

## Resistencia de Materiales I. Prácticas de Laboratorio.

### Esquema de la Práctica 2

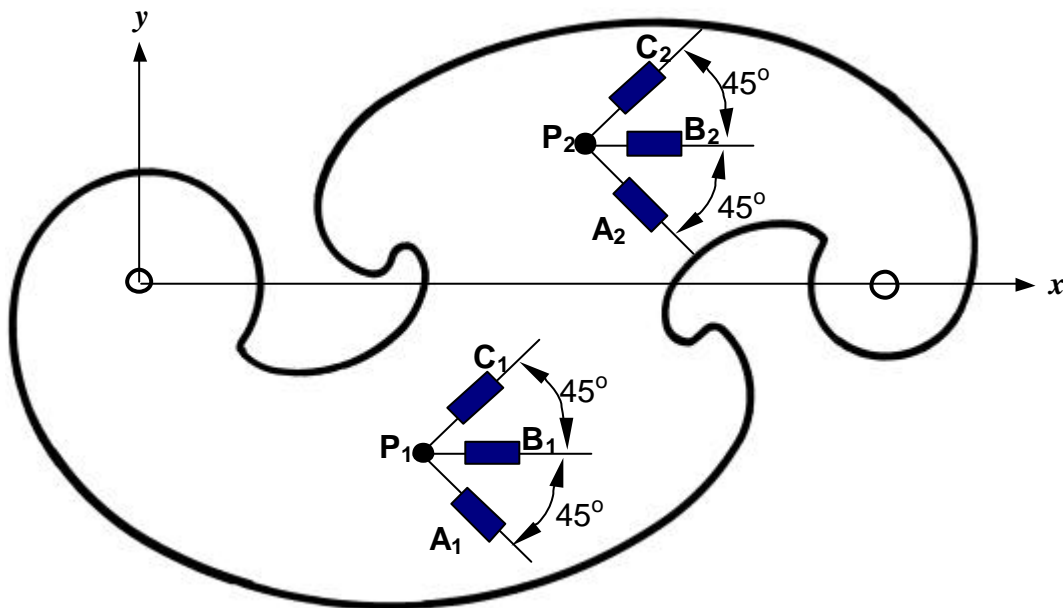
#### ACTIVIDAD A: OBTENCIÓN DEL ESTADO DE DEFORMACIONES CON ROSETAS EXTENSOMÉTRICAS.

##### OBJETIVOS

- Introducción al empleo de rosetas extensométricas.
- Manejo del círculo de Mohr bidimensional.

##### SUMARIO

- Obtención de lecturas de dos rosetas extensométricas rectangulares colocadas sobre dos puntos de la superficie libre de una probeta plana de aluminio, sometida a carga.



- Obtención del diagrama de Mohr plano de deformaciones en ambos puntos.
- Determinación gráfica de deformaciones principales.

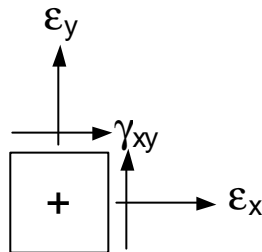
## CONOCIMIENTOS DE TEORÍA NECESARIOS

La lectura de una galga colocada en el plano  $xy$  es:

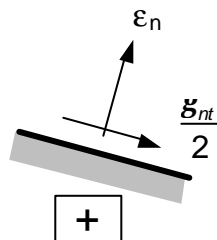
$$e_n = e_x a^2 + e_y b^2 + g_{xy} ab$$

Con una roseta de 3 galgas no alineadas, se pueden obtener los valores  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $\frac{g_{xy}}{2}$ , y, si la matriz de tensiones o la de deformaciones es plana, se puede dibujar el círculo de Mohr de deformaciones del estado plano del siguiente modo:

- Se dibuja el estado de deformaciones sobre un elemento (tratando las deformaciones vectorialmente, como se haría con tensiones), siguiendo el siguiente criterio de signos:



- Se sitúan en el diagrama de Mohr los valores  $\left( e_n \quad \frac{g_{nt}}{2} \right)$  correspondientes a los ejes  $x$  e  $y$ , ésta vez según el siguiente criterio de signos:



