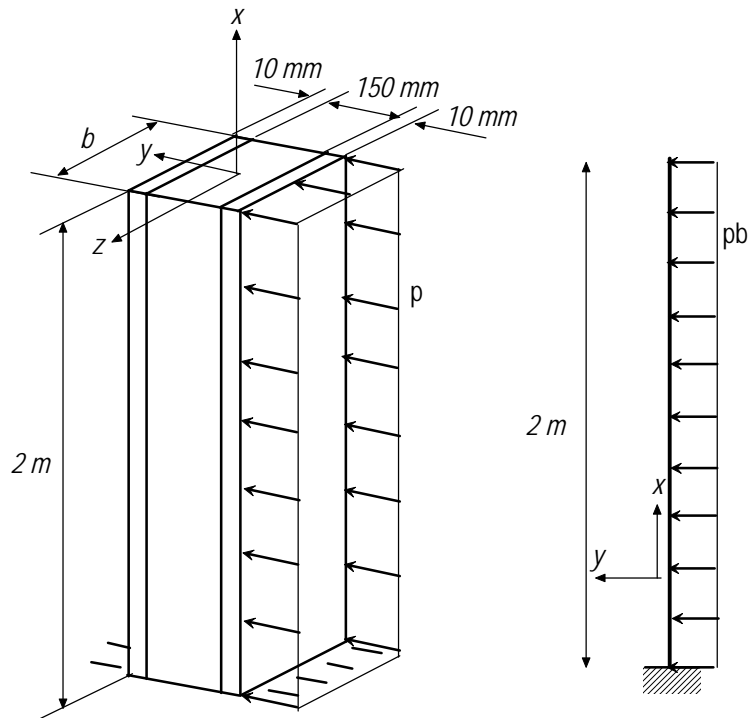
El viento actúa como presión uniforme p (en N/m^2), proporcional a la velocidad v (en m/s) al cuadrado $p = k \cdot v^2$, siendo $k = 0,75$.

Se pide la velocidad máxima del viento para que ni se produzca la rotura de cualquiera de los dos materiales (emplee el criterio de Rankine con coeficiente de seguridad de 1,3), ni la flecha sobrepase la altura dividida por 300.

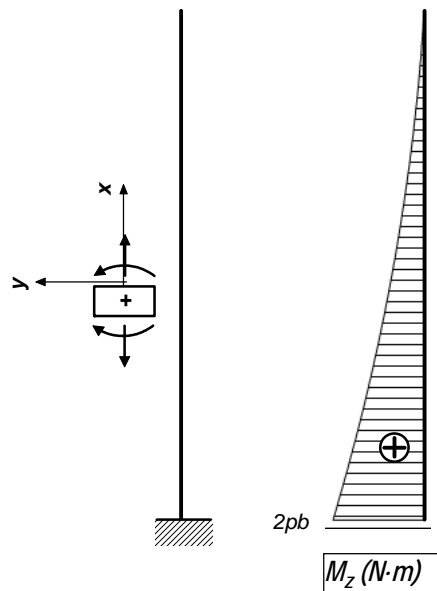


RESOLUCIÓN

Las cargas son repetitivas según el ancho y no hay condiciones de contorno según el mismo, por lo que el comportamiento de cualquier segmento de anchura b será el mismo que el de la placa completa. Si $b \ll 2$ m, entonces el segmento se puede tratar como una viga, trabajando con la línea media de la misma como en la figura siguiente.

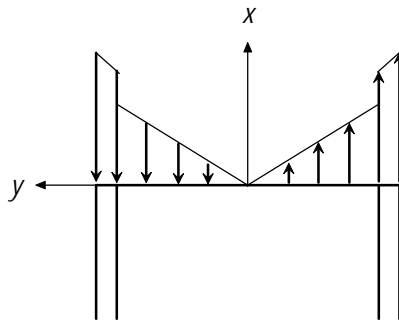


La viga trabaja a flexión simple, según el siguiente diagrama de momento flector:



Los momentos flectores vienen en $\text{N}\cdot\text{m}$ si p se expresa en N/m^2 y las dimensiones en m .

