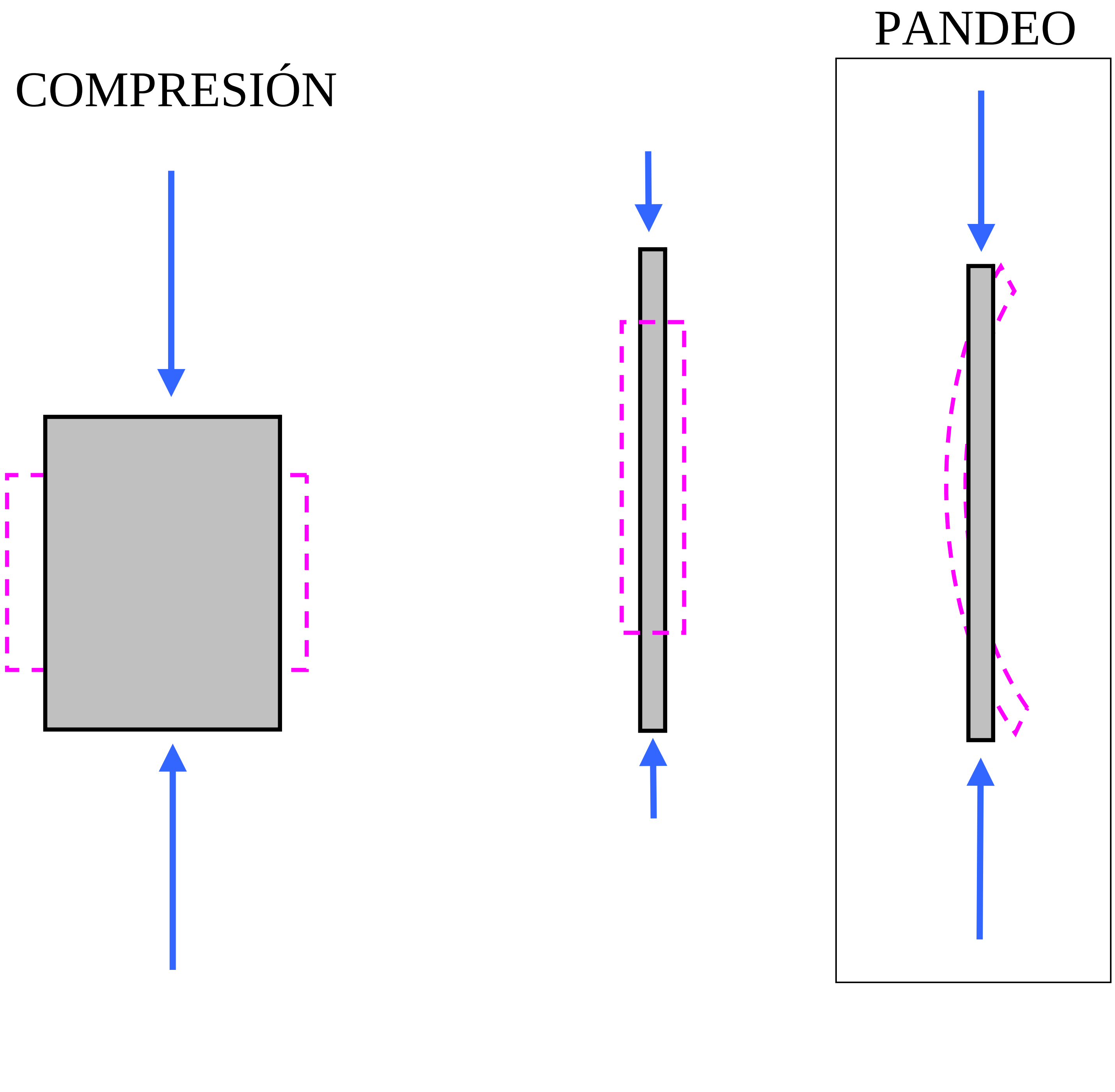