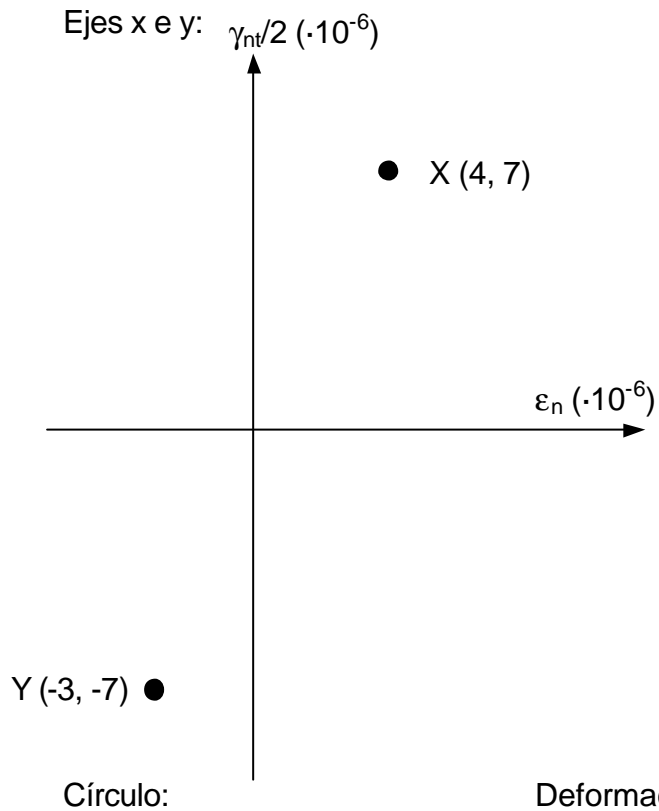
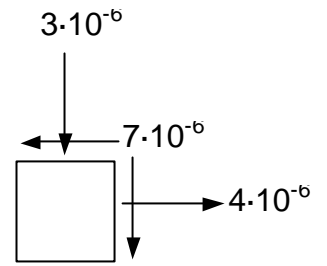
- Se traza la recta que une los puntos  $x$  e  $y$ , para hallar el centro del círculo de Mohr.
- Con el círculo de Mohr se obtienen deformaciones y direcciones principales, midiendo los valores y los ángulos sobre el diagrama.

EJEMPLO:

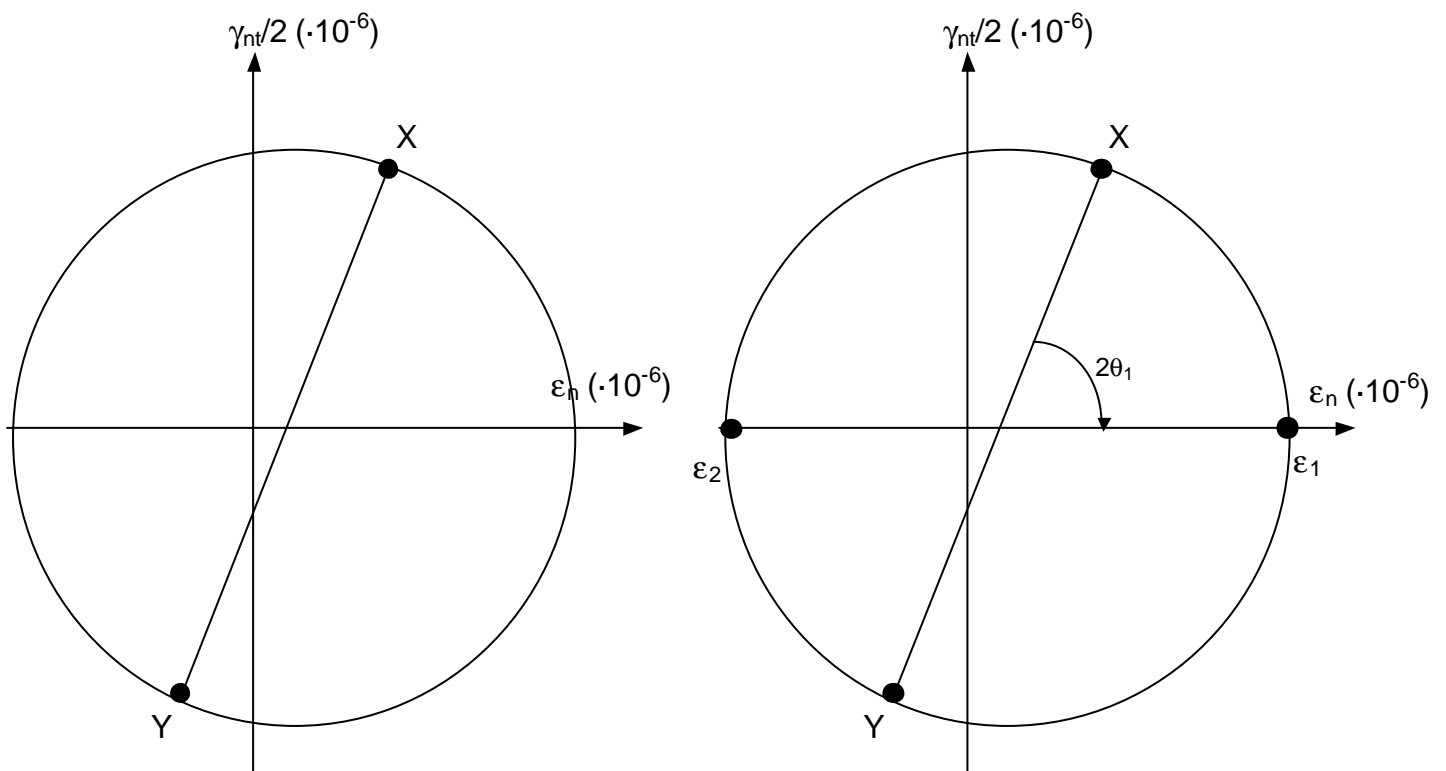
$$e_x = 4 \cdot 10^{-6}$$

$$e_y = -3 \cdot 10^{-6}$$

$$g_{xy} = -7 \cdot 10^{-6}$$



Deformaciones y direcciones principales:



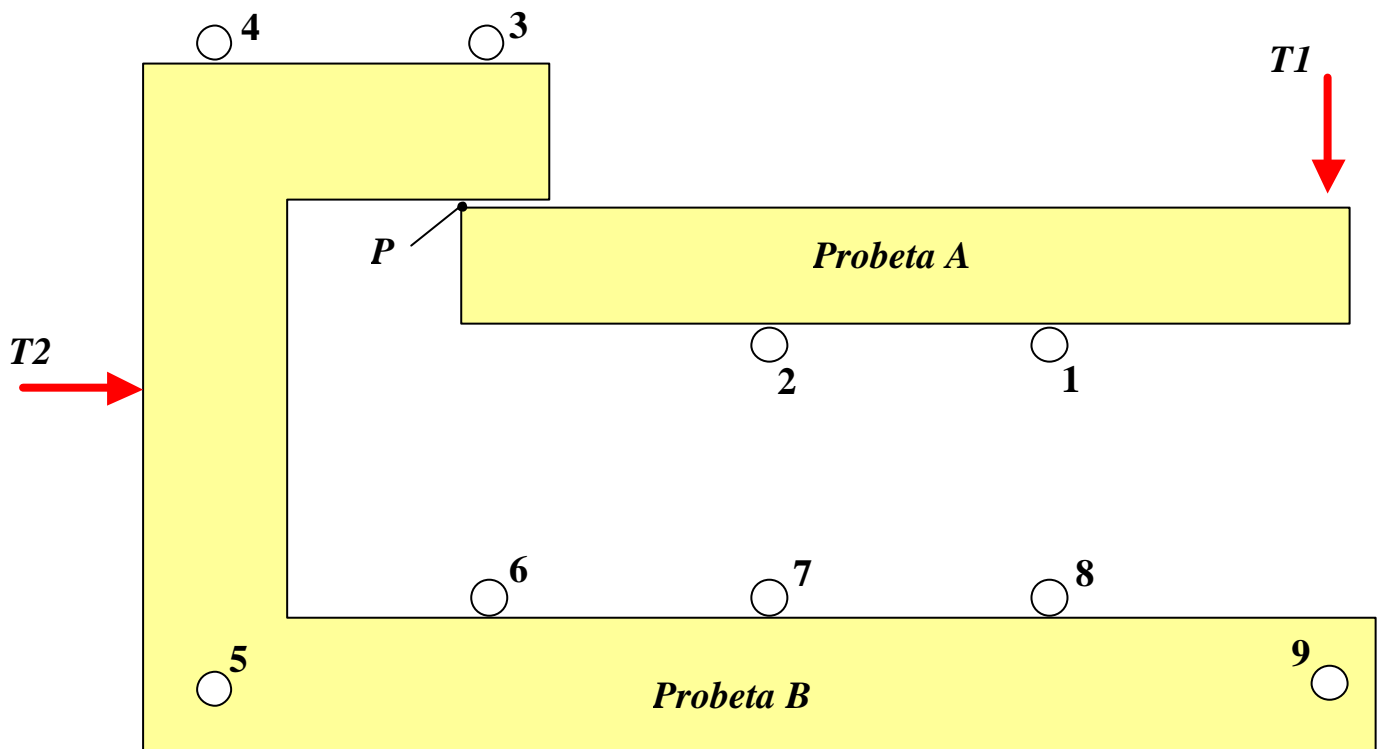
## ACTIVIDAD B: DIAGRAMAS DE ESFUERZOS

### OBJETIVOS

- Toma de contacto con los diagramas de esfuerzos.

