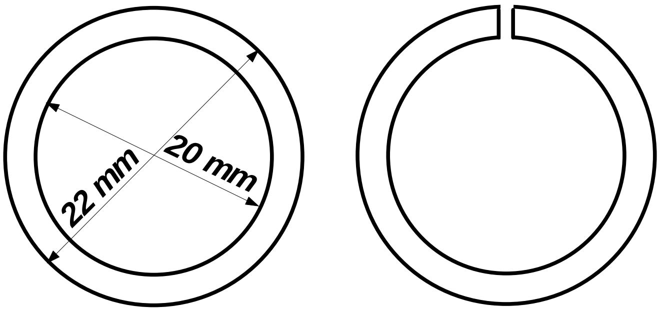
RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2013-14**
EXAMEN DE ENERO **20-1-2014**

Fecha de publicación de la preacta: 30 de Enero
Fecha de revisión: 5 de Febrero a las 9 horas

CUESTIONES (10 puntos)

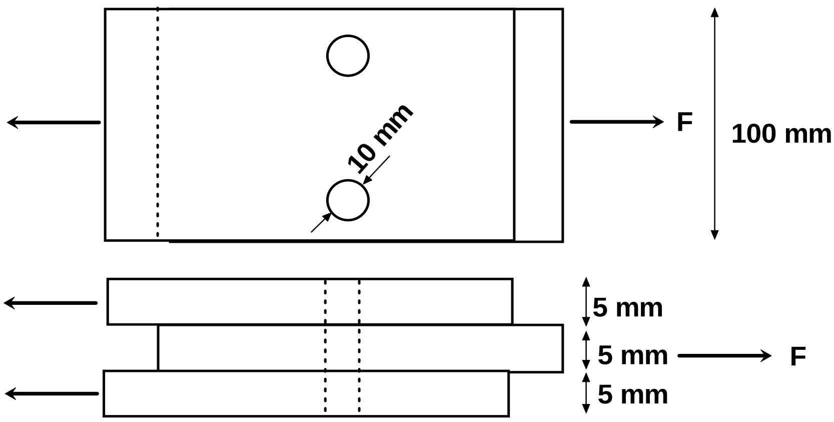
Puntuación de cada cuestión: **1,25 puntos**

1.- Halle, en grados, el giro relativo entre los extremos de un perfil IPE 120 sometido a torsión pura (Momento torsor M = 300 N·m; longitud L = 1 m; G = 80 GPa).

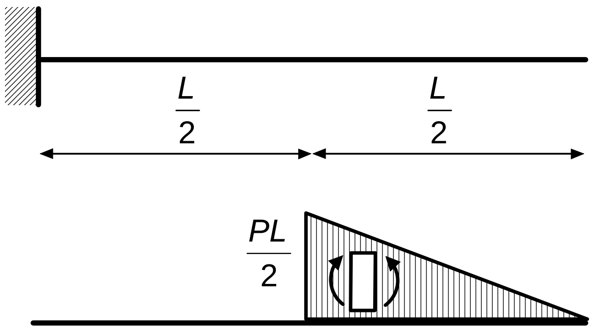


2.- Calcule la pérdida de rigidez torsional (relativa y en tanto por ciento), que sufre el perfil de la figura de la izquierda (I_0 = 7290 mm^4) cuando se transforma en perfil abierto, como se indica en la figura de la derecha (ancho del corte despreciable).