Por tratarse de una sección simétrica respecto a z, y compuesta por dos materiales, la distribución de tensiones en los puntos de cada sección es simétrica y discontinua.



El uso del criterio de Rankine informa de que ambos materiales son de característica frágil y, por ello, las tensiones de rotura a compresión son más elevadas que a tracción. Al ser iguales en cada material las tensiones máximas de tracción y de compresión pero mayor el límite de rotura a compresión, sólo debe comprobarse para tracción que $\sigma_{t \text{ máx}} < \frac{\sigma_{rot \ t}}{1,3}$.

Por tratarse de una sección simétrica, las tensiones máximas de tracción se producirán en la sección de momento máximo. Empleando el concepto de sección transformada (se resuelve empleando como material PRF), las leyes de tensión en esta sección serán:

$$\sigma_{x \text{ PRF}} = -\frac{M_{z \text{ máx}}}{I_{z \text{ st}}} y$$

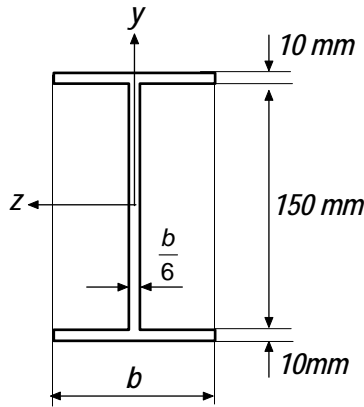
$$\sigma_{x \text{ PU}} = -n \frac{M_{z \text{ máx}}}{I_{z \text{ st}}} y$$

Siendo $n = \frac{E_{PU}}{E_{PRF}} = \frac{1}{6}$. Las tensiones máximas de tracción se dan en $y = -75$ mm para el PU y en $y = -85$ para el PRF.

$$\sigma_{x \ t \ \text{máx} \ \text{PRF}} = \frac{2pb \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}}{I_{z \text{ st}}} 85 \text{ mm}$$

$$\sigma_{x \ t \ \text{máx} \ \text{PU}} = \frac{1}{6} \frac{2pb \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}}{I_{z \text{ st}}} 75 \text{ mm}$$

La sección transformada, en PRF, es la de la figura.



El momento de inercia es:

$$I_{zst} = \frac{1}{12} \left(b \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 170^3 \text{ mm}^3 - \frac{5}{6} b \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 150^3 \text{ mm}^3 \right) = 1,75 \cdot 10^8 b \text{ mm}^4 \text{ si } b \text{ en m.}$$

Sustituyendo en las expresiones de tensión máxima:

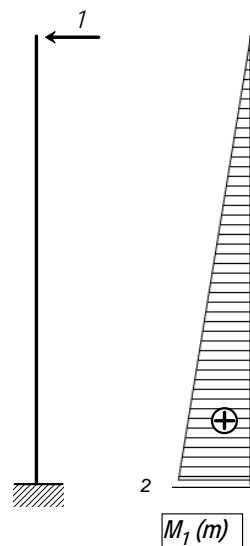
$$\sigma_{x t \text{ máx PRF}} = \frac{2pb \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1,75 \cdot 10^8 b \text{ mm}^4} 85 \text{ mm} < \frac{120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,3} \rightarrow p < \frac{120 \cdot 1,75 \cdot 10^5}{1,3 \cdot 85 \cdot 2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,95 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{x t \text{ máx PU}} = \frac{1}{6} \frac{2pb \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1,75 \cdot 10^8 b \text{ mm}^4} 75 \text{ mm} < \frac{20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,3} \rightarrow p < \frac{6 \cdot 20 \cdot 1,75 \cdot 10^5}{1,3 \cdot 75 \cdot 2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,08 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(6 puntos)

Para obtener el desplazamiento máximo (extremo superior), se puede emplear el método de la carga unidad o la ecuación universal con idéntico resultado, empleando el momento de inercia de la sección transformada y el módulo elástico del material usado para la transformación (PRF para esta resolución).

Por el método de la carga unidad, el sistema virtual y su diagrama asociado son los de la figura.