### SUMARIO

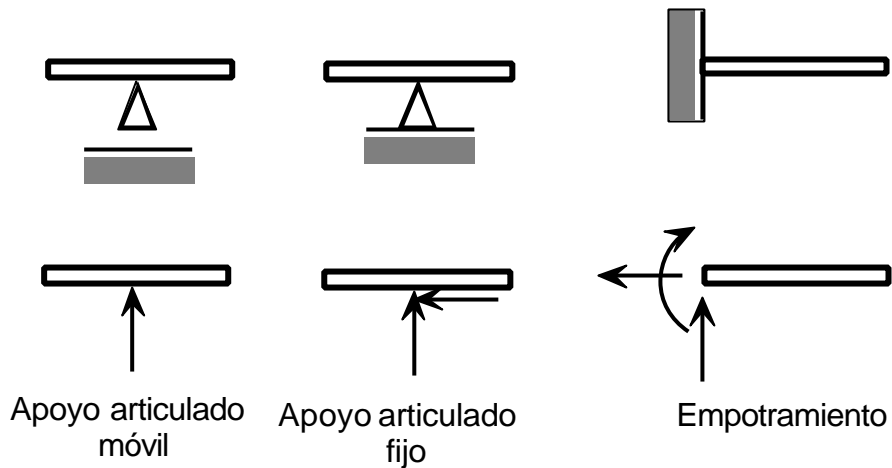
- En un bastidor hay dos probetas fotoelásticas (A, B) que pueden contactar en un punto (P). Los 9 taladros sirven para insertar pasadores que ejercerán de apoyos. Hay también dos tornillos (T1, T2) para aplicar carga.



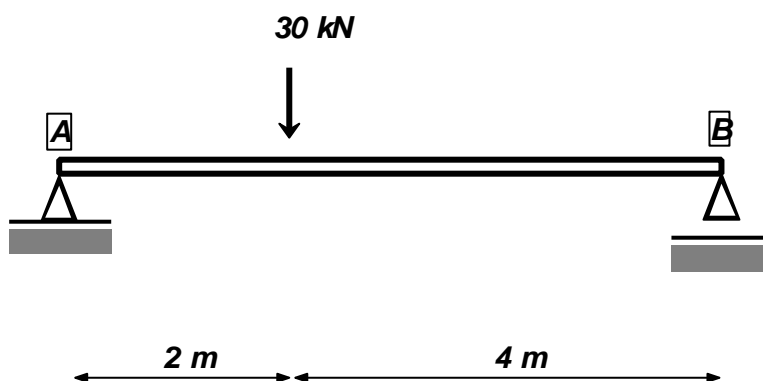
Para diversas configuraciones de carga y apoyos se obtendrán razonadamente los diagramas de esfuerzos normales, y momentos flectores. También se obtendrán los sistemas de fuerzas y apoyos que deberían existir para producir diversos diagramas de momentos flectores y de esfuerzos normales (problema inverso al habitual).

## CONOCIMIENTOS DE TEORÍA NECESARIOS

Los apoyos más habituales en una barra y su equivalente en fuerzas son:

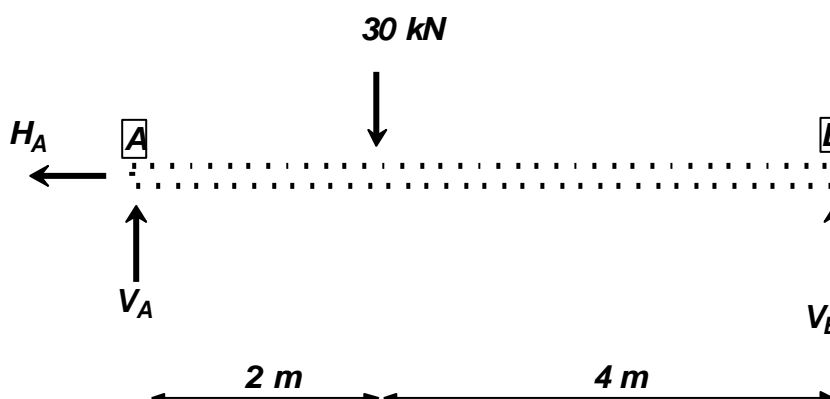


Con el siguiente ejemplo se esquematizan los pasos necesarios para dibujar un diagrama de esfuerzos.