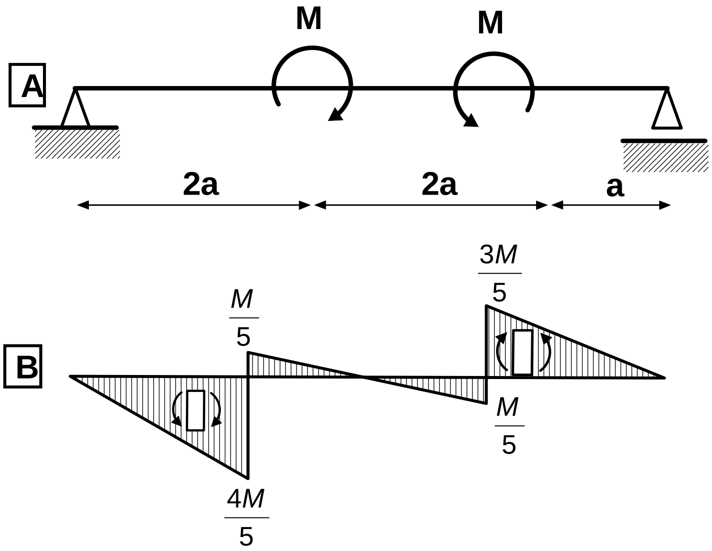
3.- Halle la carga máxima F, en kN, que puede soportar la chapa de la unión atornillada de la figura (σ_{adm}= 200 MPa)



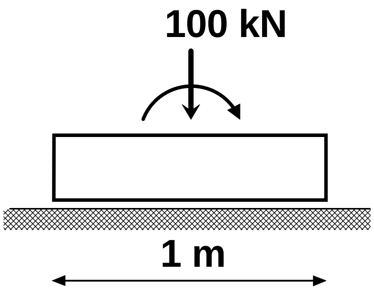
4.- Calcule, en función de P, E, L e I_z, la flecha de la viga siguiente, cuyo diagrama de momentos flectores se muestra en la figura, indicando si es un ascenso o un descenso.



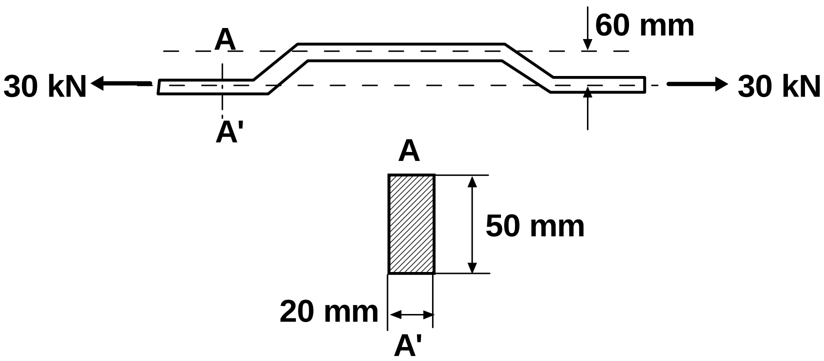
5.- La viga A se fabrica con perfil IPE 400. Determine el menor perfil IPE que debe emplearse para la viga B (cuyo diagrama de momento flector se suministra) si el acero de ambas es el mismo.



6.- Determine, en kN/m² la tensión de compresión máxima en la base cuadrada de la zapata prismática de la figura (Dato: Distancia del eje neutro al borde derecho de la zapata: 0,8 m).



7.- Halle, en MPa, la tensión normal máxima en la biela de la figura.



8.- Halle el momento de inercia mínimo que debe tener una varilla circular de aluminio (E = 70 GPa, L = 600 mm), empotrada en su base y articulada en su extremo, para soportar una carga de compresión de 500 N, con un factor de seguridad de 5 frente a la fórmula de Euler.

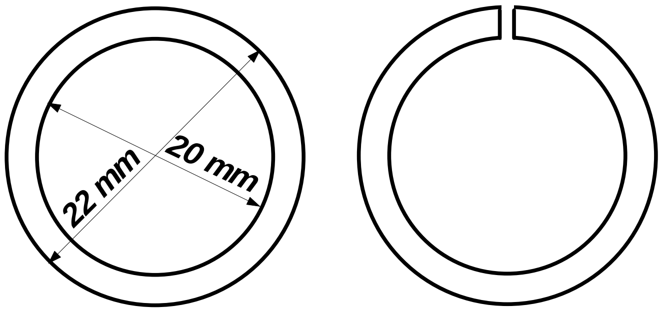
RESOLUCIÓN

1.-

$$\theta(L)-\theta(0)=\frac{M}{GI_0}L \quad \rightarrow \quad \theta(L)-\theta(0)=\frac{3\cdot 10^5 (N\cdot mm)}{0{,}8\cdot 10^5\left(\frac{N}{mm^2}\right)\cdot 1{,}77\cdot 10^4 (mm^4)}\cdot 10^3 (mm)=0{,}212\ rad$$