El desplazamiento se obtiene como:

$$\delta_1 = \int_0^{2m} \frac{M_z M_{z1}}{E_{PRF} I_{zst}} dx = \frac{1}{E_{PRF} I_{zst}} \int_0^{2m} pb \frac{(2-x)^2}{2} (2-x) dx$$

La integral viene en $N \cdot m^3$ si p en N/m^2 y las dimensiones en m .

$$\delta_1 = \frac{1}{1,2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 1,75 \cdot 10^8 b \text{ mm}^4} \frac{pb}{2} \frac{(2-x)^4}{4} \Big|_0^{2m} \cdot 10^9 N \cdot mm^3 = 0,95 \cdot 10^{-4} p \text{ mm si } p \text{ en } N/m^2$$

Este desplazamiento debe ser inferior a $\frac{2000}{300} = 6,67 \text{ mm}$, por lo que, operando:

$$p < 0,7 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

El valor más restrictivo resulta ser este último por lo que la velocidad máxima del

viento es $v = \sqrt{\frac{0,7 \cdot 10^5}{0,75}} = 305 \frac{m}{s}$. (4 puntos)

NOMBRE

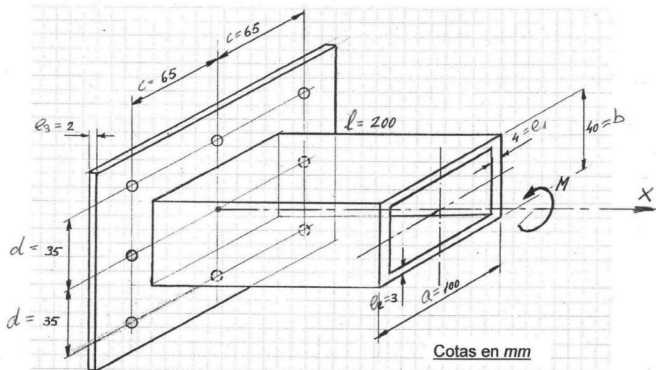
Nº

El tubo rectangular de la figura está soldado a una placa que está unida a una estructura rígida mediante 8 tornillos iguales. Para las medidas indicadas en la figura y los datos siguientes:

- Material del TUBO: $\sigma_a = 300\text{MPa}$; $G = 80.000\text{MPa}$
- Material de los TORNILLOS: $\tau_{adm} = 200\text{MPa}$
- Material de la PLACA: $\sigma_{adm a compresión} = 400\text{MPa}$
- Par torsor aplicado: $M = 3\text{kN}\cdot\text{m}$

Se pide:

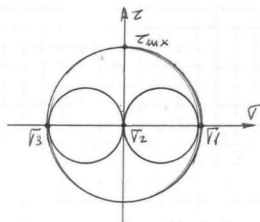
- 1º) Tensión tangencial máxima en el tubo
- 2º) Dibujar el diagrama de Mohr acotado en los puntos del tubo sometidos a tensión tangencial máxima
- 3º) Coeficiente de seguridad del tubo para los criterios de Tresca y Mises
- 4º) Energía elástica acumulada en el tubo (expresada en Julios)
- 5º) Giro en grados experimentado por la sección del extremo libre
- 6º) Diámetro mínimo (en un número entero de mm) de los tornillos para que no se produzca el fallo por aplastamiento o cortadura



1º) al ser un perfil delgado corrado: $\tau_{\max} = \frac{M}{2 \Omega^* S_{\min}} = 140,8 \text{ MPa}$

$S_{\min} = e_z = 3 \text{ mm}$; $\Omega^* = (a - e_1)(b - e_2) = 3.552 \text{ mm}^2$ (1.5)

2º)



Estado tensional de cortadura pura:

$\sigma_1 = \tau_{\max} = 140,8 \text{ MPa}$

$\sigma_2 = 0$

$\sigma_3 = -\tau_{\max} = -140,8 \text{ MPa}$

(1)

3º) En los puntos de máxima tensión: $\sigma_1 = \tau_{\max}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau_{\max}$

Tresca: $n_1 = \frac{\sqrt{\sigma_e}}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{\sqrt{\sigma_e}}{2 \tau_{\max}} = 1,066$