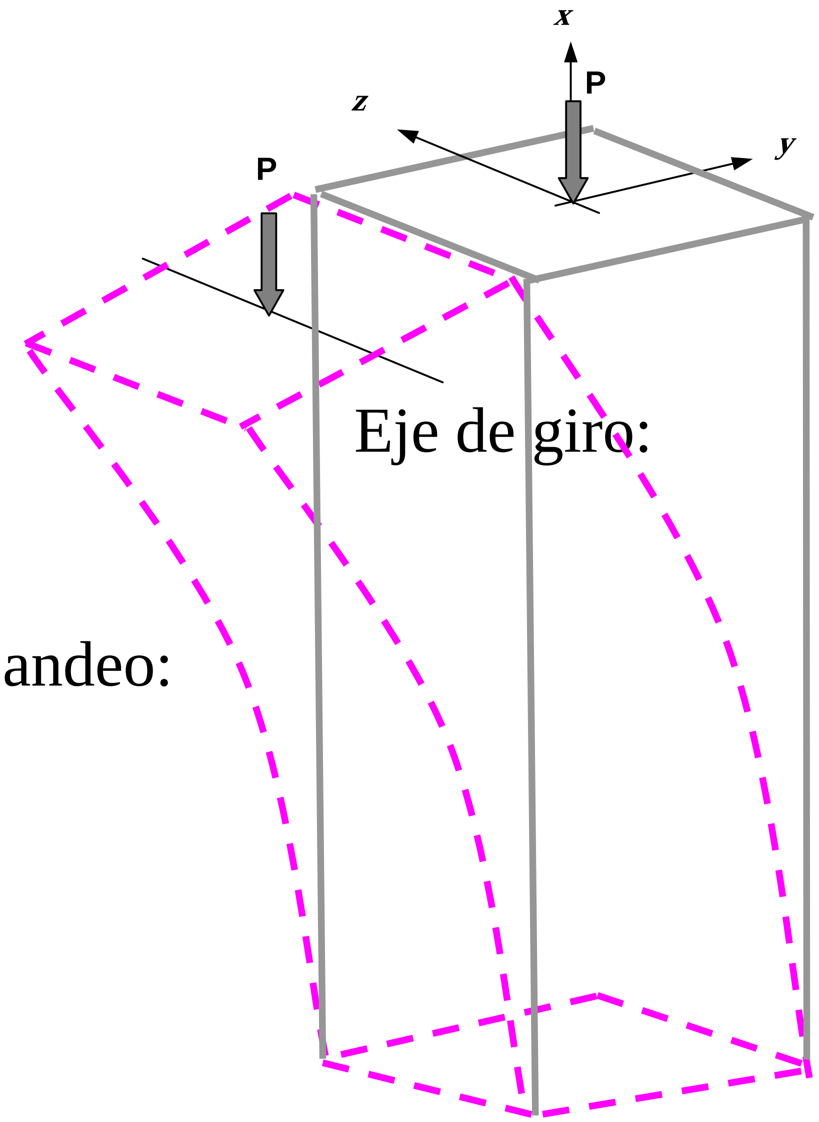