$$\theta(L)-\theta(0)=0{,}212\ rad\cdot\frac{180º}{\pi\ rad}=12{,}1º$$

2.-



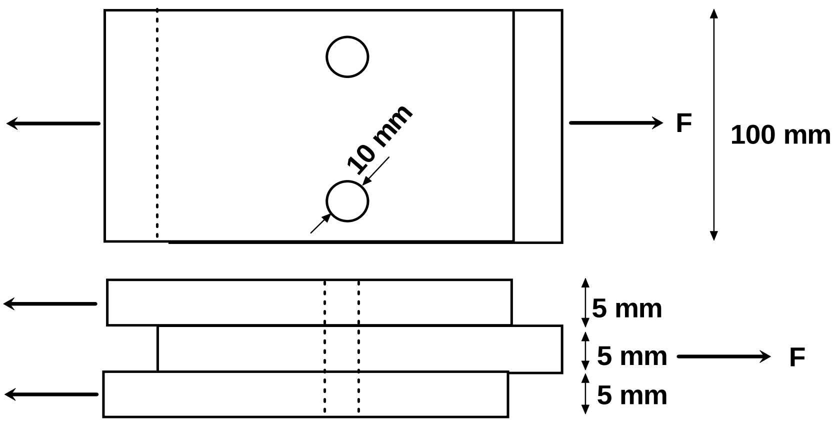
$K_{T1}=G\cdot I_0$ *(perfil circular)*

$K_{T2}=G\cdot I_t$ *(perfil delgado abierto)*

$$\Delta K_T(\%)=\frac{I_t-I_0}{I_0}\cdot 100$$

$$I_t=\frac{se^3}{3} \quad \rightarrow \quad I_t=\frac{\pi\cdot 21(mm)\cdot 1^3(mm^3)}{3}=22\,mm^4$$

$$\Delta K_T(\%)=\frac{22-7290}{7290}\cdot 100=-99{,}7\%$$



3.- *Chapa más solicitada: central.*

Tracción en la chapa:

$$\sigma=\frac{F}{100-2\cdot 10 (mm^2)}<200\,MPa$$

F < 80 kN

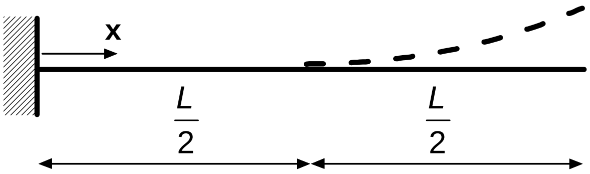
Compresión en las paredes de los taladros:

$$\sigma=\frac{F/2}{5\cdot 10 (mm^2)}<200\,MPa$$

F < 20 kN

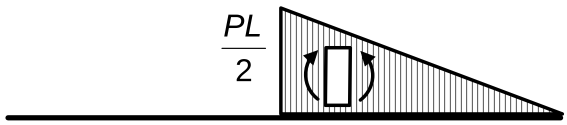
Carga admisible: La menor de ambas (20 kN)

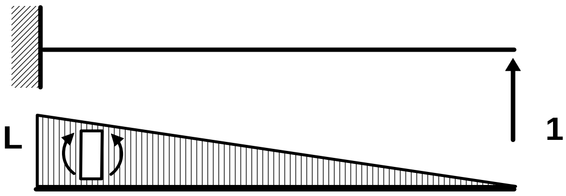
4.-



De la deformada a estima se observa que la flecha aparece en el extremo libre.