Mises: $n = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = n \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau_{\max}^2 + \tau_{\max}^2 + 4\tau_{\max}^2} =$
 $= n \tau_{\max} \sqrt{3}$, luego: $n = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\sigma_e}}{\tau_{\max}} = 1,23$ (1.5)

4º)

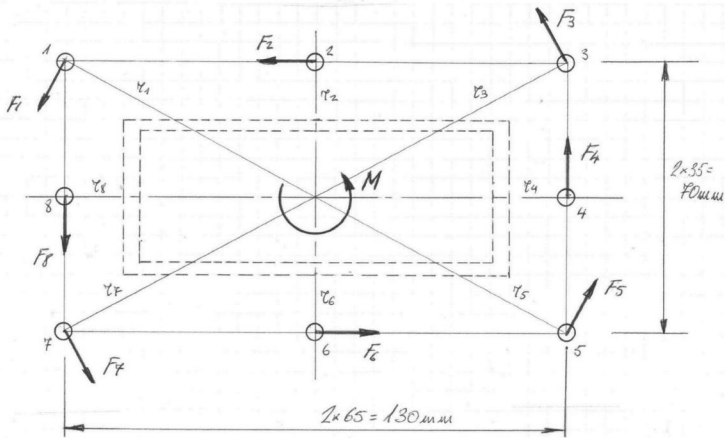
$\frac{dW}{dx} = \frac{M_T^2}{8G\Omega^{*2}} \int \frac{ds}{s} = \frac{M^2}{8G(a-e_1)^2(b-e_2)^2} \left[2 \frac{b-e_2}{e_1} + 2 \frac{a-e_1}{e_2} \right]$

$W = \frac{dW}{dx} l = 18390,8 \text{ N} \cdot \text{mm} = 18,4 \text{ Jul.}$ (2)

5º) $\theta = \frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial (dW/dx)}{\partial M} = \frac{M_T}{4G\Omega^{*2}} \int \frac{ds}{s}$

$\theta = \frac{M}{4G(a-e_1)^2(b-e_2)^2} 2 \left[\frac{b-e_2}{e_1} + \frac{a-e_1}{e_2} \right] l = 0,023 = 0,7^\circ$ (1)

6^a)



Fuerzas de la placa sobre los tornillos :

$$\left. \begin{aligned} r_1 = r_3 = r_5 = r_7 &= \sqrt{35^2 + 65^2} = 73,8 \text{ mm} = r_{\text{max}} \\ r_2 = r_6 &= 35 \text{ mm} ; \quad r_4 = r_8 = 65 \text{ mm} \end{aligned} \right\} F_i = k r_i$$

$$M = \sum F_i r_i = k \sum r_i^2 ; \quad k = \frac{M}{\sum r_i^2} = \frac{3 \text{ kN} \cdot \text{m}}{32685,8 \text{ mm}^2} = 91,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$F_{\text{max}} = F_1 = F_3 = F_5 = F_7 = \frac{M}{\sum r_i^2} r_{\text{max}} = 6775,8 \text{ N}$$

Cálculo a cortadura: $\tau_{\text{max}} = \frac{T_{\text{max}}}{A} = \frac{F_{\text{max}}}{17\phi^2/4} \leq \tau_{\text{adm}}$

$$\phi_{\text{mín}} = 2 \sqrt{\frac{F_{\text{max}}}{\tau_{\text{adm}} \cdot \pi}} = 2 \sqrt{\frac{6775,8 \text{ N}}{200 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi}} = 6,57 \text{ mm}$$

Cálculo a aplastamiento de la chapa: $\tau_{\text{max}c} = \frac{F_{\text{max}}}{\phi e_3} \leq \tau_{\text{adm}}$

$$\phi_{\text{mín}} = \frac{F_{\text{max}}}{e_3 \tau_{\text{adm}}} = \frac{6775,8 \text{ N}}{2 \text{ mm} \cdot 400 \text{ N/mm}^2} = 8,47 \text{ mm}$$

3

$$\boxed{\phi_{\text{mín}} = 9 \text{ mm}}$$