COMPRESIÓN
PANDEO

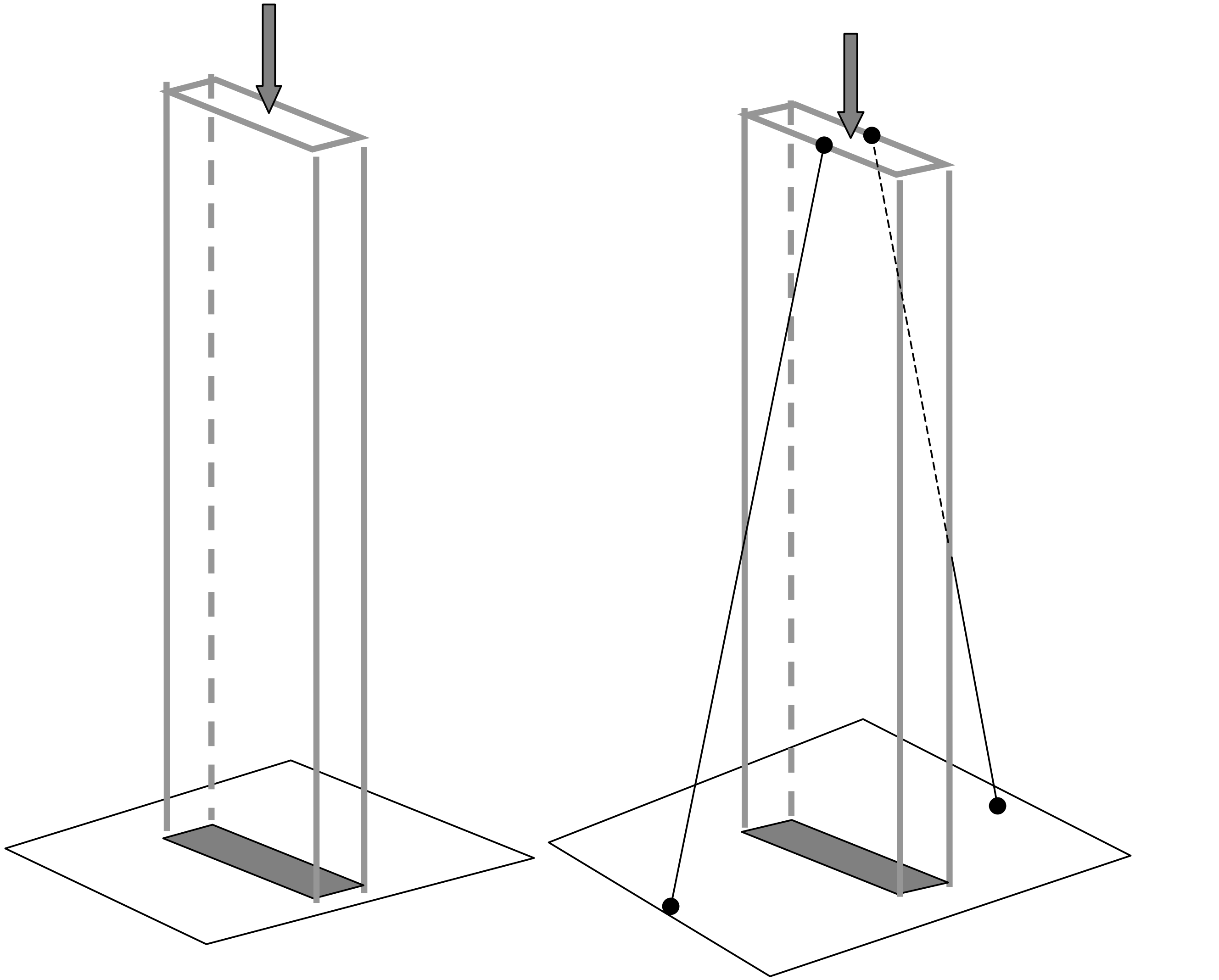
DEFINICIONES



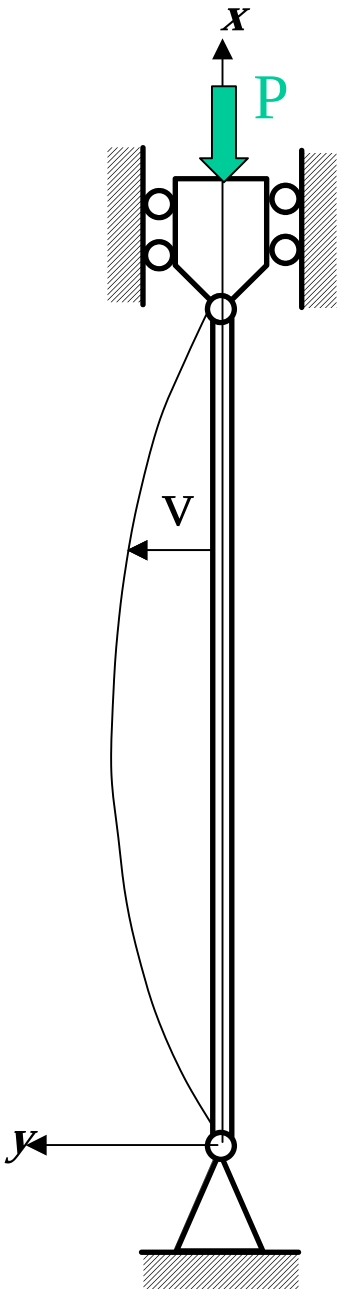
Eje de giro:

Plano de pandeo:

FACTORES QUE INFLUYEN EN LA ESTABILIDAD:



EULER (1744): SECCIÓN CIRCULAR

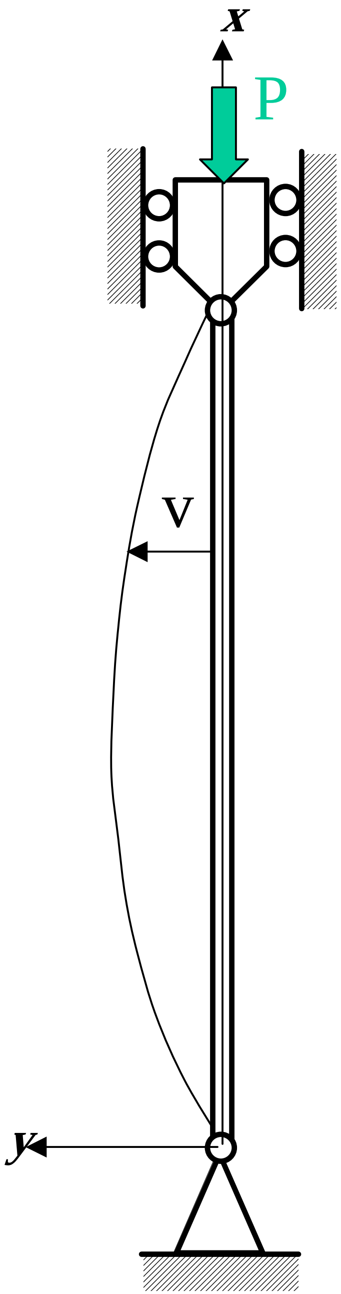


$$v'' = \frac{M_z}{EI_z}$$

$$M_z = -P \cdot v$$

$$v'' + \frac{P}{EI_z} v = 0$$

$$v = A \cdot sen\sqrt{\frac{P}{EI_z}}x + B \cdot \cos\sqrt{\frac{P}{EI_z}}x$$

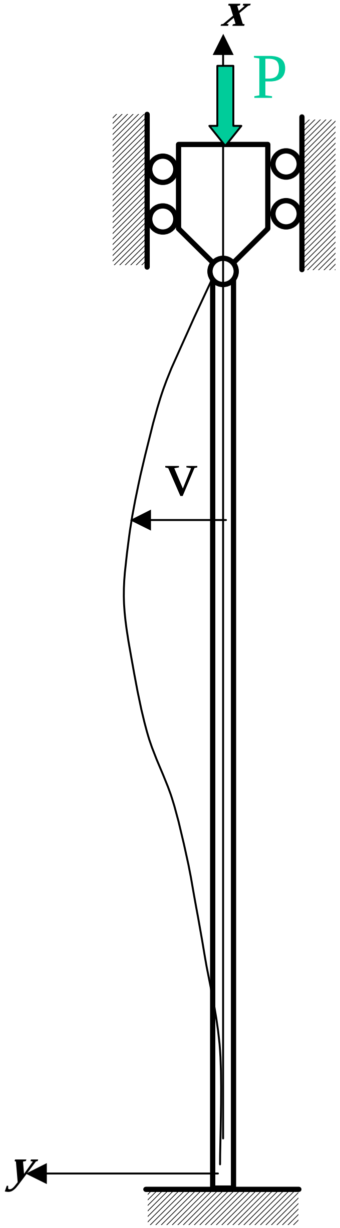


$$v(0) = 0 \quad \rightarrow \quad v = A \cdot sen\sqrt{\frac{P}{EI_z}}x$$

$$v(L) = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = A \cdot sen\sqrt{\frac{P}{EI_z}}L$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI_z}}L = n\pi \qquad n = 1, 2, \ldots$$

SECCIÓN CIRCULAR EN OTRAS SUSTENTACIONES (EJEMPLO):



$$M_z = -P \cdot v + R\left(L - x\right)$$

$$\begin{cases} v'' + \dfrac{P}{EI_z} v = R\left(L - x\right) \\ v\left(0\right) = 0 \quad v'\left(0\right) = 0 \quad v\left(L\right) = 0 \end{cases}$$

$$v = A \cdot sen\sqrt{\frac{P}{EI_z}}x + B \cdot \cos\sqrt{\frac{P}{EI_z}}x + \frac{R}{P}x$$