Sistema virtual:





$v(L)=\int_0^L \frac{M_p M_1}{EI}dx$ *Tomando sentido positivo de momentos el de ambos diagramas:*

$M_P = \frac{L}{2} \leq x \qquad P(L-x) \qquad\qquad M_1=(L-x) \;\rightarrow\; v(L)=\frac{P}{EI}\int_0^{L/2}(L-x)^2dx=\frac{PL^3}{24EI}$ *(asciende)*

5.-

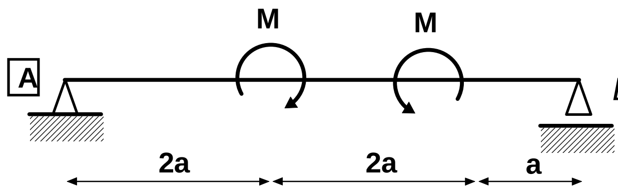
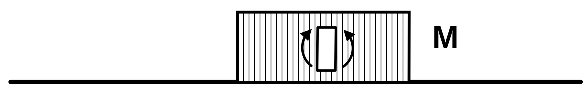
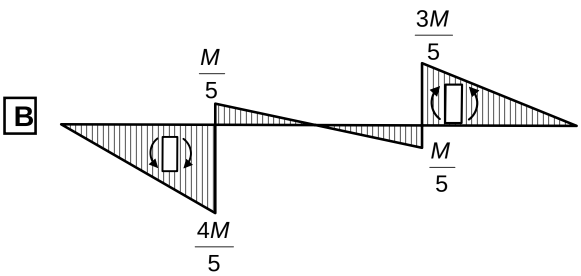


Diagrama M_A:

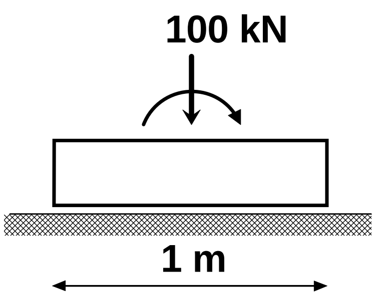


$\sigma_{máx\,A} = \frac{M}{W_A} < \sigma_{adm} \qquad\qquad \sigma_{máx\,B} = \frac{\frac{4}{5}M}{W_B} < \sigma_{adm}$

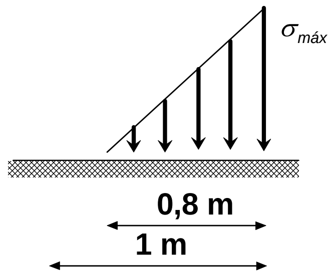


Luego $W_B = \frac{4}{5}W_A \rightarrow W_B = \frac{4}{5}1160\,cm^3 \quad \rightarrow \quad IPE\ 400$

6.-



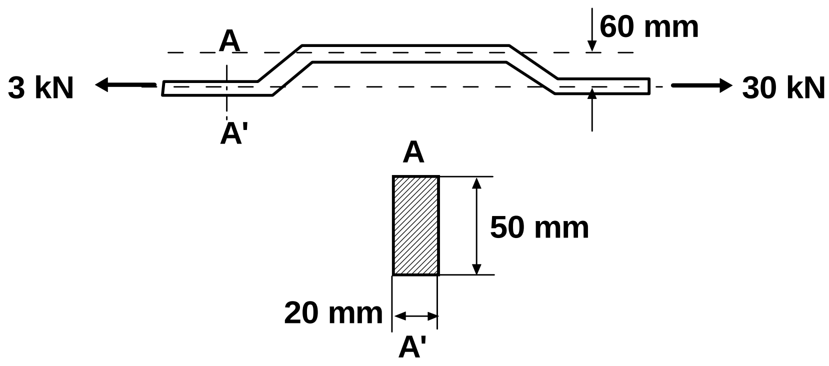
Distribución de tensiones:



Por equilibrio de fuerzas verticales:

$100\,(kN)=\frac{1}{2}\sigma_{máx}\cdot 0{,}8(m)\cdot 1(m)\rightarrow \sigma_{máx} = 250\,\frac{kN}{m^2}$

7.-



$$\sigma_{máx} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

$$M = 30(kN) \cdot 60(mm) = 1{,}8 \cdot 10^6 \; N \cdot mm$$

$$W = \frac{1}{6} 20(mm) \cdot 50^2 (mm^2) = 8{,}3 \cdot 10^3 \; mm^3$$

$$\sigma_{máx} = \frac{3 \cdot 10^4 (N)}{10^3 (mm^2)} + \frac{1{,}8 \cdot 10^6 (N \cdot mm)}{8{,}3 \cdot 10^3 (mm^3)}$$

$$\sigma_{máx} = 246 \; MPa$$

8.- $P_{aplicada} = \dfrac{P_{cr}}{n} \;\rightarrow\; P_{cr} = 5 \cdot 500(N) = 2500 \; N$ $\qquad L_p = 0{,}7L \;\rightarrow\; L_p = 420 \; mm$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_p{}^2} \;\rightarrow\; I = \frac{L_p{}^2 \cdot P_{cr}}{\pi^2 E} \qquad I = \frac{420^2 (mm^2) \cdot 2500(N)}{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \left(\dfrac{N}{mm^2}\right)} = 639 \; mm^4$$

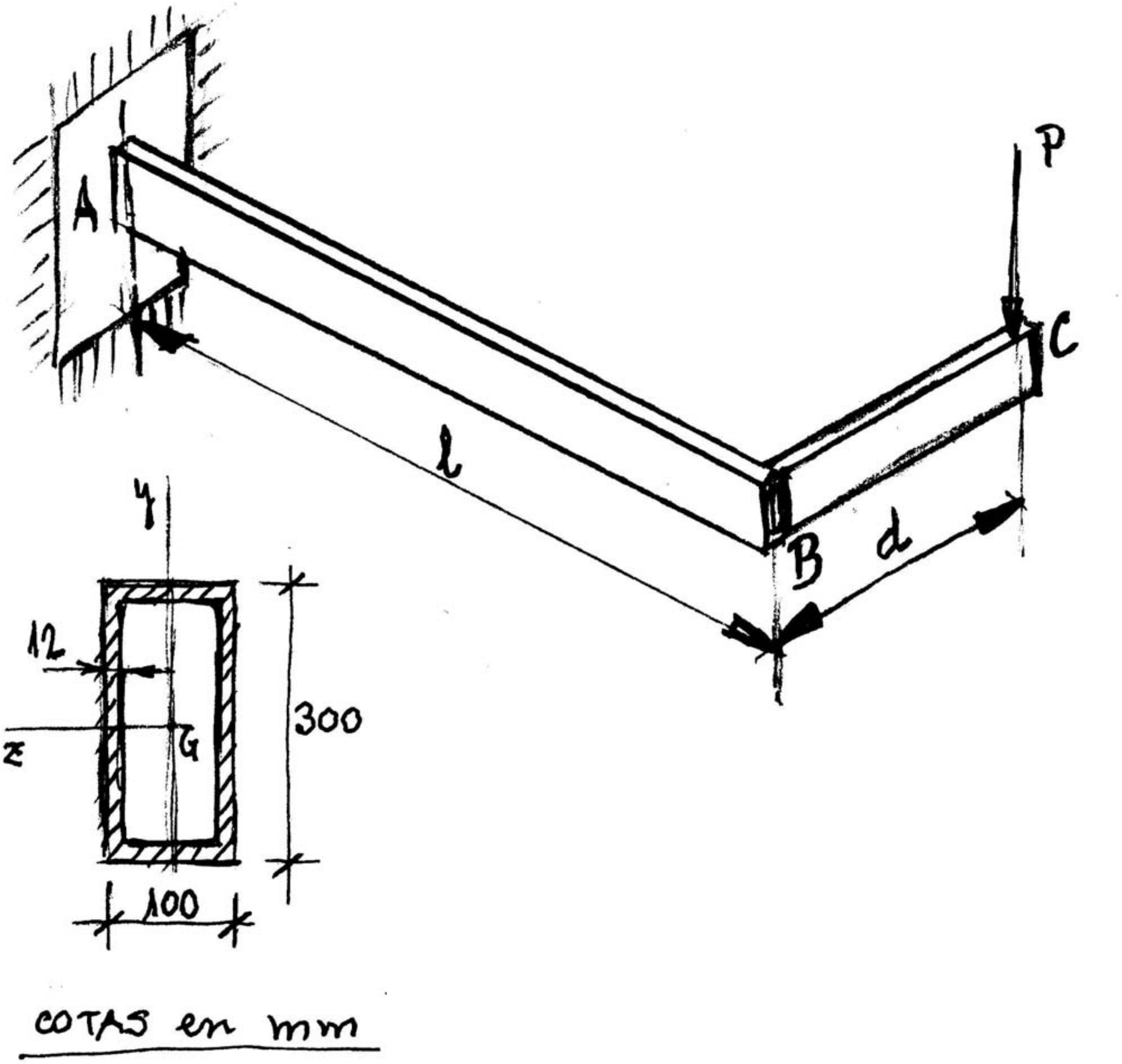
RESISTENCIA DE MATERIALES II **CURSO 2013-14**
EXAMEN DE ENERO **20-1-2014**
Fecha de publicación de la preacta: 30 de Enero