1.- Cálculo de reacciones (no siempre es necesario):

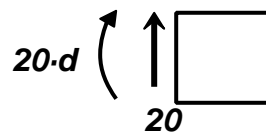
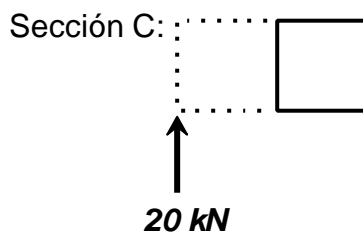
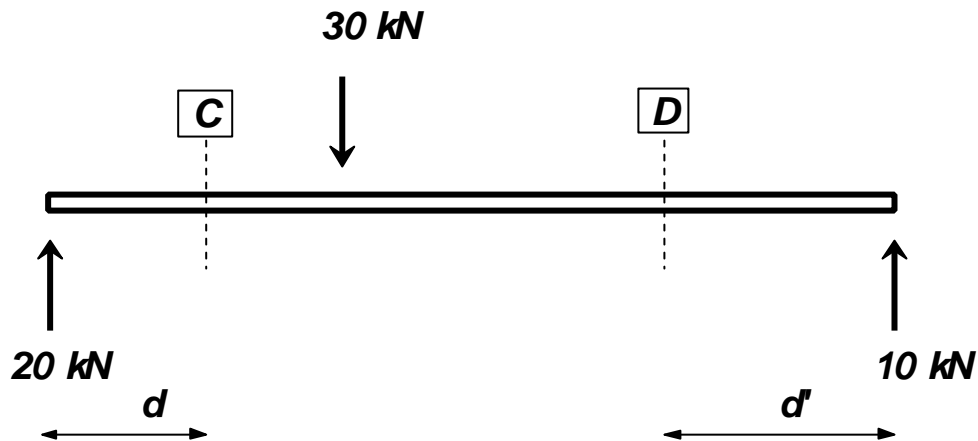
Se impone que el sistema de fuerzas exteriores (cargas y reacciones) esté en equilibrio traslacional y rotacional, ignorando la geometría de la barra.



$$\begin{aligned}\sum F_v &= 0 \rightarrow V_A - 30 + V_B = 0 \\ \sum F_H &= 0 \rightarrow H_A = 0 \\ \sum M_{(B)} &= 0 \rightarrow V_A \cdot 6 - 30 \cdot 4 = 0\end{aligned}$$

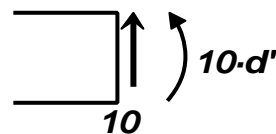
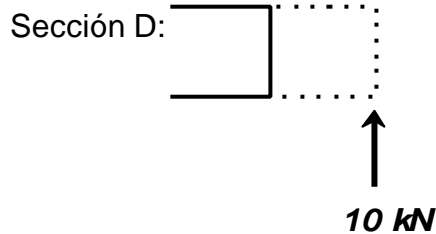
2.- Se buscan los esfuerzos, dando cortes imaginarios en cada sección de la barra y eliminando la parte de la barra que queda a izquierda ó derecha. Los esfuerzos serán la fuerza y el par que creen sobre la sección las partes eliminadas.

Para las secciones C y D:



$$T = 20$$

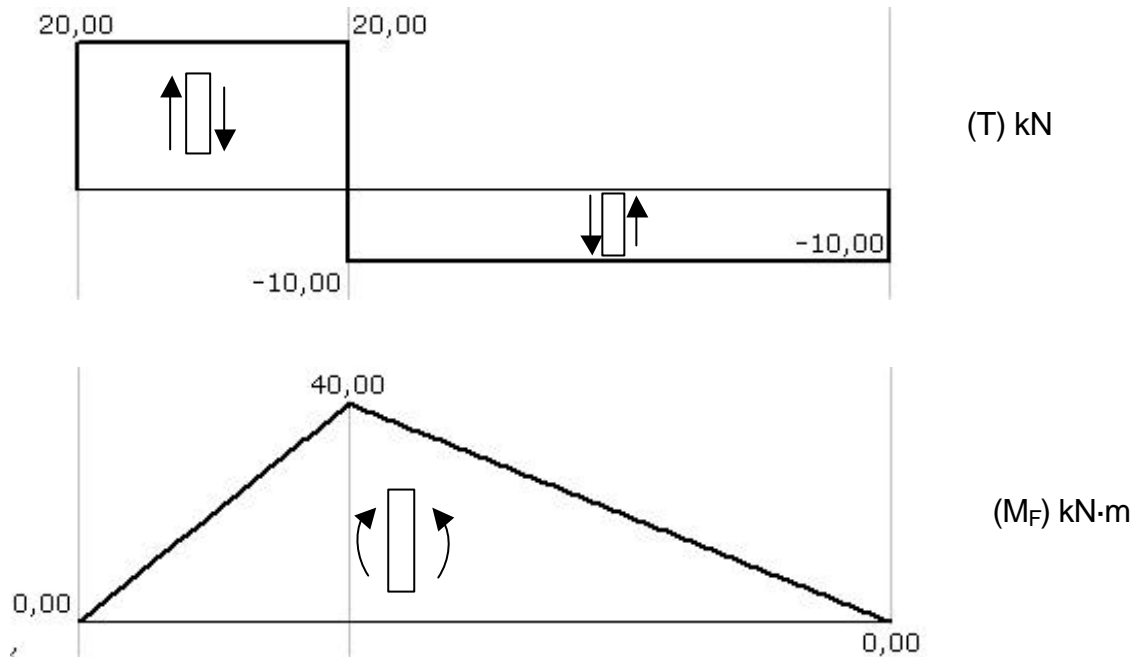
$$M_F = 20 \cdot d$$



$$T = -10$$

$$M_F = 10 \cdot d'$$

3.- Dibujar los diagramas, indicado el sentido de los esfuerzos, acotando los puntos de interés.