De las tres condiciones de contorno, resultan tres ecuaciones, para obtener las tres incógnitas (A, B, R).
Para que el sistema tenga solución, el determinante de coeficientes debe ser nulo, lo que conduce a:

$$tg\sqrt{\frac{P}{EI_z}}L = \sqrt{\frac{P}{EI_z}}L$$

Ecuación trascendente, cuya primera raíz es:

$$\sqrt{\frac{P_{cr}}{EI_z}} = 4{,}49 \quad \rightarrow \qquad \boxed{P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(\qquad L)^2}}$$

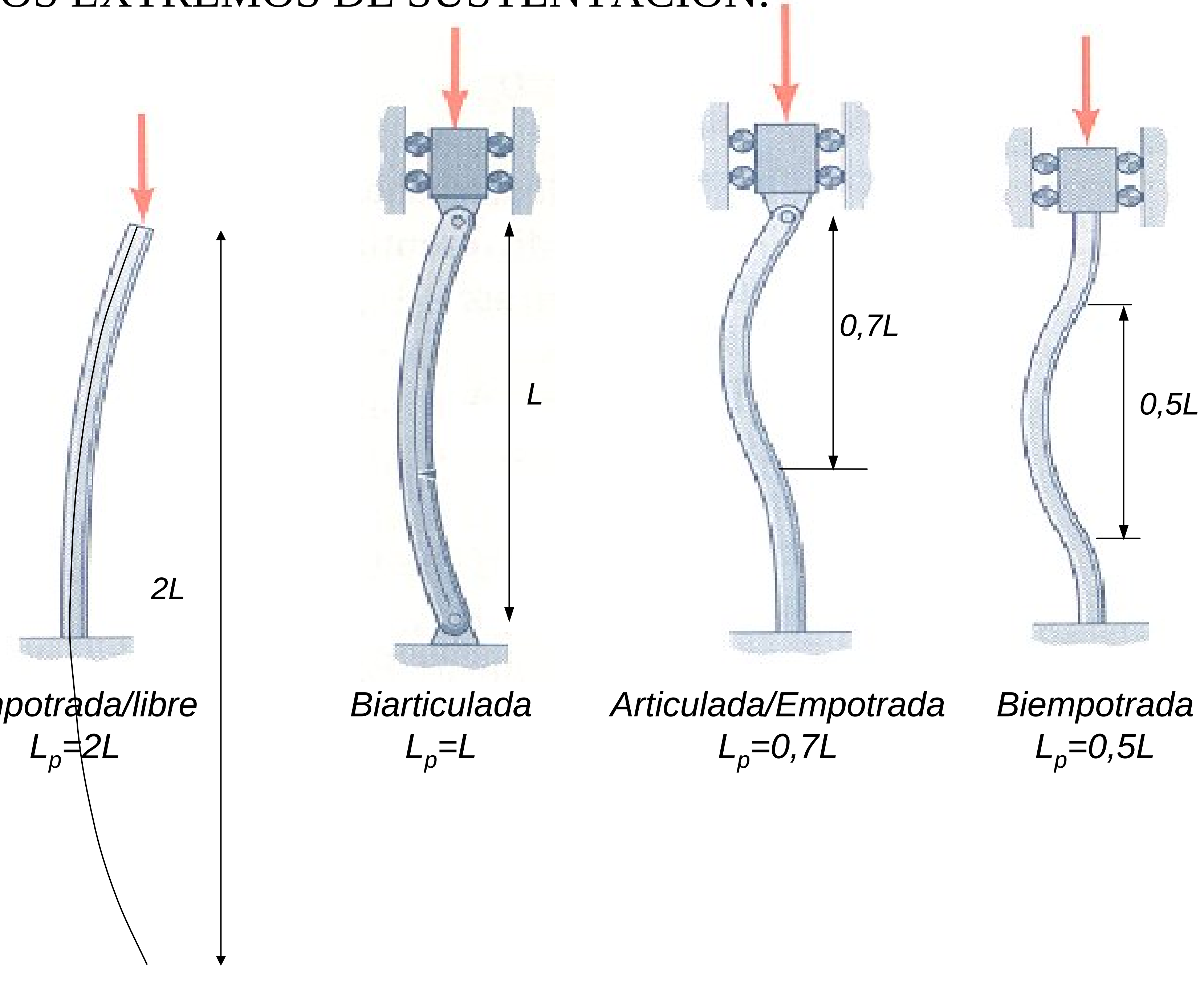
CASO GENERAL DE SUSTENTACIÓN:

$$\boxed{P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_p^{\ 2}}}$$

L_p Longitud (efectiva) de pandeo

$L_p = k \cdot L$ k es cuanto es la sustentación

CASOS EXTREMOS DE SUSTENTACIÓN:



Empotrada/libre — $L_p = 2L$

Biarticulada — $L_p = L$

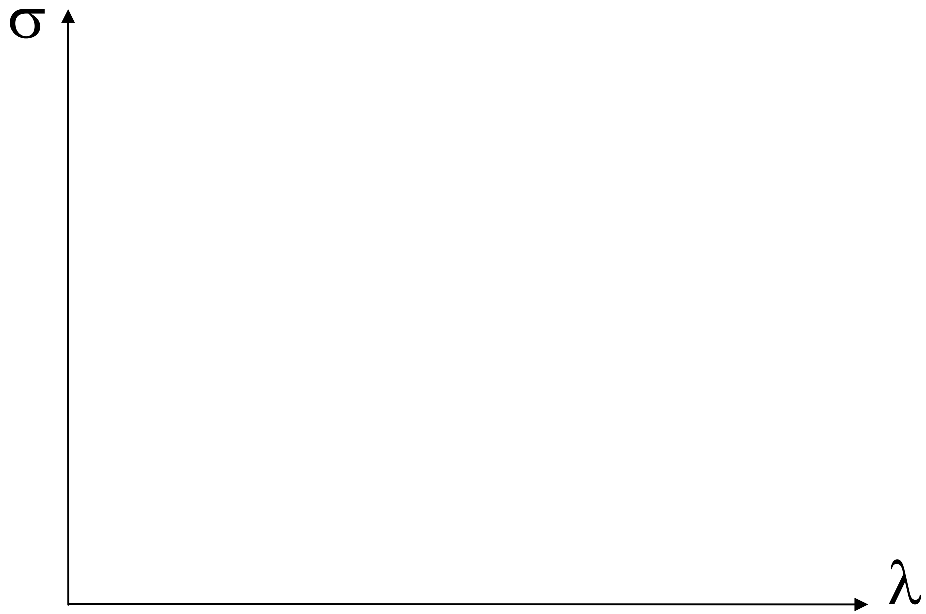
Articulada/Empotrada — $L_p = 0{,}7L$

Biempotrada — $L_p = 0{,}5L$

OTRO PUNTO DE VISTA:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L_p{}^2} \Leftrightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda^2} \Leftrightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

Esbeltez : $$\lambda = \frac{L_p}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{L_p}{\;}$$



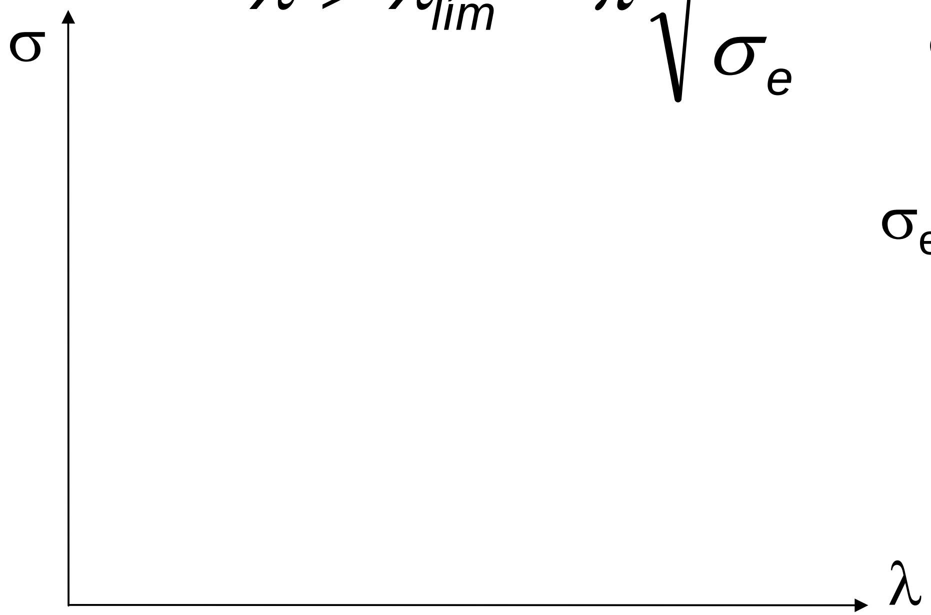
LIMITACIONES DE LA FÓRMULA DE EULER:

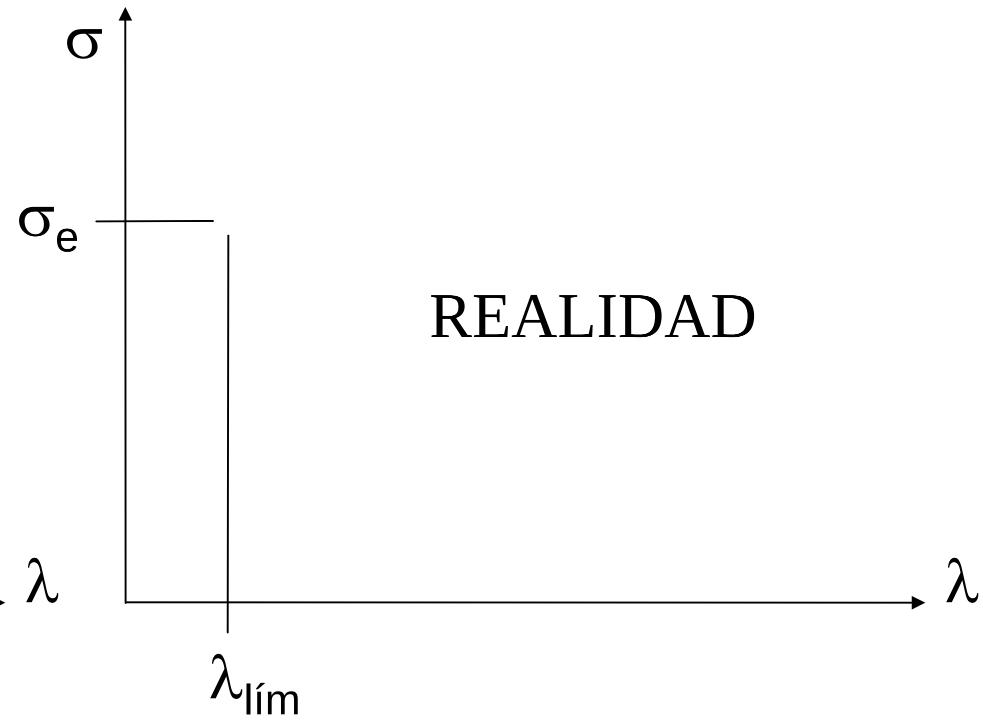
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

1.- Solo si el material está en régimen elástico

$$\sigma < \sigma_e$$

$$\lambda > \lambda_{lím} = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_e}}$$