Fecha de revisión: 5 de Febrero a las 9 horas

PROBLEMA (10 puntos)

La pieza ABC indicada en la figura superior es un tubo de paredes delgadas, longitudes ℓ = 3m, d = 60 cm y sección la de la figura inferior. El extremo A está empotrado mientras que el extremo C es libre y en él se aplica una carga P, perpendicular al plano ABC.

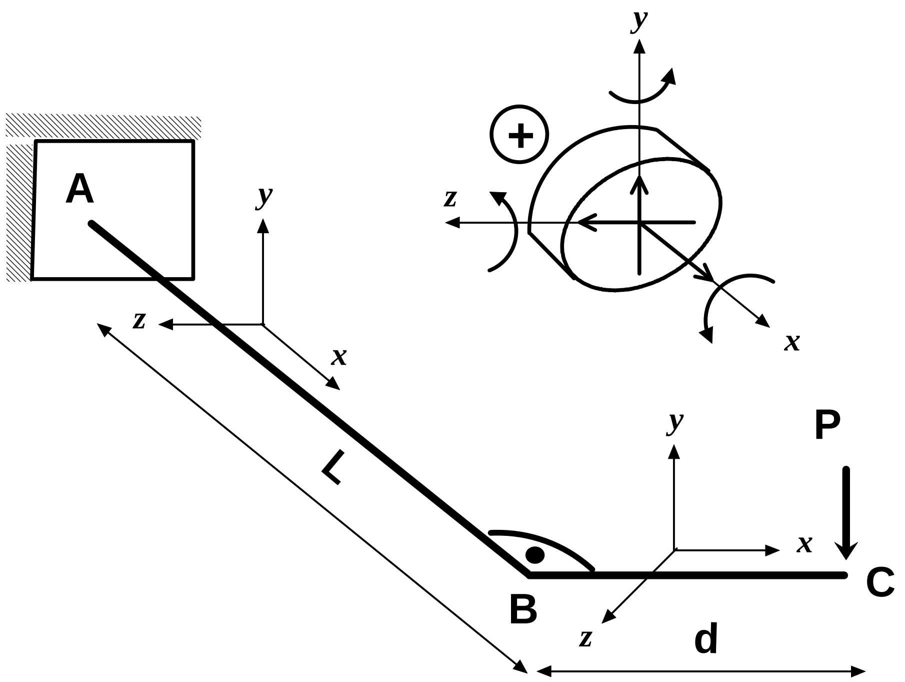
Conociendo el límite elástico σ_e = 60 MPa, calcular el valor máximo de P para que no se produzcan deformaciones plásticas según el criterio de Tresca.