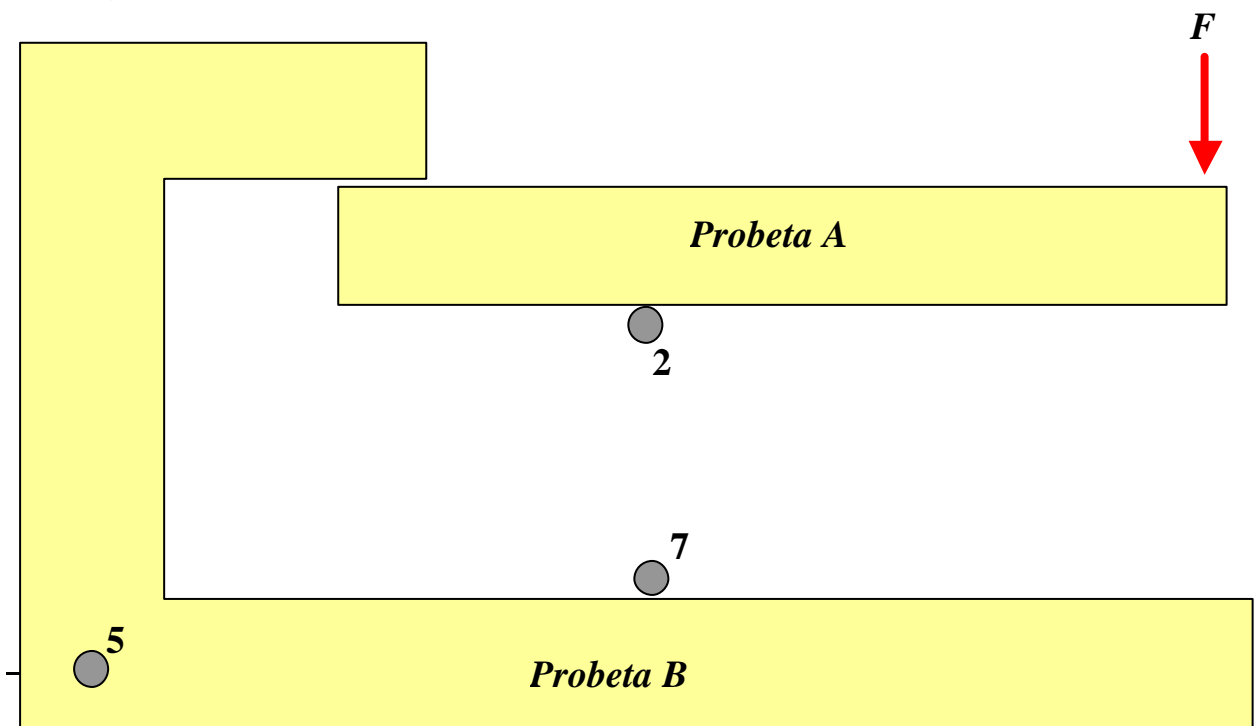


Una carga puntual lleva aparejado:

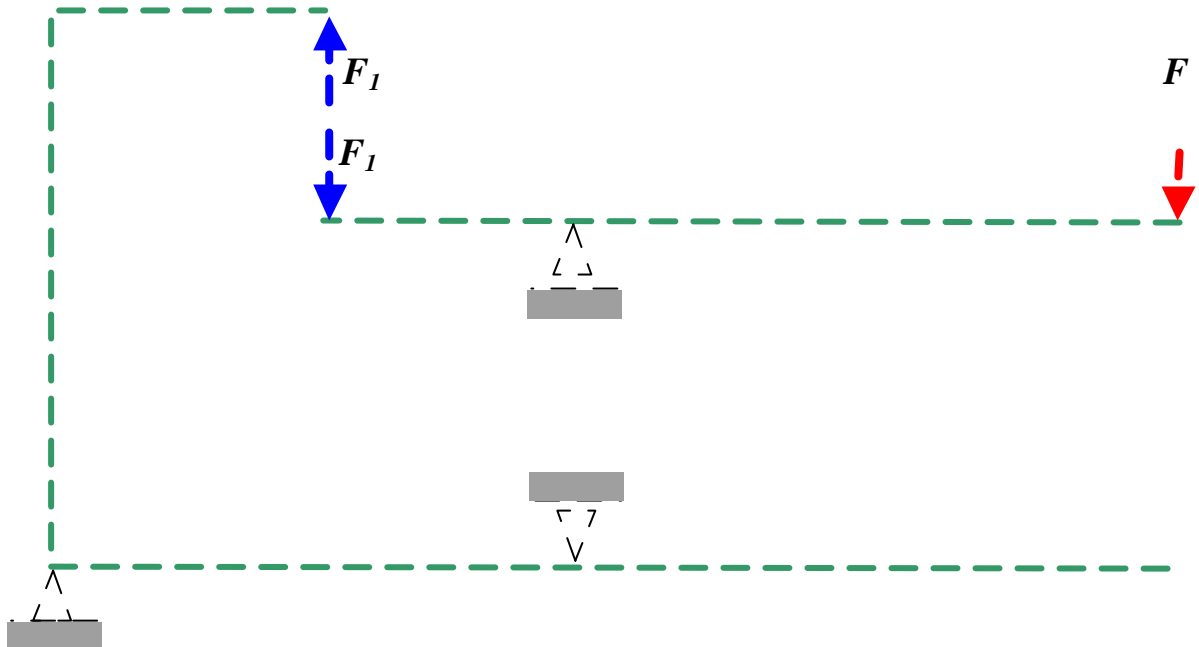
- Un salto brusco en el cortante
- Un cambio de pendiente en el momento flector

Si solo hay cargas puntuales, el cortante es constante a trozos y el momento flector es lineal.

En la figura se muestra un ejemplo de trazado de diagramas a partir de las cargas y sistema de apoyos:

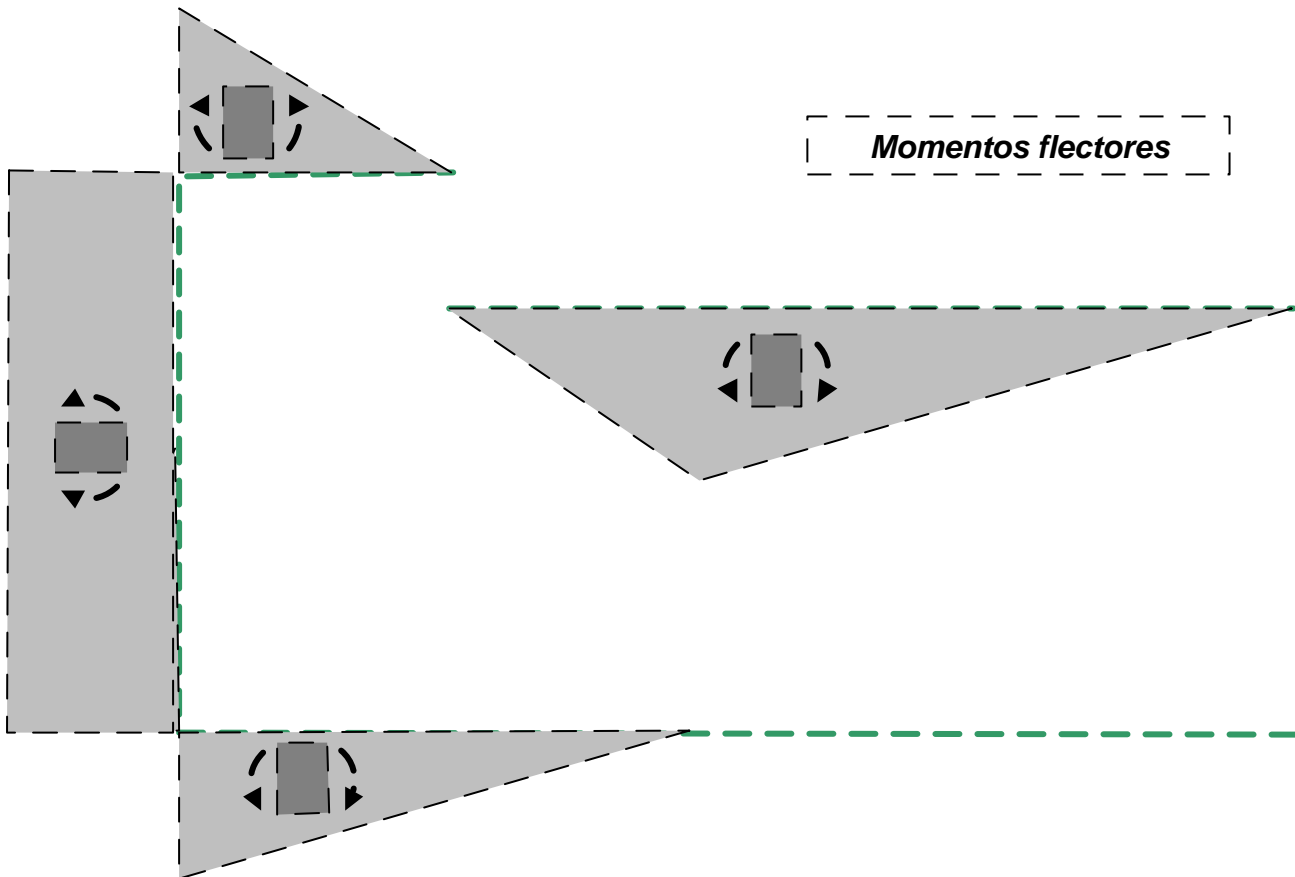


El punto de contacto, despreciando el rozamiento entre las piezas, solo transmite fuerza vertical de una a otra pieza. El esquema de fuerzas y apoyos para la línea media de cada probeta es:



El aspecto cualitativo de los diagramas puede verse en la página siguiente, habiéndose indicado el sentido de los esfuerzos en el interior de los diagramas.





## ACTIVIDAD C: POTENCIAL INTERNO. TEOREMAS ENERGÉTICOS

### OBJETIVOS

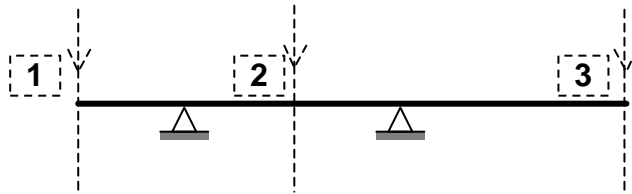
Comprobación de:

- Linealidad y principio de superposición.
- Teorema de Maxwell-Betti y simetría de los coeficientes de influencia.
- Teoría del potencial interno.

### SUMARIO

#### 1.- Comprobación de linealidad:

Aplicación de carga progresiva en el punto 1 de la barra y medición de desplazamientos en los puntos 1, 2 y 3 para comprobar la relación lineal entre cargas y desplazamientos.



#### 2.- Teorema de Maxwell-Betti y coeficientes de influencia:

Aplicación de cargas adicionales y medida de desplazamientos para comprobar el teorema de Maxwell – Betti. Obtención de la matriz de coeficientes de influencia y comprobación de su simetría.

#### 3.- Comprobación del principio de superposición:

Aplicación de cargas para comprobar la aditividad de los movimientos al superponer fuerzas.

#### 4.- Energía de deformación elástica (o potencial interno):

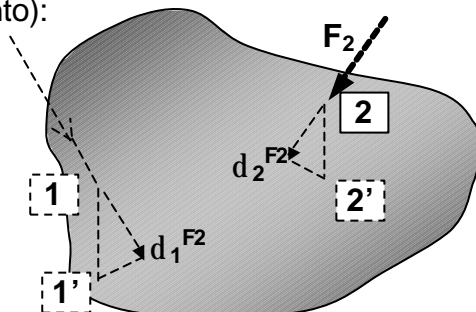
Medición de desplazamientos y cálculo de la energía de deformación elástica para un ensayo con dos cargas. Comprobación de la fórmula de Clapeyron.

## CONOCIMIENTOS DE TEORÍA NECESARIOS

Suponga dos puntos de un sólido y dos rectas orientadas que pasen por ellos.

Si se aplica una carga en el punto 2, en la dirección y sentido de la recta orientada que pasa por él, la fuerza se denomina  $F_2$ . Observe que el subíndice se refiere tanto al punto como a la dirección y sentido.

En los puntos 1 y 2 se producen desplazamientos, cuyas proyecciones según las direcciones se denominan  $d_1^{F_2}$  y  $d_2^{F_2}$  (el superíndice indica la fuerza que origina el movimiento):



Las proyecciones se denominan desplazamientos eficaces, y se consideran positivos si llevan el sentido de  $F_i$ .

El teorema de Maxwell-Betti para un sistema de dos fuerzas es:

$$F_1 d_1^{F_2} = F_2 d_2^{F_1}$$

Los desplazamientos eficaces son proporcionales a la carga que los produce:

$$d_i^{F_j} = d_{ij} \cdot F_j$$

Las constantes de proporcionalidad  $d_{ij}$  se denominan coeficientes de influencia o de flexibilidad.

La energía de deformación elástica se puede expresar en función de los desplazamientos  $W = \frac{1}{2} \sum_i F_i \cdot d_i^{\sum F_j}$  y también en términos de los coeficientes

de influencia (forma cuadrática de Clapeyron)  $W = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j F_i \cdot F_j \cdot d_{ij}$ .