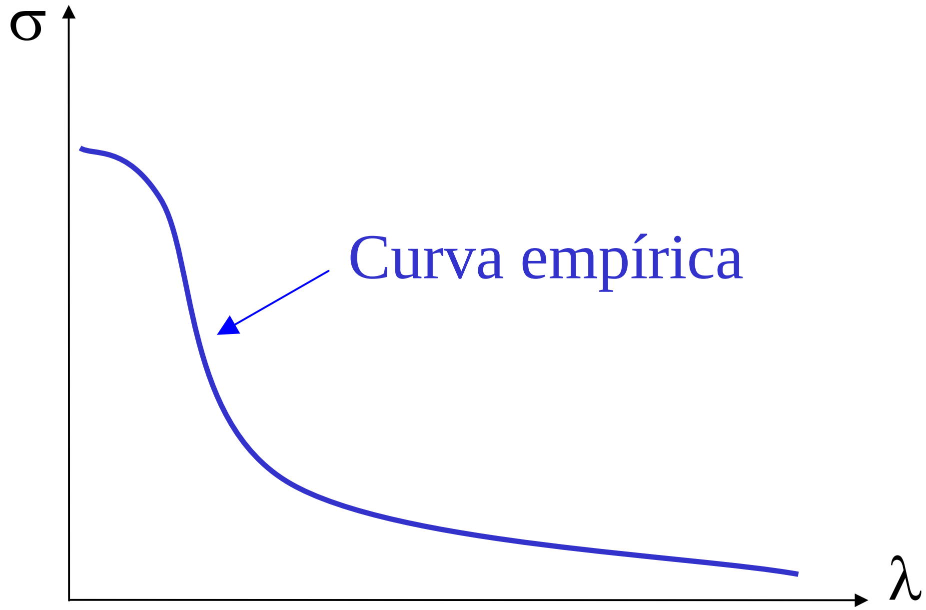


LIMITACIONES DE LA FÓRMULA DE EULER:

2.- Solo condiciones de laboratorio: Factor de seguridad alto

Carga admisible: $$P_{adm} = \frac{P_{cr}}{factor\ de\ seguridad}$$

FÓRMULAS EMPÍRICAS

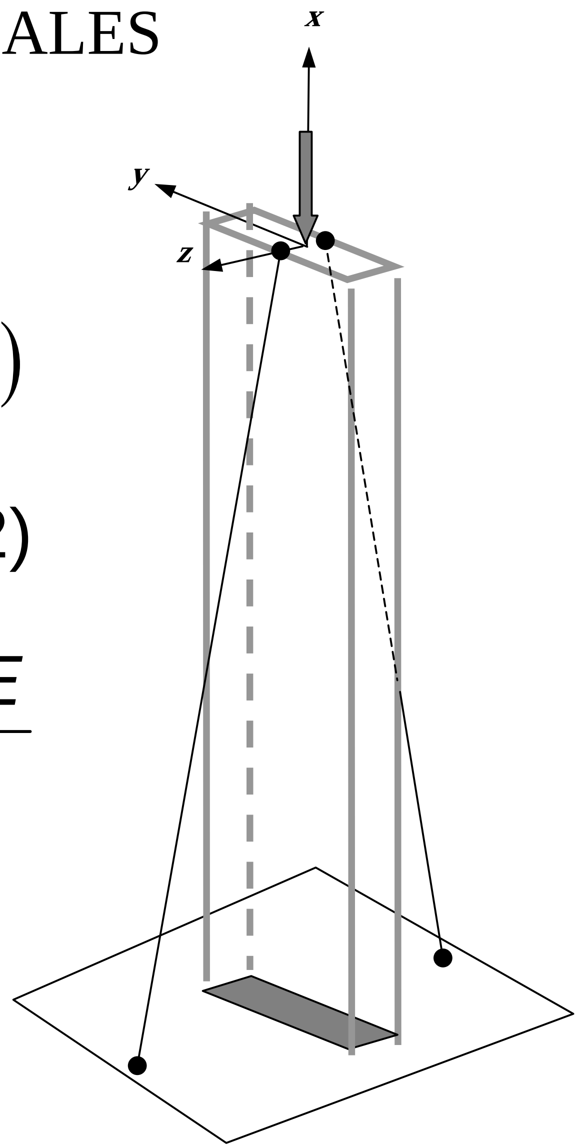


SECCIONES NO CIRCULARES Y DISTINTA SUSTENTACIÓN EN LOS PLANOS PRINCIPALES

2 ecuaciones diferenciales distintas

$$\begin{cases} v'' + \dfrac{P}{EI_z} v = f_1(x) \\ c.\ de\ contorno\ (1) \end{cases} \qquad \begin{cases} w'' + \dfrac{P}{EI_y} w = f_2(x) \\ c.\ de\ contorno\ (2) \end{cases}$$

Dos tensiones críticas $\sigma_{cr} = \dfrac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^{\ 2}}$ $\qquad \sigma_{cr} = \dfrac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_y^{\ 2}}$



Plano de pandeo:

El de carga crítica = esbeltez

MÉTODO DE CÁLCULO:

1.- Hallar el plano de pandeo (Esbeltez máxima):

$$\lambda_z = \frac{L_{p\,z}}{\sqrt{\dfrac{I_z}{A}}} \qquad \lambda_y = \frac{L_{p\,y}}{\sqrt{\dfrac{I_y}{A}}}$$

2.- Emplear la fórmula de Euler con $\lambda_{máx}$