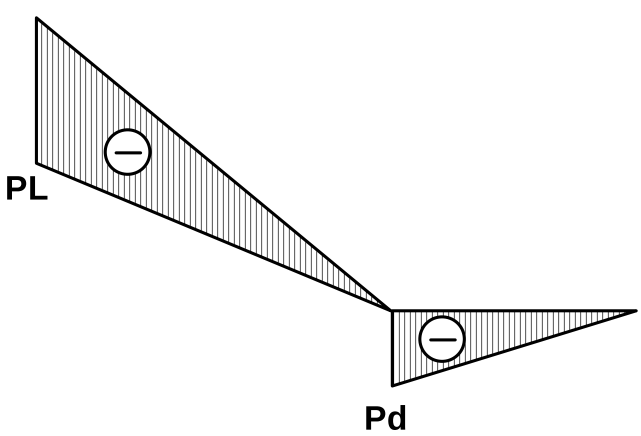
RESOLUCIÓN

La barra AB está sometida a flexión y torsión, y la barra BC exclusivamente a flexión.

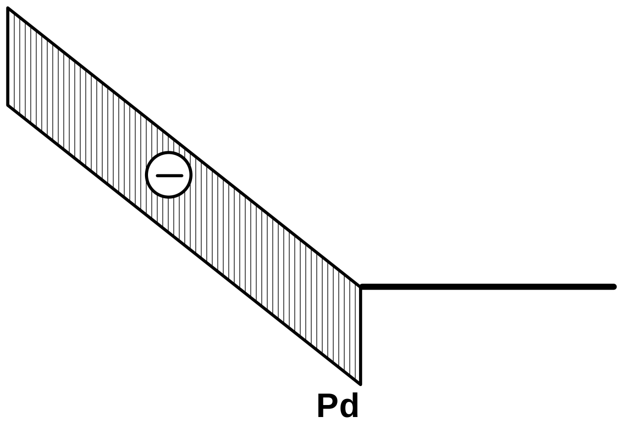
El criterio de signos y las referencias locales son:



Los diagramas son:



M_z (kN·cm)



M_T (kN·cm)

La sección más desfavorable es la del empotramiento, sometida a momentos torsor y flector máximos. (2 puntos)

Las tensiones de torsión son uniformes, por ser constante el espesor y valen $\tau = \dfrac{M_T}{2eA^*}$.

$$A^* = (100-12)\cdot(300-12) = 25344\ mm^2$$

Sustituyendo: $\tau = \dfrac{600mm \cdot P}{2 \cdot 12mm \cdot 25344mm^2} = 9{,}86 \cdot 10^{-4} P$, en MPa si P en Newton. (3 puntos)

Las tensiones de flexión son modularmente máximas en $y = \pm 150\, mm$, y valen $\sigma_{máx} = \dfrac{|M_z|}{I_z} |y|_{máx}$.

$$I_z = \frac{1}{12}\left(100 \cdot 300^3 - 76 \cdot 276^3\right) = 9{,}18 \cdot 10^7\, mm^4$$

Sustituyendo: $\sigma_{máx} = \dfrac{3000\, mm \cdot P}{9{,}18 \cdot 10^7\, mm^4} 150\, mm = 4{,}9 \cdot 10^{-3} P$, en MPa si P en Newton (3 puntos).

El criterio de Tresca para este estado tensional se expresa como $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} < \sigma_e$. Sustituyendo valores: $\sqrt{49^2 + 4 \cdot 9{,}86^2}\, 10^{-2} P < 60$. De donde P < 11,3 kN (2 puntos)